

Тригонометрия

Экзаменационные вопросы

1. Классическое определение и основные свойства тригонометрических функций.
2. Тригонометрические функции и свойства произвольного угла.
3. Тригонометрические функции произвольного числового аргумента.
4. Знаки функций синуса, косинуса и котангенса в координатных четвертях.
5. Одно из основных свойств функции синуса: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, доказательство
6. Теорема сложения для косинуса.
7. Теорема сложения для синуса.
8. Теорема сложения для тангенса.
9. Аргументы тригонометрических функций: $-\pi, \frac{\pi}{2} \pm \alpha, \pi \pm \alpha$ формулы приведения.
10. Аргументы тригонометрических функций: $\frac{3}{2}\pi \pm \alpha, 2\pi \pm \alpha$ формулы приведения.
11. Формулы деления аргументов для функции косинуса.
12. Формулы деления аргументов для функции синуса.
13. Формулы деления аргументов для функции тангенса.
14. Формула преобразования суммы из произведения двух косинусов.
15. Формула преобразования суммы из произведения двух синусов.
16. Формула преобразования суммы из произведения синуса и косинуса.
17. Формула преобразования алгебраической суммы двух косинусов в произведение.
18. Формула преобразования алгебраической суммы двух синусов в произведение.
19. Формула преобразования алгебраической суммы двух тангенсов в произведение.
20. Переход на полярные координаты путем ввода вспомогательного угла.
21. Преобразование суммы $a \sin ax + b \cos ax$.
22. Преобразование алгебраической суммы двух чисел в произведение введением вспомогательного угла.
23. Преобразование выражения $\frac{a-b}{a+b}$ путем введения вспомогательного угла.
24. Преобразование выражения $a^2 \pm b^2$ путем введения вспомогательного угла.
25. Исследование функции синуса с числовыми аргументами.
26. Исследование функции косинуса с числовыми аргументами.
27. Исследование функции тангенса с числовыми аргументами.
28. Исследование котангенса с числовыми аргументами.
29. Периодичность тригонометрических функций.
30. Интервалы, на которых знаки тригонометрических функций с числовыми аргументами остаются постоянными.
31. Интервалы, на которых тригонометрические функции монотонны; их наибольшее и наименьшее значения.
32. Непрерывность тригонометрических функций.
33. Графики функций синуса и косинуса.
34. Графики функций тангенса и котангенса.
35. Исследование функции арксинус.
36. Исследование функции арккосинус.
37. Исследование функции арктангенса.
38. Тригонометрические операции над аркфункциями.
39. Связь между аркфункциями.
40. Решение тригонометрического уравнения $\cos x = m$.
41. Решение тригонометрического уравнения $\sin x = m$.
42. Решение тригонометрического уравнения $tgx = m$.
43. Решение тригонометрического уравнения $ctgx = m$.

44. Решение некоторых тригонометрических уравнений методом замены.
45. Решение тригонометрических уравнений типа $a \sin x + b \cos x = c$.
46. Универсальный метод замены для решения тригонометрических уравнений.
47. Теорема сложения для котангенса.
48. Различные частные случаи решения тригонометрических уравнений.
49. Применение тригонометрии: теорема синусов в треугольниках.
50. Применение тригонометрии: теорема о проектировании треугольников.
51. Применение тригонометрии: теорема косинусов в треугольниках.
52. Применение тригонометрии: теорема тангенсов в треугольниках.
53. Применение тригонометрии: формула Молвейда для треугольников.
54. Применение тригонометрии: формулы площадей треугольников.
55. Степенной ряд для функции синусов.
56. Степенной ряд для функции косинуса.
57. Формулы Эйлера для функций синуса и косинуса.
58. Решение системы $\begin{cases} \sin x + \sin y = a \\ x + y = b \end{cases}$ тригонометрических уравнений.
59. Решение системы $\begin{cases} \sin x \sin y = a \\ x + y = b \end{cases}$ тригонометрических уравнений.
60. Решение системы $\begin{cases} \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = a \\ x + y = b \end{cases}$ тригонометрических уравнений.
61. Решение системы $\begin{cases} \sin x \cos y = a \\ \cos x \cos y = b \end{cases}$ тригонометрических уравнений.
62. Решение системы $\begin{cases} \sin^2 x + \sin^2 y = a \\ x + y = b \end{cases}$ тригонометрических уравнений.
63. Решение системы $\begin{cases} \sin x \sin y = a \\ \cos x \cos y = b \end{cases}$ тригонометрических уравнений.
64. Доказательство неравенства $|\sin x| < |x|$, при $x \neq 0$
65. Доказательство неравенства $1 - \cos x < \frac{x^2}{2}$, при $x \neq 0$
66. Доказательство формулы производной функции $y = \sin x$.
67. Доказательство формулы производной функции $y = \operatorname{arcsin} x$.
68. Формулы производных простых тригонометрических функций (доказательство одной из них).
69. Формулы производных обратных тригонометрических функций (доказательство одной из них).
70. Вычисление суммы косинусов, где аргументы образуют арифметическую прогрессию.
71. Вычисление суммы синусов, где аргументы образуют арифметическую прогрессию.
72. Вычисление произведения $\prod_{k=0}^{n-1} \sin \left(x + k \frac{\pi}{n} \right)$.
73. Вычисление произведения $\prod_{k=0}^{n-1} \cos \left(x + k \frac{\pi}{n} \right)$.