Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi

Bakı Dövlət Universiteti

MAGİSTRATURA PİLLƏSİ ÜÇÜN

İXTİSAS- Hesablama riyaziyyatı

FƏNN-Ədədi üsulların xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həllinə tətbiqi

Bakı 2023

Mövzu üzrə saatların bölgüsü

15	Düz xətlər üsulunun xətasının qiymətləndirilməsi.	2	-
	Cəmi:	30	15

№	Мювзулар	Мцщ. саат. миг.	Мяш. саат. миг.
1	Xüsusi törəməli diferensial tənliklər haqqında ümumi məlumat.	2	-
2	Törəmələrin sonlu fərqlərlə əvəz olunması.	2	2
3	Fərqlər sxeminin dayanıqlığı.	2	-
4	Fərqlər sxeminin dayanıqlığı ilə yığılması arasında əlaqə.	2	-
5	Şəbəkə üsulu.	2	2
6	Düz xətlər üsulu.	2	2
7	Düz xətlər üsulunun Puasson tənliyi üçün Dirixle məsələsinin həllinə tətbiqi.	2	-
8	Düz xətlər üsulunun yığılması.	2	-
9	Simin rəqs tənliyinin həlli üçün bir aşkar sxem.	2	2
10	Simin rəqs tənliyinin həlli üçün bir qeyri-aşkar sxem.	2	2
11	Membranın rəqs tənliyinə şəbəkə üsulunun tətbiqi.	2	-
12	İstilikkeçirmə tənliyi üçün bir fərq sxemi.	2	2
13	Birölçülü tənlik üçün qeyri-aşkar sxem.	2	1
14	İkiölçülü tənlik üçün qeyri-aşkar sxem.	2	2

Elmi redaktor: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının müdiri, f.r.e.d., prof. Mehdiyeva Qalina Yuryevna.

Tərtib edənlər: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının əməkdaşları f.r.e.d., prof. Mehdiyeva Qalina Yuryevna, f.r.e.n., baş müəllim Şəfiyeva Gülşən Xaliq qızı.

Rəyçilər: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının professoru, f.r.e.d. İbrahimov Vaqif Rza oğlu, Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı və informatika»

kafedrasının müdiri, f.r.e.n.
Tağıyeva Zemfira Əsgər qızı.

GİRİŞ

1. «Ədədi üsulların xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həllinə tətbiqi» fənninin məqsədi magistrlara xüsusi törəməli diferensial tənliklərin ədədi həll üsullarının əsaslarını öyrətmək və onlarda bu üsullardan riyaziyyatın müxtəlif məsələlərinin həllində istifadə etmək vərdişlərini yaratmaqdır. «Ədədi üsulların xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həllinə tətbiqi» fənninin vəzifəsi magistrlara xüsusi törəməli diferensial tənliklərin tədqiqinin aktual olduğunu konkret model tipli məsələlərin köməyi ilə izah etdikdən sonra, onların tiplərinin təyinini izah etməkdir.

2. Magistrlar xüsusi törəməli diferensial tənliklərin klassik və müasir ədədi həll sxemləri ilə tanış olmalı və onları gələcək tədqiqat işlərində tətbiq edə bilməlidirlər.

3. Magistrlar xüsusi törəməli diferensial tənliklərin ədədi həll üsullarına dərindən yiyələnərək, bu üsullarla hesablama düsturlarını almağı, xətaları hesablamağı bacarmalıdırlar. Onlar bu üsullar üçün müasir proqramlaşdırma dillərində proqramlar quraraq onları kompyuterdə realizə etməyi bacarmalıdırlar.

4. Magistrlar xüsusi törəməli diferensial tənliklərin ədədi həlli zamanı hesablama təcrübəsində məsələnin qoyuluşu, hesablama prosesinin planlaşdırılması, hesablama nəticələrinin emalı kimi vərdişlərə yiyələnməlidirlər.

5. «Ədədi üsulların xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həllinə tətbiqi» fənni magistrlara mühazirə və məşğələ dərslərində I kursun II semestrində 30 saat mühazirə və 15 saat məşğələ olmaqla 45 saat həcmində tədris olunur.

1. Xüsusi törəməli diferensial tənliklər haqqında ümumi məlumat [1], [2].

Adi diferensial tənliklərdə olduğu kimi, xüsusi törəməli diferensial tənliklərin də dəqiq həllini çox az hallarda tapmaq olur. Buna görə də belə tənliklərin həlli üçün müxtəlif təqribi üsullar təklif edilmişdir. Xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün müxtəlif məsələlərin təqribi həll üsullarını iki hissəyə bölmək olar: 1) analitik üsullar; 2) ədədi üsullar. Bu üsullardan ədədi üsullar geniş tədqiq olunmuşdur. Onlara şəbəkə üsulu, xarakteristika üsulu və xüsusi yer tutan düz xətlər üsulunu aid etmək olar. Ədədi üsullar vasitəsilə tədqiq olunan məsələlərin həllinin düyün nöqtələrindəki təqribi qiymətləri tapılır.

2. Törəmələrin sonlu fərqlərlə əvəz olunması [1], [2].

Tutaq ki,

$$y' = f(x, y) \qquad (1)$$

bir tərtibli qeyri-xətti diferensial tənliyin elə həllini tapmaq tələb olunur ki, aşağıdakı başlanğıc şərtini ödəsin:

$$y(x_0) = y_0 . \qquad (2)$$

(1), (2) məsələsinin ədədi həlli üçün ən çox tətbiq edilən və kifayət qədər ümumi olan sxemlərdən biri

$$\sum_{i=0}^{k} a_{-i} y_{j-i} = h \sum_{i=0}^{k} b_{-i} f(x_{j-i}, y_{j-i}) \qquad (3)$$

düsturu ilə təyin olunur. Buna sonlu-fərqlər üsulu və ya sonlu-fərqlər sxemi deyilir.

Burada $a_0 \neq 0, b_0 = 0$ olduqda (3) düsturuna aşkar və ya ekstrapolyasiya, $a_0 = 0, b_0 \neq 0$ olduqda isə qeyri-aşkar və ya interpolyasiya düsturu deyilir.

(1), (2) məsələsini (3) sxemi ilə approksimasiya etdikdə baxılan xəta

$$r_j = \sum_{i=0}^{k} \frac{a_{-i} y(x_{j-i})}{h} - \sum_{i=0}^{k} b_{-i} f[x_{j-i}, y(x_{j-i})]$$

düsturu ilə təyin olunur. Harada ki, $y(x_j)$ dəqiq həllin x_j nöqtəsində qiymətidir.

Əgər

$$\lim_{h \to 0} \max_{x_0 < x_j \le x_0 + X} \left| r_j \right| = 0,$$

onda deyilir ki, (3) sxemi (1), (2) məsələsini approksimasiya edir.

3. Fərqlər sxeminin dayanıqlığı [1], [2].

Tutaq ki, G n-ölçülü Evklid fəzasında sərhədi $\Gamma = \{\Gamma_i\}, \ i = \overline{1, m}$ olan oblastdır və

$$L(u) = f \qquad (1)$$

diferensial tənliyinin G oblastında təyin olan elə həlli axtarılır ki,

$$l_i(u) = \varphi_i \quad (i = 1, 2, ..., m) \qquad (2)$$

sərhəd şərtləri ödənsin. Burada f funksiyası G-də, φ_i isə

Γ_i-də verilmiş funksiyalardır; L və l-diferensial operatorlardır.

Qapalı $G+\Gamma$ oblastında hər bir h $(0<h<h_0)$ üçün çoxluq təyin edilir, şəbəkə adlandırılır və G_h ilə işarə edilir.

(1) tənliyinə qarşı

$$L_h u_h = f_h \tag{3}$$

fərqlər tənliyi qoyulur. (2) sərhəd şərtlərinə qarşı

$$l_{ih} u_h = \varphi_{ih} \quad (i=1,2,...,m) \tag{4}$$

sərhəd fərqlər şərtləri qoyulur.

(3) fərqlər tənliyinə, (4) fərqlər-sərhəd şərtləri ilə birlikdə (1), (2) məsələsinə uyğun fərqlər sxemi deyilir.

(3), (4) fərqlər sisteminin u_h həlli tənliyin və sərhəd şərtlərinin sağ tərəflərindən h-a nəzərən müntəzəm olaraq kəsilməz asılıdır.

Göstərmək olar ki, (3), (4) fərqlər sxemi xəttidirsə və onun həlli müəyyən şərtləri ödəyirsə, onda sxem korrekt olar. Əgər (3), (4) fərqlər sxeminin həlli varsa, onda bu sxemin sağ tərəfə və sərhəd şərtlərinə nəzərən dayanıqlığının tərifi verilir. Əgər fərqlər sxemində sərhəd şərtləri başlanğıc şərtlərlə əvəz edilsə, onda eyni qayda ilə başlanğıc şərtlərə nəzərən dayanıqlığın tərifi də verilir.

Nəhayət, qeyd etmək lazımdır ki, əgər fərqlər sxemi həm tənliyin sağ tərəfinə və həm də sərhəd şərtlərinin hamısına nəzərən dayanıqlıdırsa, onda sxem korrekt olar.

4. Fərqlər sxeminin dayanıqlığı ilə yığılması arasında əlaqə [1], [2].

Burada fərqlər sxeminin korrektliyi ilə yığılması arasında əlaqə verilir. (3), (4) fərqlər sxeminin yığıldığını göstərmək üçün bu sxemin korrektliyini göstərmək kifayətdir. Əgər məsələnin sərhəd şərtləri xətasız approksimasiya olunursa, onda sxemin yığıldığını göstərmək üçün sağ tərəfə nəzərən dayanıqlığını göstərmək kifayətdir. Əgər sərhəd şərtlərinin bəzisi xətasız approksimasiya olunursa, onda sxemin dayanıqlığını sağ tərəfə və yerdə qalan sərhəd şərtlərinə görə isbat etmək kifayətdir.

5. Şəbəkə üsulu [1], [2], [3].

Üsulun ideyası ondan ibarətdir ki, diferensial tənliyə daxil olan funksiyaların təyin oblastı

$$x = x_i = x_0 + ih \qquad (i = 0, \pm 1, \pm 2, ...),$$

$$y = y_j = y_0 + jl \qquad (j = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$$

paralel düz xətlərlə şəbəkələrə bölünür və beləliklə, oblast bu düz xətlərin kəsişmə nöqtələri çoxluğu ilə əvəz edilir. Sonra isə diferensial tənlikdə (x, y) nöqtəsi (x_i, y_j) nöqtəsilə və bu nöqtələrdəki törəmələr uyğun sonlu fərqlərlə əvəz edilir. Beləliklə, cəbri tənliklər sistemi alınır. Bu sistemin həlli tədqiq olunan məsələnin həllinin düyün nöqtələrindəki təqribi qiymətləri kimi götürülür.

Şəbəkə üsulu fənnin tədrisində müxtəlif məsələlərin həllinə tətbiq edilir. Baxılan məsələlərin həllinin varlığı və yeganəliyi fərz edilir. Üsulun xətası dedikdə həm tənliyi və həm də sərhəd şərtlərini approksimasiya etdikdə buraxılan xəta nəzərdə tutulur. Köməkçi lemmalar isbat edilir. Bundan əlavə isbat edilir ki, adi iterasiya üsulu ilə qurulan ardıcıl yaxınlaşmalar bu sistemin həllinə yığılır.

Diferensial tənliyi approksimasiya etdikdə buraxılan xətanın qiymətləndirilməsi verilir.

6. Düz xətlər üsulu [1], [2], [4].

Şəbəkə üsulunu xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün qoyulmuş məsələlərin həllinə tətbiq etdikdə, məsələyə daxil olan törəmələr sonlu fərqlərlə əvəz edilir və cəbri tənliklər sistemi alınır. Bu sistemin həlli tədqiq olunan məsələnin həllinin düyün nöqtələrindəki təqribi qiymətləri kimi götürülür. Düz xətlər üsulunda şəbəkə üsulundan fərqli olaraq bir dəyişənə nəzərən törəmələr sonlu fərqlərlə əvəz edilir və adi diferensial tənliklər sistemi alınır. Alınan sistemin həlli tədqiq olunan məsələnin həllinin xətlər üzərindəki təqribi qiymətləri kimi götürülür.

7. Düz xətlər üsulunun Puasson tənliyi üçün Dirixle məsələsinin həllinə tətbiqi [1], [2].

Burada Puasson tənliyi üçün Dirixle məsələsinə baxılır. Tutaq ki,

$$G = \{x_0 \le x \le x_0 + X\,, y_0 \le y < y_0 + Y\}$$

oblastında

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y) \qquad (1)$$

tənliyinin aşağıdakı şərtləri:

$$\begin{aligned} &u(x, y_0) = \varphi_0(x),\ u(x, y_0 + Y) = \varphi_1(x) \quad (0 \le x \le x_0 + X), \\ &u(x_0, y) = \psi_0(y),\ u(x_0 + X, y) = \psi_1(y)\ (y_0 < y < y_0 + Y) \end{aligned} \qquad (2)$$

ödəyən həllini tapmaq tələb olunur. Harada ki, $\varphi_i(x), \psi_i(y)$ $(i = 0,1)$ verilmiş funksiyalardır.

Burada bir dəyişənə nəzərən törəmələr sonlu fərqlərlə əvəz edilir və bircins olmayan adi diferensial tənliklər sistemi alınır. Sonra diferensial tənliklər sisteminə uyğun bircins sistemə baxılır və n-xətti asılı olmayan xüsusi həlləri tapılır. Bu həllərin xətti kombinasiyası diferensial tənliklər sisteminin ümumi həlli olur. Diferensial tənliklər kursundan məlum olan sabitin variasiya üsulunu tətbiq edib, bircins olmayan məsələnin həllini də tapmaq olar.

Həmçinin, burada konkret misal üzərində göstərilir ki, Puasson tənliyini approksimasiya etdikdə alınan sistemi mürəkkəbləşdirməklə approksimasiya tərtibini artırmaq olar.

8. Düz xətlər üsulunun yığılması [1], [2].

Burada göstərilir ki, $u(x, y)$ həllinin G oblastında y-ə nəzərən üçüncü tərtib daxil olmaqla kəsilməz törəmələri varsa, h-ın münasib seçimindən asılı olaraq məsələnin təqribi həlli dəqiq $u(x, y)$ həllinə yığılır.

9. Simin rəqs tənliyinin həlli üçün bir aşkar sxem [1], [2], [5].

Burada $G = \{0 \le x \le X,\ 0 \le t < \infty\}$ oblastında

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t) \qquad (1)$$

tənliyinin aşağıdakı şərtləri ödəyən həllinin tapılmasına baxılır :

$$\left.\begin{aligned} &u(x,0)=\varphi_1(x),\ \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_2(x)\quad (0\le x\le X),\\ &u(0,t)=\psi_1(t),\ u(X,t)=\psi_2(t)\quad\ (0\le t<\infty). \end{aligned}\right\}\qquad (2)$$

Harada ki, $\varphi_i(x),\psi_i(t)\ (i=1,2)$ verilən funksiyalardır.

Baxılan parçada düyün nöqtələri götürülür, düz xətləri çəkilir, bir dəyişənə nəzərən törəmələri sonlu fərqlərlə əvəz edilir və adi diferensial tənliklər sistemi alınır. Bu sxem vasitəsilə alınan köməkçi məsələ tədqiq olunan məsələni $O(h^2)$ tərtibdən approksimasiya edir.

10. Simin rəqs tənliyinin həlli üçün bir qeyri-aşkar sxem [5].

Burada simin rəqs tənliyinin həlli üçün bir qeyri-aşkar sxem qurulur. Onun dayanıqlı olması üçün parametrlərinə müəyyən şərt qoyulur.

Sıfırıncı və birinci laylarda həllin qiymətləri hesablanır. Hər k-cı $(k=2,3,\dots,M)$ layında isə $u_{i,k+1}\ (i=1,2,\dots,N-1)$ nəzərən qovma üsulu ilə tənliklər sistemi həll edilir.

11. Membranın rəqs tənliyinə şəbəkə üsulunun tətbiqi [5].

Bircins dördbucaqlı membranın rəqs tənliyi üçün aşağıdakı məsələyə baxılır:

$$u_{tt}=c^2(u_{xx}+u_{yy})+f(x,y,t),\ 0<x<a,\ 0<y<b, 0<t<T\ , \quad (1)$$

$$u(x,y,0)=\mu(x,y),\ \ 0<x<a,\ 0<y<b, \qquad (2)$$

$$u_t(x,y,0)=\mu_0(x,y),\ \ 0<x<a,\ 0<y<b, \qquad (3)$$

$$u(0,y,t)=\mu_1(y,t),\ u(a,y,t)=\mu_2(y,t),\ 0\le y<b,\ 0\le t\le T,$$
$$u(x,0,t)=\mu_3(x,t),\ u(x,b,t)=\mu_4(x,t),\ 0\le x<a,\ 0\le t\le T. \quad (4)$$

Şəbəkə oblastı qurulur. (x_i,y_j,t_k) nöqtələri verilir. $u_{i,j,k}\approx u(x_i,y_j,t_k)$ əvəzləməsi aparılır. Törəmələri sonlu fərqlərlə əvəz etdikdə (1) tənliyi üçün approksimasiya tərtibi $O(h_x^2+h_y^2+\tau^2)$ olan fərqlər tənliyi alınır.

Sıfırıncı $(k=0)$ layda həll (2) başlanğıc şərtindən alınır. Həlli birinci $(k=1)$ layda tapmaq üçün t dəyişəninə nəzərən $t=0$ ətrafında Teylor sırasına ayırmadan istifadə olunur. Başlanğıc və sərhəd şərtlərini nəzərə alaraq birinci layda həllin təqribi qiymətləri tapılır. Sonra isə digər $(k>0)$ laylarda qiymətlərin hesablanması üçün düsturlar çıxarılır. Beləliklə, simin rəqs tənliyinin həlli üçün aşkar sxemə analoji olaraq, burada da tədqiq edilən məsələnin həlli aşkar fərqlər sxeminə gətirilir. Aşkar sxem üçün dayanıqlıq şərti verilir.

12. İstilikkeçirmə tənliyi üçün bir fərq sxemi [1], [2].

Burada $G=\{0\le x\le X,\ t\ge 0\}$ oblastında aşağıdakı qarışıq məsələyə baxılır:

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=f(x,t), \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} u(x,0)=\varphi(x), \quad (0\le x\le X), \\ u(0,t)=\psi_1(t),\ u(X,t)=\psi_2(t) \end{array}\right\} \quad (2)$$

Harada ki, $\varphi(x),\psi_i(t)$ $(i=1,2)$ verilmiş funksiyalardır.

Baxılan parçada düyün nöqtələrini götürsək, düz xətlərini çəksək, bir dəyişənə nəzərən törəmələri sonlu fərqlərlə əvəz edib adi diferensial tənliklər sistemini alırıq. Bu qayda ilə alınan köməkçi məsələ (1), (2) məsələsini $O(h^2)$ tərtibdən approksimasiya edir. Burada Puasson tənliyində olduğu kimi approksimasiya tərtibini artırmaq olar. Alınan sistemi həll etmək üçün ilk öncə tənliyə uyğun bircins məsələnin xüsusi həlli tapılır. Həmin bircins məsələnin ümumi həlli tapıldıqdan sonra baxılan məsələnin həllini sabitin variasiya üsulunu tətbiq etməklə tapmaq olar.

13. Birölçülü tənlik üçün qeyri-aşkar sxem [5].

Şəbəkə oblastı qurulur. $(x_i, t_k)\ i = 0,.., N,$ $k = 0,..., M$ nöqtələri verilir. Bircins mühitdə approksimasiya tərtibi $O(\tau + h^2)$ olan xətti istilikkeçirmə sərhəd məsələsi üçün qeyri-aşkar sxem qurulur. Sıfırıncı layda $u_{i,0}$ naməlum funksiyasının qiymətləri başlanğıc şərtdən tapılır. Digər laylarda funksiyanın qiymətləri qovma üsulu ilə tapılır.

Bircins mühitdə xətti istilikkeçirmə sərhəd məsələsinə baxılır:

$$u_t = \bar{k} u_{xx} + f(x),\ \bar{k} > 0,\ 0 < x < a,\ 0 < t < T\ , \qquad (1)$$

$$u(x,0) = \mu(x),\ 0 \le x \le a\ , \qquad (2)$$

$$u(0,t) = \mu_1(t),\ u(a,t) = \mu_2(t),\ 0 \le t \le T. \qquad (3)$$

(3) sərhəd şərtləri birinci növ sərhəd şərtləri adlanır və $[0, a]$ parçasının uclarında temperaturun t zamanından asılılığını müəyyən edir.

İkinci növ sərhəd şərtləri

$$u_x(0,t) = \mu_1(t),\ u_x(a,t) = \mu_2(t) \qquad (4)$$

$[0,a]$ parçasının uclarında istilik axınlarının verilməsini təyin edir.

Əgər sərhədlərdə ətraf mühitlə xətti istilik mübadiləsi olarsa, onda üçüncü növ sərhəd şərtləri verilir:

$$u(0,t)+\alpha_1 u_x(0,t)=\mu_1(t),\ u(a,t)+\alpha_2 u_x(a,t)=\mu_2(t)\,. \qquad (5)$$

14. İkiölçülü tənlik üçün qeyri-aşkar üsul [5].

Dördbucaqlı oblastda sabit əmsallı ikiölçülü istilikkeçirmə tənliyi üçün birinci sərhəd məsələsinə baxılır:

$$u_t=\bar{k}(u_{xx}+u_{yy})+f(x,y,t),$$

$$\bar{k}>0,\ 0<x<a,\ 0<y<b,\ 0<t\le T, \qquad (1)$$

$$u(x,y,0)=\mu(x,y),\ 0\le x\le a,\ 0\le y\le b, \qquad (2)$$

$$u(0,y,t)=\mu_1(y,t),\ u(a,y,t)=\mu_2(y,t),\ 0\le y\le b,\ 0\le t\le T,$$

$$u(x,0,t)=\mu_3(x,t),\ u(x,b,t)=\mu_4(x,t),\ 0\le x\le a,\ 0\le t\le T\,. \qquad (3)$$

Şəbəkə oblastı qurulur. (x_i,y_j,t_k) nöqtələri verilir. İkiölçülü hal üçün qeyri-aşkar fərqlər sxemi ümumiləşdirilir. $u_{i,j,k}$ şəbəkə funksiyası üçün (2), (3) şərtlərindən alınan şərtlər yazılır. Sıfırıncı layda (2)-dən $u_{i,j,0}$-ın qiymətləri alınır. Sərhəd şərtlərini nəzərə alaraq approksimasiya tərtibi $O(\tau+h_x^2+h_y^2)$ və ya $O(\tau^2+h_x^2+h_y^2)$ olan dayanıqlı fərqlər sxemi alınır. Axtarılan funksiyanın qiymətlərini digər $(k=1,2,\ldots,M)$ laylarda tapmaq üçün isə hər layda Qauss üsulunu tətbiq etmək olar.

15. Düz xətlər üsulunun xətasının qiymətləndirilməsi [1], [2].

Üsulun xətası aşağıdakı düsturla qiymətləndirilir:

$$\sum_{k=1}^{n-1}\varepsilon_k^{(2)}(t)\le(e^t-1)\sum_{k=1}^{n-1}\max_t R_k^2(t)\le c(e^t-1)h^3,\ c=const\,.$$

Düz xətlər üsulunu xüsusi törəməli diferensial tənliklərə tətbiq etdikdə hansı dəyişənə nəzərən bu üsulun tətbiq edildiyinə xüsusi diqqət yetirmək lazımdır. Bu üsul arqumentə nəzərən elə tətbiq edilir ki, alınan diferensial tənliklər sistemi ya dəqiq həll edilsin, ya da, heç olmasa, sadə şəkil alsın. Düz xətlər üsulunu simin rəqs tənliyinə x-ə nəzərən tətbiq etdikdə iki tərtibli diferensial tənliklər sistemi üçün Koşi məsələsi alınır, y-ə nəzərən tətbiq etdikdə isə sərhəd məsələsi alınır. Məlumdur ki, birinci halda məsələ nisbətən asan həll edilir. İstilikkeçirmə tənliyi üçün x-ə nəzərən düz xətlər üsulunu tətbiq etdikdə bir tərtibli tənliklər sistemi alınır, t-yə nəzərən tətbiq etdikdə isə iki tərtibli diferensial tənliklər sistemi üçün sərhəd məsələsi alınır.

Əsas ədəbiyyat

1. Məmmədov Y.C. Təqribi hesablama üsulları. Бакы, «BDU», 2008, 288 s.
2. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. «Физматгиз», т.2, 1962, 620 стр.
3. Бахвалов Н.С. Численные методы. Москва, «Наука», 1973, 631 стр.
4. Вержбицкий В.М. Численные методы. Москва, «Высшая школа», 2001, 382 стр.
5. Соболь Б.В., Месхи Б.Ч., Пешхоев И.М. Практикум по вычислительной математике. Ростов-на-Дону, «Феникс», 2008, 344 стр.

Əlavə ədəbiyyat

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. Москва, «Наука», 1989, 432 стр.
2. Мак-Кракен Д., Дорн У. Численные методы и программирование на ФОРТРАНе. Москва, «Мир», 1977, 584 стр.
3. Richard L. Burden, J.Douglas Faires Numerical Analysis. India, Cengage learning, 7-th edition, 2001, 850 pp.
4. Hairer E., Lubich C., Wanner G. Geometric Numerical Integration. Germany, Springer, 2002, 644 pp.
5. Quarteroni A., Sacco R., Saleri F. Numerical Mathematics. Germany, Springer, 2007, 656 pp.

Fərdi islərin mövzuları:

1. Xüsusi törəməli diferensial tənliklər haqqında ümumi məlumat.
2. Törəmələrin sonlu fərqlərlə əvəz olunması.
3. Fərqlər sxeminin dayanıqlığı.
4. Fərqlər sxeminin dayanıqlığı ilə yığılması arasında əlaqə.
5. Şəbəkə üsulu.
6. Düz xətlər üsulu.
7. Düz xətlər üsulunun Puasson tənliyi üçün Dirixle məsələsinin həllinə tətbiqi.
8. Düz xətlər üsulunun yığılması.
9. Simin rəqs tənliyinin həlli üçün bir aşkar sxem.

10. Simin rəqs tənliyinin həlli üçün bir qeyri-aşkar sxem.
11. Membranın rəqs tənliyinə şəbəkə üsulunun tətbiqi.
12. İstilikkeçirmə tənliyi üçün bir fərq sxemi.
13. Birölçülü tənlik üçün qeyri-aşkar sxem.
14. İkiölçülü tənlik üçün qeyri-aşkar üsul.
15. Düz xətlər üsulunun xətasının qiymətləndirilməsi.