Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi

Bakı Dövlət Universiteti

MAGİSTRATURA PİLLƏSİ ÜÇÜN

İXTİSAS- Hesablama riyaziyyatı

FƏNN-Adi diferensial tənliklərin ədədi həll üsulları

Bakı 2022

Mövzu üzrə saatların bölgüsü

№	Mövzular	Müh. saat. miq.	Məş. saat. miq.
1	Eyler üsulunun modifikasiyaları haqqında.	2	2
2	Runqe-Kutta üsulu, Eyler üsulunun bir inkişaf forması kimi.	2	1
3	Qeyri-aşkar və yarım aşkar Runqe-Kutta üsulları.	2	2
4	Sonlu fərqlər üsulu (Adams üsullarının ümumiləşməsi).	2	-
5	Çoxaddımlı üsulların əmsalları üçün bəzi məhdudiyyət şərtləri.	2	-
6	Dayanıqlı aşkar və qeyri-aşkar üsullar və onların dərəcələrinin ən böyük qiyməti.	2	2
7	Sabit əmsallı k-addımlar üsulunun əmsalları üzərinə qoyulan təbii şərtlər.	2	-
8	Çoxaddımlı üsulların bəzi əmsallarının işarəsinin təyini.	1	-
9	İrəliyə qaçma üsulları haqqında ümumi məlumat.	2	-
10	İrəliyə qaçma üsullarına proqnoz-korreksiya sxemlərinin tətbiqi.	2	2
11	Hibrid üsulları haqqında ümumi məlumat.	2	-
12	Yüksək dəqiqliyə malik hibrid	3	3

	üsulların qurulması və onların birinci tərtib adi diferensial tənliklərin həllinə tətbiqi.		
13	İkinci tərtib adi diferensial tənliklərin ədədi həllinə hibrid üsulların tətbiqi.	2	3
14	İkinci tərtib çoxaddımlı üsullar haqqında ümumi məlumat.	2	-
15	İkinci tərtib Adams tipli üsullar.	2	-
	Cəmi	30	15

Elmi redaktor: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının müdiri, f.r.e.d., prof. Mehdiyeva Qalina Yuryevna.

Tərtib edənlər: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının əməkdaşları f.r.e.d., prof. Mehdiyeva Qalina Yuryevna, f.r.e.n., baş müəllim Şəfiyeva Gülşən Xaliq qızı.

Rəyçilər: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının professoru, f.r.e.d. İbrahimov Vaqif Rza oğlu, Azərbaycan Dövlət Pedaqoji

Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı və informatika» kafedrasının müdiri, f.r.e.n. Tağıyeva Zemfira Əsgər qızı.

GİRİŞ

1. «Adi diferensial tənliklərin ədədi həll üsulları» fənninin məqsədi adi diferensial tənliklərin ədədi həlli haqqında magistrlara geniş məlumat vermək və onların müqayisəsi üçün bəzi zəruri əlamətləri şərh etmək. Bu üsulların tətbiqini magistrlara öyrətmək və konkret model məsələlərin köməyi ilə əldə olunan bilikləri möhkəmləndirmək.

Adi diferensial tənliklər üçün ədədi həll üsulları dedikdə, adətən, biraddımlı və çoxaddımlı üsullar başa düşülür. Bu üsulların hər biri digərinə nisbətən müsbət və mənfi xüsusiyyətlərə malikdir. Buna görə də, bir çox alimlər belə qərara gəldilər ki, bu üsulların kəsişməsində yerləşən üsullar qursunlar. Başqa sözlə, elə üsullar qursunlar ki, bu üsullar biraddımlı və çoxaddımlı üsulların müsbət xüsusiyyətlərinə malik olsun. Bu üsulları hibrid üsullar adlandırdılar.

Fənnin vəzifəsi biraddımlı və çoxaddımlı üsulların qurulması zamanı üzə çıxan müəyyən çətinlikləri magistrlara göstərmək, praktik məsələlərin həlli zamanı bu çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün proqnoz-korreksiya üsulundan istifadəni izah etmək. Yuxarıda qeyd edilən üsulların dərəcəsinin ən böyük qiymətinin təyini haqqında teoremləri isbat etmək. Daha geniş dayanıqlıq oblastına malik üsulların qurulması haqqında məlumat vermək. Həmçinin, magistrlara ikinci tərtib çoxaddımlı üsulların tədqiqi haqqında məlumat vermək, onların birinci və ikinci tərtib adi diferensial tənliklərin həllində istifadəsini nümayiş etdirmək. Daha dəqiq üsulların qurulması üçün hibrid üsulların tədqiqinə baxmaq, bu üsulların üstün cəhətlərini izah etmək və konkret misallar üzərində nümayiş etdirməkdir.

2. Magistrlar diferensial tənliklərin ədədi həll üsullarını öyrənən zaman, əvvəlcə bu üsulların axtarılması zərurətini araşdırıb bilməlidirlər.

3. Magistrlar diferensial tənliklərin ədədi həll üsullarına dərindən yiyələnərək, bu üsullarla hesablama düsturlarını almağı, xətaları hesablamağı bacarmalıdırlar. Onlar bu üsullar üçün müasir proqramlaşdırma dillərində proqramlar quraraq onları kompyuterdə realizə etməyi bacarmalıdırlar.

4. Magistrlar diferensial tənliklərin ədədi həll üsullarını müxtəlif məsələlərinin həllinə tətbiq etmək vərdişlərinə yiyələnməlidirlər. Hesablama təcrübəsində məsələnin qoyuluşu, hesablama prosesinin planlaşdırılması, hesablama nəticələrinin emalı kimi vərdişlərə yiyələnməlidirlər.

5. «Adi diferensial tənliklərin ədədi həll üsulları» fənni magistrlara mühazirə və məşğələ dərslərində I kursun I semestrində 30 saat mühazirə və 15 saat məşğələ olmaqla 45 saat həcmində tədris olunur.

1. Eyler üsulunun modifikasiyaları haqqında [1, 3, 4, 7].

Funksiyanın ixtiyari nöqtəsindəki qiymətini tapmaq üçün həmin funksiyanın yalnız bir (əvvəlki) nöqtəsindəki qiymətindən istifadə edən ədədi üsullar biraddımlı adlanır. Eyler üsulu ən sadə biraddımlı ədədi üsuldur. Eyler üsulunu birinci tərtib Runqe-Kutta üsulu da adlandırırlar. Onun mənfi cəhətləri aşağıdakılardır:

1) dəqiqliyin aşağı olması;
2) səhvlərin sistemli toplanması.

Eyler üsulunun birinci təkmilləşmiş forması birinci tərtib dəqiqliyi ilə qeyri-aşkar (və ya tərsinə) Eyler üsuludur.

Digər Eyler üsulunun modifikasiyası ikinci tərtib dəqiqliyi ilə qeyri-aşkar Eyler-Koşi (və ya trapeslər) üsuludur.

Aşkar Eyler üsulunun qeyri-aşkar Eyler-Koşi (və ya trapeslər) üsulu ilə kombinasiyası formal ikinci tərtib dəqiqliyi ilə hibrid Hoyn üsulunu verir. Ancaq bu üsul yuxarıda şərh edilən üsullardan daha dəqiqdir.

Aydındır ki, daha böyük dəqiqlik əldə etmək üçün trapeslər üsulunun köməyi ilə bir yox, bir neçə iterasiya etmək lazımdır. Belə seçim Eyler üsulunun və trapeslər üsulunun birgə istifadə edilməsi təkmilləşmiş iterasiyalı Eyler-Koşi üsulu adlanır.

Eyler üsulunun digər təkmilləşmiş növü proqnoz-korreksiya üsulu adlanır. Burada hesablamalar ikinci tərtib dəqiqliyi ilə iki mərhələdə aparılır.

2. Runqe-Kutta üsulu, Eyler üsulunun bir inkişaf forması kimi [3, 7].

Geniş yayılmış biraddımlı üsullar Runqe-Kutta üsulları adlanır.

Bu üsulların aşkar üstünlüyü ondan ibarətdir ki, hesablamaların başlanması üçün başlanğıc şərtlərdən əlavə heç bir digər məlumat tələb edilmir.

Mənfi cəhətlərinə isə sağ tərəfdəki funksiyanın qiymətini təkrar hesablanması zərurətini aid etmək olar, bu isə çox vaxt tələb edir.

Eyni tərtibdə Runqe-Kutta üsulunun müxtəlif modifikasiyaları mövcuddur. Qeyd edək ki, Eyler üsulu dəqiqliyi birinci tərtib olan Runqe-Kutta üsulu adlanır. Eylerin təkmilləşmiş düsturlarını isə dəqiqliyi ikinci tərtib olan Runqe-Kutta üsulları adlandırmaq olar.

Adətən, Runqe-Kutta üsullarının dəqiqliyini göstərmək üçün tərtib anlayışından istifadə edirlər.

3. Qeyri-aşkar və yarım aşkar Runqe-Kutta üsulları [3, 7].

Əgər $i \le j$ olduqda $\beta_{i,j} = 0$ şərti ödənirsə, onda Runqe-Kutta üsulu aşkar Runqe-Kutta üsulu olur.

Əgər $i > j$ olduqda $\beta_{i,j} = 0$ şərti ödənirsə (heç olmasa bir diaqonal elementi üçün $\beta_{i,j} \ne 0$ ödənsin), onda yarım-aşkar və ya diaqonala görə qeyri-aşkar Runqe-Kutta üsulu alınır. Qalan bütün hallarda isə qeyri-aşkar Runqe-Kutta üsulu olur. Aşkar Runqe-Kutta üsulları klassik üsullar sayılır, çünki məhz belə üsulları Runqe və Kutta qurmuşlar.

Qeyd edək ki, qeyri-aşkar Runqe-Kutta üsulları müvafiq aşkar Runqe-Kutta üsullarından daha dəqiqdilər, çünki onların daha çox parametrləri var. Lakin hesablayıcı alqoritm bu zaman çox çətinləşir, ona görə ki, əmsalların tapılması üçün iterasiya üsullarından istifadə etmək lazım gəlir.

Qeyri-aşkar Runqe-Kutta üsulu üçün tərtib anlayışı aşkar Runqe-Kutta üsulunun tərtib anlayışı ilə eynidir.

4. Sonlu fərqlər üsulu (Adams üsullarının

ümumiləşməsi) [1, 2, 6].

Funksiyanın ixtiyari nöqtəsindəki qiymətini tapmaq üçün həmin funksiyanın bir neçə (əvvəlki) nöqtəsindəki qiymətlərindən istifadə edən ədədi üsullar çoxaddımlı adlanırlar.

Çoxaddımlı üsullardan geniş yayılmışı Adamsın sonlu fərqlər üsuludur.

Aşkar və qeyri-aşkar Adams üsulları mövcuddur. Aşkar Adams üsulunun əmsallarının köməyi ilə qeyri-aşkar Adams üsulunun əmsallarını tapmaq olar və əksinə.

Bir çox müəlliflər aşkar üsulu Adamsın ekstrapolyasiya üsulu, qeyri-aşkarı isə Adamsın interpolyasiya üsulu adlandırırlar.

Eyni dəqiqliyə məxsus Adams və Runqe-Kutta üsullarını müqayisə edərkən Adams üsulunun daha qənaətcil olduğunu qeyd edirik, çünki o sağ tərəfdəki f funksiyasının qiymətinin yalnız bir dəfə hesablanmasını tələb edir. Lakin Adams üsulu onunla əlverişsizdir ki, hesablamanı yalnız bir məlum y_0 qiymətinə görə başlamaq mümkün deyil. Həmçinin, Adams üsulu h addımını hesablama prosesində dəyişməyə imkan vermir. Biraddımlı üsullar bu çatışmamazlıqdan məhrumdurlar.

5. Çoxaddımlı üsulların əmsalları üçün bəzi məhdudiyyət şərtləri [2, 3, 6, 7, 13].

Çoxaddımlı xətti üsulları ümumi formada aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$y_{i+1} = \sum_{j=1}^{k} \alpha_j y_{i+1-j} + h \sum_{j=1}^{k} \beta_j f(x_{i+1-j}, y_{i+1-j}). \qquad (1)$$

(1) ailəsinə aid olan bütün üsullarda α_j əmsalları aşağıdakı şərtləri ödəməlidir:

$$\sum_{j=1}^{k} \alpha_j = 1, \qquad (2)$$

$$\sum_{j=0}^{k} \beta_j = \sum_{j=1}^{k} j\alpha_j \ . \qquad (3)$$

(2),(3) şərtləri (1) xətti çoxaddımlı üsulların əmsallarının üzərinə qoyulan zəruri şərtlər adlandırılır.

6. Dayanıqlı aşkar və qeyri-aşkar üsullar və onların dərəcələrinin ən böyük qiyməti [2, 7, 8, 13].

Adams üsullarının ümumiləşməsi nəticəsində yaranan çoxaddımlı üsulları aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i y_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k} \beta_i f_{n+i} \qquad (n = 0,1,2,...)\,. \qquad (1)$$

(1) çoxaddımlı üsuluna çox zaman k-addımlar üsulu deyirlər. Bu üsul α_k və β_k-nın qiymətlərindən asılı olaraq müxtəlif xüsusiyyətlərə malik olur. Belə ki, (1) sabit əmsallı k-addımlar üsulu:

I. $\alpha_k \neq 0,\ \beta_k = 0$ olduqda aşkar üsul,

II. $\alpha_k \neq 0,\ \beta_k \neq 0$ olduqda qeyri-aşkar üsul,

III. $\alpha_k = 0,\ \beta_k \neq 0$ olduqda isə irəliyə qaçma üsulu adlanır.

Əgər üsulun dərəcəsi və başlanğıc verilənlərin tərtibi p-yə, yuvarlaqlaşdırma xətasının tərtibi isə $p+1$-ə bərabərdirsə, onda üsul dayanıqlı olduqda onun yığılma sürətinin tərtibi də p-yə bərabər olacaq.

7. Sabit əmsallı k-addımlar üsulunun əmsalları üzərinə qoyulan təbii şərtlər [2, 3, 6, 7, 13].

Aydındır ki, k-addımlar üsulunun dəqiqliyi onun əmsallarından və k kəmiyyətinin qiymətindən asılıdır.

Əgər k-addımlar üsulunun əmsalları üzərinə heç bir şərt qoymadan onun dərəcəsi p ilə tərtibi k arasındakı əlaqəni müəyyənləşdirmək mümkündürsə, onda üsulun dərəcəsi ilə əmsalları arasında əlaqəni tapmaq olar. Sabit əmsallı k-addımlar üsulunun əmsalları üzərinə qoyulan təbii şərtlər ilk dəfə 1956-cı ildə Q.Dalkvist tərəfindən təklif edilmişdir.

Qeyd edək ki, sabit əmsallı k-addımlar üsulunun tətbiqində əsas xüsusiyyətlərdən biri onun dayanıqlı olmasıdır. Buna görə də, dayanıqlı üsullar üçün dərəcə ilə tərtib arasındakı əlaqənin tapılması aktual məsələyə çevirildi.

Bu məsələ aşkar üsullar üçün $k \leq 10$ olduqda M.S.Baxvalovun 1955-ci ildəki məqaləsində, $k > 10$ olduqda aşkar üsullar üçün və k-nın ixtiyarı qiymətində qeyri-aşkar üsullar üçün Q.Dalkvistin 1956-cı ildəki məqaləsində öz həllini tapmışdır.

8. Çoxaddımlı üsulların bəzi əmsallarının işarəsinin təyini [2, 7].

Üsulun dərəcəsinin p olmasından h-ın qeyd olunmuş qiymətində hesablama apardıqda alınan qiymətin xətasının $O(h^p)$ olacağını demək olmaz. Bu xəta adətən h-ın kafi qədər kiçik qiymətlərində alınır. h-ın qeyd olunmuş qiymətində xətanın sərhəddini təyin etmək üçün iki tərəfli ədədi üsullardan istifadə edirlər.

İki tərəfli ədədi üsulların qurulmasında β_k əmsalının işarəsinin təyin olunması əsas məsələlərdən biridir.

9. İrəliyə qaçma üsulları haqqında ümumi məlumat [3, 4, 7].

İrəliyə qaçma üsullarını ümumi formada aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\sum_{i=0}^{k-m} \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^{k} \beta_i f_{n+i}, \qquad m > 0. \tag{1}$$

İrəliyə qaçma üsullarının bəzi xüsusiyyətləri onların geniş tətbiqinə mane olur. Məsələn, geniş tətbiq oluna bilməməsinin əsas səbəbi belə üsullarda Koşi məsələsinin həlli olan $y(x)$ funksiyasının bu üsullar vasitəsi ilə tapılan qiymətinin növbəti addımlarda tapılmalı olan qiymətlərindən asılı olmasıdır.

İrəliyə qaçma üsullarını həyata keçirərkən onun dəqiqliyinin təyini əsas məsələyə çevirilir. Bu məsələni həll etmək üçün irəliyə qaçma üsulunun dərəcəsi ilə tərtibi arasındakı əlaqə müəyyən edilir. Bunun üçün onun tərtibi məlum hesab edilir.

Qeyd edək ki, bu üsullar dayanıqlı olduqda onların dəqiqlik dərəcələrinin qeyri-aşkar üsulların dəqiqlik dərəcələri ilə eyni olması faktı bu üsulların tətbiqinə mane olan digər səbəblərdəndir.

10. İrəliyə qaçma üsullarına proqnoz-korreksiya sxemlərinin tətbiqi [7].

İrəliyə qaçma üsullarından istifadə olunan zaman yaranan çətinlikləri aradan qaldırmaq məqsədi ilə proqnoz-korreksiya sxemindən istifadə olunması təklif olundu və bu sxemin köməyi ilə dayanıqlı irəliyə qaçma üsullarının dayanıqlıq oblastlarının genişləndirilməsi mümkün oldu.

Proqnoz-korreksiya sxeminin irəliyə qaçma üsullarının tətbiqini sadə misallar üzərində nümayiş etdirmək olar.

11. Hibrid üsulları haqqında ümumi məlumat [7, 8, 13].

XX əsrin ortalarında bir çox alimlər belə qərara gəldilər ki, biraddımlı və çoxaddımlı üsulların müsbət və mənfi xüsusiyyətlərini nəzərə alaraq yeni sinif üsullar hazırlasınlar. Bu üsulları hibrid üsullar adlandırdılar. Qurulmuş hibrid üsullar müvafiq biraddımlı və çoxaddımlı üsullardan daha dəqiq idilər.

Qeyd edək ki, hibrid üsullar fərqli formada yazıla bilər. Əgər sabit əmsallı k-addımlar üsulunda, heç olmasa, bir $chf_{n+\alpha_i}$ $(0<\alpha_i<1)$ tipli hədd iştirak edirsə, onda o hibrid üsuldur. Hibrid üsullar k -addımlar üsulu ilə müqayisədə daha yüksək dəqiqliyə malikdir.

Müxtəlif dəqiqlik dərəcələrinə malik olan hibrid üsulların tədqiqində əsas məsələlərdən biri üsulun əmsallarının hesablanması üçün rekurent münasibətlərin qurulmasıdır.

12. Yüksək dəqiqliyə malik hibrid üsulların qurulması və onların birinci tərtib adi diferensial tənliklərin həllinə tətbiqi [7, 8, 9, 13].

Hibrid üsullar Runqe-Kutta və Adams üsullarının kəsişməsində yerləşən daha əlverişli xüsusiyyətlərə malik olan, həm dayanıqlıq oblastlarının genişlənməsi, həm də dəqiqlik dərəcələrinin qiymətlərinin artırılması kimi üsulların qurulması məqsədi ilə yaradılmışdır.

Təbii ki, bu üsulların hər birinin bəzi üstünlükləri və çatışmamazlıqları var. Adətən, hibrid üsullarını qurarkən çalışırlar ki, onlarda Runqe-Kutta və Adams üsullarının yalnız ən müsbət xüsusiyyətləri cəmləşdirilsin.

Alimlər hibrid üsullar ilə uzun müddətdir ki, məşğul olurlar. Lakin yüksək dəqiqliyə malik hibrid üsulların qurulması bu günədək aktual məsələlərdən biridir.

13. İkinci tərtib adi diferensial tənliklərin ədədi həllinə hibrid üsulların tətbiqi [8, 10, 15].

Aşağıdakı başlanğıc məsələnin ədədi həllinə baxılır:

$$y'' = F(x, y, y'),$$
$$y(x_0) = y_0,\ \ y'(x_0) = y'_0,\ \ x_0 \le x \le X. \qquad (1)$$

Fərz edilir ki, (1) məsələsi $[x_0, X]$ parçasında yeganə həllə malikdir.

Müxtəlif müəlliflərin bir sıra (1) məsələsinin ədədi həllinə həsr olunmuş işləri mövcuddur. Adətən, (1) məsələsinin ədədi həlli zamanı elə üsullar qurulur ki, onların köməyi ilə həm (1) məsələsinin təqribi həllinin qiyməti, həm də onun birinci tərtib törəməsinin təqribi qiyməti tapılsın. Üsulların dəqiqliyi üsulun dərəcəsi anlayışı ilə müəyyən edilir.

Məlumdur ki, hər hansı bir məsələni həll edən zaman onun hədlərinin hansı dəqiqliklə tapılması həm nəzəri, həm də praktik cəhətdən maraq doğurur. Buna görə də, üsulları müqayisə edən zaman onların dayanıqlı və dərəcələrinin yüksək olması əsas əlamət kimi nəzərə alınır. Ümumiyyətlə, dayanıqlı üsulların dərəcələrinin qiymətləri onların yığılma tərtibi kimi qəbul olunur. Dayanıqlı üsulların qurulması üçün alimlər Riçardsonun ekstrapolyasiyalarından, splayn-funksiyalardan, korreksiya üsulundan istifadə etməyi təklif edirlər. Bəzi alimlər (1) məsələsinin ədədi həlli üçün yüksək dəqiqliyə malik olan üsulların qurulması məqsədi ilə hibrid üsullardan istifadə etməyi təklif etmişlər.

14. İkinci tərtib çoxaddımlı üsullar haqqında ümumi məlumat [5, 7, 13].

İkinci tərtib diferensial tənliklər öz tətbiqi əhəmiyyətinə görə son vaxtlar daha çox maraq kəsb edir.

Səma mexanikasının əksər diferensial tənlikləri ikinci tərtib olduğundan bu tənliklər üçün xüsusi üsulların qurulması cəhdləri astronomlar tərəfindən edildiyi təsadüf deyil. S.Ştermer (1907) öz şimal şəfəqi haqqında traktatında ikinci tərtib diferensial tənlik üçün bəzən Ştermer və ya Enke adlanan ilk sadə və dəqiq üsul qurmuşdu.

Xətti çoxaddımlı üsulların yığılması üçün zəruri və kafi şərt onun dayanıqlı olmasıdır.

15. İkinci tərtib Adams tipli üsullar [5, 7, 13].

Tutaq ki, adi diferensial tənlik üçün Koşi məsələsi verilib:

$$y' = f(x, y), \quad y(a) = b. \tag{1}$$

(1) məsələsinin ədədi həlli üçün $y(x_k)$ qiymətləri $x_k = a_0 + kh\,,\ \ h > 0$ düyün nöqtələrində aşağıdakı sonlu fərqlər tənliyindən tapılır:

$$\sum_{\nu=0}^{m} \alpha_\nu y_{k-\nu} = h\sum_{\nu=0}^{m} \beta_\nu f_{k+r-\nu} + h^2 \sum_{\nu=0}^{l} \gamma_\nu g_{k+s-\nu}\ . \qquad (2)$$

$\alpha_\nu\,,\ \beta_\nu\,,\ \gamma_\nu$ əmsallarına və m, n, l, r, s parametrlərinə məsələnin həllinin tapılması, yığılması və maksimal approksimasiyası üçün tələblər qoyulur.

(1) məsələsinin ədədi həlli üçün (2) Adams tipli üsuldur. Tutaq ki, (2) tənliyində $r < 0,\ s < 0$ şərtləri ödənilir, onda aşkar üsullar alınır. (2) tənliyində r, s parametrlərindən biri sıfra bərabərdirsə və s müsbət deyilsə, bu üsulun qeyri-aşkar olması deməkdir. Əgər (2) tənliyində r, s parametrlərindən ən az biri müsbətdirsə, onda irəliyə qaçma üsulu alınır.

Əsas ədəbiyyat

1. Məmmədov Y.C. Təqribi hesablama üsulları. Бакы, «BDU», 2008, 288 s..
2. Dahlquist G. Convergence and stability in the numerical integration of ODEs, Math.Scand, №4, 1956, pp.33-53.
3. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. «Физматгиз», т.2, 1962, 620 стр..
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. Москва, «Наука», 1973, 631 стр..
5. Ибрагимов В.Р. Об одной связи между порядком и степенью для устойчивой формулы

с забеганием вперед. Жур. ВМ и МФ, №7, т.29, стр. 1045-1056.

6. Вержбицкий В.М. Численные методы. Москва, «Высшая школа», 2001, 382 стр..

7. Mehdiyeva Q.Y., İbrahimov V.R. Adi diferensial tənliklərin ədədi üsullarla həlli. Bakı, 2010, 171 s..

8. Мехтиева Г.Ю., Ибрагимов В.Р. Об исследованиях многошаговых методов с постоянными коэффициентами. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013, 314 стр..

9. Мехтиева Г.Ю., Иманова М.Н., Ибрагимов В.Р. Об одном преимуществе гибридных методов. Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Журнал об числювальноїта прикладної МАТЕМАТИКИ, 2012, стр. 165-175.

10. Mehdiyeva G.Yu., Imanova M.N., İbrahimov V.R. General hybrid method in the numerical solution for ODE of first and second order. Recent Advances in Engineering Mechanics, Structures and Urban Planning, Cambridge, UK, February 20-22, 2013, pp. 175-180.

Əlavə ədəbiyyat

11. Ибрагимов В.Р. Сходимость метода прогноза-коррекции. Годиш. на висшите учеб. завед. Прик. матем., София НРБ, 1984, стр.187-197.

12. Ибрагимов В.Р. Об одном способе построения двусторонних методов. Годиш. на висшите учеб. завед. Прик. матем., София НРБ, 1984, стр. 199-207.

13. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. «Мир», 1990, 513 стр..

14. Ибращимов В.Р. Адамс вя Штермер цсуллары щаггында. Bakı, «BDU», 1991, Metod. vəsait, 30 s..

15. Mehdiyeva G.Yu., Imanova M.N., İbrahimov V.R. A way to construct an algorithm that uses hybrid methods. Applied Mathematical Sciences, «Hikari Ltd», vol. 7, 2013, no. 98, pp. 4875-4890.

Fərdi islərin mövzuları:

1. Eyler üsulunun modifikasiyaları haqqında.
2. Runqe-Kutta üsulu Eyler üsulunun bir inkişaf forması kimi.
3. Qeyri-aşkar və yarım aşkar Runqe-Kutta üsulları.
4. Sonlu fərqlər üsulu (Adams üsullarının ümumiləşməsi).
5. Çoxaddımlı üsulların əmsalları üçün bəzi məhdudiyyət şərtləri.
6. Dayanıqlı aşkar və qeyri-aşkar üsullar və onların dərəcələrinin ən böyük qiyməti.
7. Sabit əmsallı k-addımlar üsulunun əmsalları üzərinə qoyulan təbii şərtlər.
8. Çoxaddımlı üsulların bəzi əmsallarının işarəsinin təyini.
9. İrəliyə qaçma üsulları haqqında ümumi məlumat.
10. İrəliyə qaçma üsullarına proqnoz-korreksiya sxemlərinin tətbiqi.
11. Hibrid üsulları haqqında ümumi məlumat.

12. Yüksək dəqiqliyə malik hibrid üsulların qurulması və onların birinci tərtib adi diferensial tənliklərin həllinə tətbiqi.
13. İkinci tərtib adi diferensial tənliklərin ədədi həllinə hibrid üsulların tətbiqi.
14. İkinci tərtib çoxaddımlı üsullar haqqında ümumi məlumat.
15. İkinci tərtib Adams tipli üsullar.