Azərbaycan Respublıkasının Təhsil Nazirliyi
Bakı Dövlət Universiteti

Mexanika-riyaziyyat fakultəsi

Hesablama riyaziyyatı kafedrası

Ədədi üsulların bəzi model məsələlərin həllinə tətbiqi

(İPFS-B08)

fənninin

PROQRAMI

İstiqamət: TE 01.00.00-Riyaziyyat

İxtisas: Hesablama riyaziyyatı

Bakı Dövlət Universitetinin rektorunun 10.05.2019 tatixli R-56 saylı əmrinə əsasən çap olunur.

Bakı 2019

Tərtib edənlər: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının müdiri, f.r.e.d., prof. Q.Y. Mehdiyeva, f.r.e.n., dos. əvəzi Şəfiyeva Gülşən Xaliq qızı

Elmi redaktor: AMEA-nın müxbir üzvü,Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» professoru,f.r.e.d. İbrahimov Vaqif Rza oğlu

Ряйчиляр: Azərbaycan Dövlət Universitinin “Informasiya texnalogiyaları ’proqramlaşdırma” kafedrasının müdiri, t.e.d., prof. Əliyev Ələkbər Əli Ağa oğlu, Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin«Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının professoru, r.e.d. prof.Hümbətəliyev Rövşən Zülfiqar oğlu

GİRİŞ

1. «Ədədi üsulların bəzi model məsələlərin həllinə tətbiqi» fənninin məqsədi tələbələrə ədədi üsulların bəzi model məsələlərin həllinə tətbiqini izah etmək və onlarda bu üsullardan təbiətşünaslığın müxtəlif məsələlərinin həllində istifadə etmək vərdişlərini yaratmaqdır. «Ədədi üsulların bəzi model məsələlərin həllinə tətbiqi» fənninin vəzifəsi üsulların nəzəriyyəsinin fundamental anlayışlarını tələbələrə müqayisəli formada öyrətməkdən və müxtəlif məsələlərin həllinə tətbiq ediləcək xüsusi üsulların seçilməsini nümayiş etdirməkdən ibarətdir.

2. Tələbələr ədədi üsulların bəzi model məsələlərin həllinə tətbiqi ilə tanış olmalı və onları müxtəlif məsələlərin həllinə tətbiq etmək vərdişinə malik olmalıdırlar.

3. Tələbələr ədədi üsulların bəzi model məsələlərin həllinə tətbiqini dərindən öyrənmək məqsədi ilə bu üsulların köməyi ilə hesablama düsturlarını qurmağı, üsulların xətalarını qiymətləndirməyi bacarmalıdırlar. Onlar müasir proqramlaşdırma dillərində tərtib etdikləri proqramda bu üsullardan istifadə etməyi bacarmalıdırlar.

4. Tələbələr ədədi üsulların bəzi model məsələlərin həllinə tətbiqi zamanı hesablama təcrübəsində məsələnin qoyuluşu, hesablama prosesinin planlaşdırılması, hesablama nəticələrinin emalı kimi vərdişlərə yiyələnməlidirlər.

5. «Ədədi üsulların bəzi model məsələlərin həllinə tətbiqi» fənni tələbələrə mühazirə və məşğələ dərslərində V semestrdə 30 saat mühazirə və 30 saat məşğələ olmaqla 60 saat həcmində tədris olunur.

Mövzulara ayrılan dərs saatlarının miqdarı

№	Mühazirə mövzuları	Müh. saat miq.	Məş. saat miq.
1	Adi diferensial tənliklərin ədədi həlli haqqında ümumi məlumat.	2	2
2	Eyler üsulu və onun bəzi təkmilləşmiş formalarının adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinə tətbiqi.	2	2
3	Yarım aşkar və qeyri-aşkar Runqe-Kutta üsullarının ümumi forması və onların dəqiqliyi.	2	2
4	Adams üsullarının ümumiləşməsi.	2	2
5	Çoxaddımlı üsulların və onların xətalarının təsnifatı.	2	2
6	Çoxaddımlı üsulların yığılması.	2	2
7	Yüksək dəqiqliyə malik üsulların qurulması.	3	3
8	Hibrid üsullar haqqında ümumi məlumat.	2	2
9	Yüksək dəqiqliyə malik bəzi üsulların müqayisəsi.	2	2
10	Ardıcıl yaxınlaşma üsulunun II növ Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi.	2	2
11	II növ Volter inteqral tənliklərinin ədədi üsullarla həlli.	2	2
12	Cırlaşmış nüvələr üsulunun II növ Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi.	2	2
13	Kvadratur üsulun II növ Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi.	3	3
14	Hibrid üsulların Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi.	2	2

1. Adi diferensial tənliklərin ədədi həlli haqqında ümumi məlumat [1, 2, 3, 4]

Məlumdur ki, diferensial tənliklərin dəqiq həllini həmişə tapmaq mümkün olmur. Buna görə də bu tənlikləri həll etmək üçün müxtəlif təqribi üsullardan istifadə edirlər. Diferensial tənlikləri həll etmək üçün verilmiş təqribi üsulları iki qrupa ayırmaq olar: analitik və ədədi üsullar. Analitik təqribi üsullar vasitəsi ilə dəqiq həllə yaxın funksiya tapılır və bu funksiya diferensial tənliyin təqribi həlli kimi qəbul edilir. Ədədi təqribi üsullarda isə həllin verilən nöqtələrdə dəqiq qiymətlərinin əvəzinə təqribi qiymətlər tapılır.

2. Eyler üsulu və onun bəzi təkmilləşmiş formalarının adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinə tətbiqi [1, 2, 3, 4]

Hər hansı məsələnin həllinin ixtiyari nöqtədəki qiymətini tapmaq üçün həmin həllin yalnız bir əvvəlki nöqtədəki qiymətindən istifadə edən ədədi üsullar biraddımlı üsullar adlanırlar. Eyler üsulu ən sadə biraddımlı ədədi üsuldur. Eyler üsulunu birinci tərtib Runqe-Kutta üsulu da adlandırırlar. Onun mənfi cəhəti dəqiqliyinin kiçik olmasıdır.

Eyler üsulunun birinci təkmilləşmiş forması birinci tərtib dəqiqliyə malik olan qeyri-aşkar Eyler üsuludur.

Eyler üsulunun digər modifikasiyası ikinci tərtib dəqiqliyə malik trapeslər üsuludur.

Aşkar Eyler üsulunun trapeslər üsulu ilə kombinasiyası ikinci tərtib dəqiqliyə malik aşkar üsulun qurulmasına şərait yaradır.

Aydındır ki, daha yüksək dəqiqlik əldə etmək üçün trapeslər üsulunun köməyi ilə bir yox, bir neçə iterasiya etmək lazımdır.

Qeyd edək ki, Eyler üsulunun digər modifikasiyası olan mərkəzi fərqlər üsulu aşkar üsuldur və ikinci tərtib dəqiqliyə malikdir.

3. Yarım aşkar və qeyri-aşkar Runqe-Kutta üsullarının ümumi forması və onların dəqiqliyi [2, 4]

Biraddımlı üsulların tanınmış nümayəndəsi Runqe-Kutta üsullarıdır.

Bu üsulların aşkar üstünlüyü ondan ibarətdir ki, hesablamaların başlanması üçün başlanğıc şərtdən əlavə heç bir digər məlumat tələb edilmir.

Mənfi cəhətlərinə isə sağ tərəfdəki funksiyanın qiymətini təkrar hesablanması zərurətini aid etmək olar.

Eyni tərtibə malik Runqe-Kutta üsulunun müxtəlif modifikasiyaları mövcuddur. Qeyd edək ki, Runqe-Kutta üsuluna Eyler üsulunun ümumiləşməsi kimi də baxmaq olar.

Adətən, Runqe-Kutta üsullarının dəqiqliyini göstərmək üçün tərtib anlayışından istifadə edirlər.

Qeyd edək ki, Runqe-Kutta üsulları sinfində ən böyük dəqiqliyə malik olan üsul qeyri-aşkar Runqe-Kutta üsuludur.

4. Adams üsullarının ümumiləşməsi [1, 5, 6]

Hər hansı məsələnin həllinin ixtiyari nöqtədəki qiymətini tapmaq üçün həmin həllin bir neçə əvvəlki nöqtədəki qiymətlərindən istifadə edən ədədi üsullar çoxaddımlı adlanırlar.

Çoxaddımlı üsulların geniş yayılmış nümayəndəsi Adams üsullarıdır.

Aşkar və qeyri-aşkar Adams üsulları mövcuddur. Aşkar Adams üsulunun əmsallarının köməyi ilə qeyri-aşkar Adams üsulunun əmsallarını tapmaq olar və əksinə.

Bir çox müəlliflər aşkar üsulu Adamsın ekstrapolyasiya üsulu, qeyri-aşkarı isə Adamsın interpolyasiya üsulu adlandırırlar.

Eyni dəqiqliyə məxsus Adams və Runqe-Kutta üsullarını müqayisə edərkən, Adams üsuluna üstünlük verirlər və buna onun istifadəsi zamanı diferensial tənliyin sağ tərəfindəki funksiyanın hər addımda bir dəfə hesablanmasını əsas gətirirlər. Adams üsulunun nöqsanı kimi onun çoxaddımlı üsul olmasını qeyd edirlər.

5. Çoxaddımlı üsulların və onların xətalarının təsnifatı [2, 4, 5, 6, 7]

Çoxaddımlı üsullara, adətən Adams üsullarının ümumiləşməsi kimi baxılır. Bu üsullar aşkar, qeyri-aşkar, irəliyə qaçma üsullarını əhatə edir və bəzən sabit əmsallı $k-$addımlar üsulu kimi adlandırılırlar. Bu üsulların xətalarının təsnifatı onların yığılmasının araşdırılmasında öyrənilir və dayanıqlıq anlayışının müəyyənləşdirilməsində istifadə olunur.

6. Çoxaddımlı üsulların yığılması [2, 4, 5, 6, 7]

Çoxaddımlı üsulların yığılması üçun kafi şərtlər, yığılma sürətinin tapılması onların tətbiqi üçün əsas hesab edilir. Çoxaddımlı üsulun yığılan olması üçün onun dayanıqlı olması zəruri və kafidir. Bu səbəbdən, çoxaddımlı üsulların tədqiqi üçün onların dayanıqlı olması göstərilməlidir.

7. Yüksək dəqiqliyə malik üsulların qurulması [2, 4, 5, 6, 7]

Müasir hesablama riyaziyyatının əsas məsələlərindən birinin, yüksək dəqiqliyə malik üsulların qurulmasının olduğunu nəzərə alaraq, bu tipli üsulların model məsələlərinin həllindəki rolu izah olunmalıdır. Bundan sonra isə yüksək dəqiqliyə malik üsullar haqqında məlumat verməli və bu üsulların əhəmiyyəti sadə misalların köməyi ilə izah olunmalıdır.

8. Hibrid üsullar haqqında ümumi məlumat [4, 12, 8]

Əvvəlcə hibrid üsullar haqqında ümumi məlumat verdikdən sonra tanınmış alimlərin bu üsulların qurulması üçün verdikləri təklifləri müqayisə etmək məqsədəuyğundur. Sadə hibrid üsulların qurulması üçün bu üsulların kəsr addımlı üsullarla əlaqəsini şərh etmək lazımdır. Bundan sonra isə bəzi sadə hibrid üsulların qurulmasını nümayiş etdirmək olar.

9. Yüksək dəqiqliyə malik bəzi üsulların müqayisəsi [4, 12, 8]

Əvvəlcə konkret misal üzərində göstərmək lazımdır ki, yüksək dəqiqliyə malik üsullar həmişə dayanıqlı olmadıqları üçün onlardan istifadə etmək düzgün deyildir. Lakin dayanıqsız üsullarda proqnoz-korreksiya üsullarından istifadə etmək olar. Bu mövzunu izah etmək məqsədi ilə aşkar, qeyri-aşkar və hibrid üsullardan istifadə etmək lazımdır.

10. Ardıcıl yaxınlaşma üsulunun II növ Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi [1, 9, 10]

Burada inteqral tənliklər nəzəriyyəsində tədqiq edilən əsas xətti inteqral tənliklər haqqında ümumi məlumat verilir.

Burada II növ xətti Volter tənliyinə baxılır. Fərz edilir ki, $K(x,s), f(x)$ $(a \le x \le b, a \le s \le b)$ funksiyaları kəsilməzdirlər. Başlanğıc yaxınlaşma olaraq ixtiyarı $y_0(x)$ $(a \le x \le b)$ kəsilməz funksiyası götürülür (xüsusi halda $y_0(x)$ olaraq $f(x)$ sərbəst həddini götürmək olar) və aşağıdakı ardıcıl yaxınlaşmalar qurulur:

$$y_n(x) = f(x) + \lambda \int_a^x K(x,s) y_{n-1}(s) ds, \quad n = 1,2,\dots . \qquad (1)$$

Sonra göstərilir ki, ixtiyari λ üçün (1) düsturu ilə düzələn $\{y_n(x)\}$ funksiyalar ardıcıllığı yığılır və limit funksiyası $y^*(x) = \lim\limits_{n \to \infty} y_n(x)$ baxılan tənliyin yeganə həllidir.

İstənilən n natural ədədi üçün $\{y_n(x)\}$ funksiyalar ardıcıllığının $y^*(x)$ həllinə yığılma sürəti

$$\left| y_n(x) - y^*(x) \right| \le \frac{[|\lambda| M (b-a)]^n}{n!} \max_{a \le s \le b} \left| y_0(s) - y^*(s) \right|,$$

düsturu ilə təyin edilir. Burada $M = \max\limits_{a \le x, s \le b} |K(x,s)|$.

11. II növ Volter inteqral tənliklərinin ədədi üsullarla həlli [1, 9, 10]

Son dövrlərdə hesablama texnikasının sürətli inkişafı, inteqral tənliklərin ədədi həll üsullarının öyrənilməsinə səbəb olmuşdur.

Burada I və II növ Volter inteqral tənliklərini müqayisə edərək birindən digərinə keçid nümayiş etdirilir, Fredholm tənliyinin Volter tənliyi ilə əlaqəsinin şərhi verilir.

Volter tipli inteqral tənliklərin və adi diferensial tənliklərin ekvivalentliyini, birindən digərinə keçidi göstərməklə onların tədqiqat oblastlarının genişləndirilməsi göstərilir.

Volter inteqral tənliklərin təqribi həlli üçün bir çox ixtisasçılar tərəfindən müxtəlif xassələrə malik üsullar təklif olunmuşdur. Ədədi üsulların ən şox istifadə olunan nümayəndəsi kvadratur üsul sayılır.

12. Cırlaşmış nüvələr üsulunun II növ Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi [9, 15]

Diferensial tənliklərin həll üsulları yaxşı işləndiyindən bir çox hallarda inteqral tənliyin ekvivalent diferensial tənliyə gətirilməsi əlverişli olur. Lakin bu keçid həmişə mümkün olmur və hər şeydən əvvəl $K(x,s)$ nüvəsindən asılı olur.

Tutaq ki, $[a,b]$ parçasında təyin olunmuş sonlu sayda $\alpha_1(x),\alpha_2(x),...,\alpha_m(x)$ və $\beta_1(s),\beta_2(s),...,\beta_m(s)$ xətti asılı olmayan kəsilməz funksiyalar sistemi verilmişdir. Biri x, digəri isə s dəyişənindən asılı iki funksiyanın hasilləri cəmindən düzələn

$$K(x,s)=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i(x)\beta_i(s)$$

şəkilli nüvəyə cırlaşmış nüvə (bölünən, ayrılan nüvələr) deyilir. Nüvənin ifadəsi II növ Volter inteqral tənliyində yerinə yazıldıqda cırlaşmış nüvəli inteqral tənlik alınır. Müəyyən işarəmələrdən və çevirmələrdən sonra diferensial tənliklər sistemi alınır, başlanğıc şərtlər tapılır. Bu sistemi həll edərək axtarılan $y(x)$ həlli tapılır.

13. Kvadratur üsulun II növ Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi [9, 10]

II növ xətti Volter inteqral tənliyinin ədədi həlli zamanı x və s dəyişənlərinin sonlu intervalda dəyişdiyi qəbul edilir. İnteqral tənliyi istənilən üsulla ədədi həll edərkən tənliyə daxil olan inteqral sonlu cəmlə əvəz edilir.

Cəmdəki düyün nöqtələrini və sabitləri konkret seçməklə konkret kvadratur düsturlar almaq olar.

İnteqrallama parçasının uc nöqtələri interpolyasiyanın düyün nöqtələridirsə, parçanın özü isə $n-1$ sayda bərabər hissəyə bölünübsə, onda müvafiq kvadratur düstur qapalı tip düstur adlanır. İnteqrallama parçasının uc nöqtələri interpolyasiyanın düyün nöqtələri deyilsə, parçanın özü isə $n+1$ sayda bərabər hissəyə bölünübsə, onda müvafiq kvadratur düstur açıq tip düstur adlanır.

Volter tənliyində adi məsələlərdən fərqli olaraq inteqralaltı funksiya məlum olmur. Ona görə də inteqral tənliyin həlli üçün hansı kvadratur düsturun seçilməsi nüvənin xassəsi və axtarılan həllin xarakterindən asılıdır.

14. Hibrid üsulların Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi [9, 10]

Volter tipli inteqral tənliklərin ədədi həlli üçün yüksək dəqiqliyə malik üsulların qurulması məqsədi ilə hibrid üsullardan istifadə etmək olar. Bu məqsədlə adi diferensial tənliklərin ədədi həllində istifadə olunan sadə hibrid üsulların müəyyən modifikasiyalarından istifadə olunur. Bu üsulları Volter tipli inteqral tənliklərin həllinə tətbiq etdikdə, hibrid nöqtələrdə axtarılan funksiyanın qiymətlərinin hesablanması üçün köməkçi üsul tərtib etmək lazımdır.

Əsas ədəbiyyat

1. Məmmədov Y.C. Təqribi hesablama üsulları. Bakı, «BDU», 2008, 288 səh..
2. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. «Физматгиз», т.2, 1962, 620 стр..
3. Бахвалов Н.С. Численные методы. Москва, «Наука», 1973, 631 стр..
4. MehdiyevaQ.Y., İbrahimovV.R. Adi diferensial tənliklərin ədədi üsullarla həlli. Bakı, 2010, 171 s..
5. Dahlquist G. Convergence and stability in the numerical integration of ODEs, Math.Scand, №4, 1956, pp.33-53.
6. Вержбицкий В.М. Численные методы. Москва, «Высшая школа», 2001, 382 стр..
7. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. «Мир», 1990, 513 стр..
8. Мехтиева Г.Ю., Ибрагимов В.Р. Об исследованиях многошаговых методов с постоянными коэффициентами. LAPLAMBERT Academic Publishing, 2013, 314 стр..
9. Aslanov H.İ., Hüseynov Z.Q. İnteqral tənliklər: təqribi həll üsulları, EHM-in tətbiqi. Bakı, «ADİLOĞLU», 2001, 182 s..
10. Mehdiyeva Q.Y., İmanova M.N. II növ Volter inteqral tənliyinin həllinə çoxaddımlı üsulların tətbiqi. Bakı, «MBM», 2015, 112 s..

Əlavə ədəbiyyat

11. CorduneanuC. İntegral equations and applications. Cambridge University press, New York, Port Chester, Melbourne, Sydney, 1991, 366 p..

12. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Москва, «Наука», 1962, 368 стр..

13. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. Москва,«Наука», 1989, 432 стр..

14. Richard L. Burden, J.Douglas Faires Numerical Analysis. India, Cengage learning, 7-th edition, 2001, 850 pp..

15. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев, «Наукова Думка», 1986, 544 с..

Fərdi islərin mövzuları:

1. Adi diferensial tənliklərin ədədi həlli haqqında ümumi məlumat.

2. Eyler üsulu və onun bəzi təkmilləşmiş formalarının adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinə tətbiqi.

3. Yarım aşkar və qeyri-aşkar Runqe-Kutta üsullarının ümumi forması və onların dəqiqliyi.

4. Adams üsullarının ümumiləşməsi.

5. Çoxaddımlı üsulların və onların xətalarının təsnifatı.

6. Çoxaddımlı üsulların yığılması.

7. Yüksək dəqiqliyə malik üsulların qurulması.

8. Hibrid üsullar haqqında ümumi məlumat.

9. Yüksək dəqiqliyə malik bəzi üsulların müqayisəsi.

10. Ardıcıl yaxınlaşma üsulunun II növ Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi.

11. II növ Volter inteqral tənliklərinin ədədi üsullarla həlli.

12. Cırlaşmış nüvələr üsulunun II növ Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi.

13. Kvadratur üsulun II növ Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi.

14. Hibrid üsulların Volter inteqral tənliyinin həllinə tətbiqi.