

Azərbaycan Respublikasının Təhsil Nazirliyi  
Bakı Dövlət Universiteti

Mexanika-riyaziyyat fakültəsi  
Hesablama riyaziyyatı kafedrası

Sonlu fərqlər üsulu və onun tətbiqləri

(İPFS-B07)

fənninin

**PROQRAMI**

İstiqamət: TE 01.00.00-Riyaziyyat

İxtisas: TE 05.05.01- Riyaziyyat

Бакы Дювлят Университетинин rektorunun 18.07.2016

tatixli

R-75 sayılı əmrinə əsasən çap olunur.

Bakı 2018

Tərtib edənlər: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının əməkdaşları f.r.e.d., prof. Q.Y. Mehdiyeva, r.ü.f.d., dos. M.N.İmanova

Elmi redaktor: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının müdiri f.r.e.d., prof. Q.Y.Mehdiyeva.

Rəyçilər: Azərbaycan Texniki Universitetinin Riyaziyyat kafedrasının müdiri, t.e.d., prof. M.A. Dünyamalıyev  
Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının professoru, f.r.e.d. V.R. İbrahimov

## GİRİŞ

1. «Sonlu fərqlər üsulu və onun tətbiqləri» fənninin məqsədi tələbələrə müasir ədədi üsullar haqqında məlumat vermək, sonlu fərqlər üsulu ilə digər üsullar arasında əlaqəni şərh etmək və praktiki məsələlərə tətbiqini izah etməkdən ibarətdir.

2. Tələbələrə sonlu fərqlər üsulu haqqında məlumatı şərh edərkən kəsilməz funksiyanın sağ və sol törəmə anlayışlarından istifadə olunması tövsiyə olunur. Sonlu fərqlər üsulunun qurulmasının məqsədi izah olunduqdan sonra onların qurulmasında Teylor çoxhədlisinin tətbiqini nümayiş etdirmək lazımdır. Bundan sonra sabit əmsallı sonlu fərqlər üsulunun bir ümumi forması tələbələrə şərh edilməli, aşkar, qeyri-aşkar və irəliyəqaçma üsullarının xarakterik cəhətləri izah olunmalıdır.

3. Bu kursda sonlu fərqlər tənlikləri üçün başlanğıc məsələnin həllini tədqiq edəcəyik. Tələbələrə təqdim olunan materialların daha asan qavranılması məqsədi ilə aşağıdakı məsələnin həllinə baxaq:

$$b_0 \Delta^k f(x) + b_1 \Delta^{k-1} f(x) + \dots + b_k f(x) = G(x),$$
$$f(x_j) = f_j \quad (j=0, 1, \dots, k-1). \quad (1)$$

Bu məsələnin həllinin varlığı və yeganəliyi haqqında teoremin isbatı şərh olunduqdan sonra həmin teorem konkret misal üzərində nümayiş olunmalı və adi diferensial tənliklər üçün məlum olan uyğun teoremlə müqayisə olunmalıdır.

4. Tələbələrə sonlu fərqlər üsulunun tətbiqini izah etmək üçün sabit əmsallı xətti sonlu fərqlər tənliyini aşağıdakı kimi yazaq:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i f_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta_i f'_{n+i} \quad (n=0, 1, 2, \dots). \quad (2)$$

Qeyd edək ki, funksiyanın ikinci tərtib törəməsinin iştirak etdiyi sonlu fərqlər üsulu müxtəlif formalarda ola bilər. Bunlardan biri aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i f_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta_i f'_{n+i} + h^2 \sum_{i=0}^k \gamma_i'' f_{n+i}. \quad (3)$$

5. Çoxaddımlı üsulların (2) və (3) forması, onların gələcəkdə müxtəlif tip məsələlərin həllinə tətbiqi ilə əlaqədardır. Bu faktları tələbələrə izah etmək məqsədi ilə sonlu fərqlər üsulunu adi diferensial tənliklərin həllinə tətbiq edək. Əvvəlcə (2) sonlu fərqlər üsulunu adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinə tətbiq etsək, alırıq:

$$\sum_{i=0}^k \alpha_i y_{n+i} = h \sum_{i=0}^k \beta_i f'_{n+i} \quad (y' = f(x, y)),$$

$$f_m = f(x_m, y_m), m=0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Bu üsulun mahiyyəti tələbələrə izah olunmalı, onun əmsallarının tapılması üçün müəyyən bir sxem qurulmalı və (4) üsulu məlum üsullarla müqayisə olunmalıdır. Bu müqayisəni tələbələrə lazımi səviyyədə çatdırmaq məqsədi ilə aşağıdakı məsələyə baxaq:

$$y' = f(x, y), y(x_0) = y_0. \quad (5)$$

### Mövzulara ayrılan dərslərin saatlarının miqdarı

№	Mövzular	Müh. saat. miq.	Məş. saat. miq.
1	Sonlu fərqlər üsulu haqqında ümumi məlumat.	2	2
2	Sadə sonlu fərqlər üsulu və onların qurulması üçün sxemlər.	2	2
3	Sonlu fərqlər üsulunun bəzi xassələri (aşkar, qeyri-aşkar,...).	2	2

4	Sonlu fərqlər üsulu ilə xətti sonlu fərqlər tənliyi arasında əlaqə.	2	2
5	Bircins və qeyri- bircins sabit əmsallı xətti sonlu fərqlər tənliyinin həlli.	4	4
6	Sabit əmsallı xətti sonlu fərqlər tənliyi üçün başlanğıc məsələnin həlli.	1	2
7	Sonlu fərqlər üsulunun adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinə tətbiqi.	4	3
8	Sonlu fərqlər üsulu, Adams üsullarının ümumiləşməsi kimi.	2	3
9	Sonlu fərqlər üsulunun yığılması, dayanıqlığı və dəqiqlik dərəcəsi arasında əlaqə.	3	2
10	İkinci tərtib törəmədən istifadə edən sonlu fərqlər üsulu, onun yığılması, dayanıqlığı və dəqiqlik dərəcələri arasında əlaqə. Bu üsulun Ştermer üsulu ilə əlaqəsi.	6	6
11	Sabit əmsallı fərqlər üsulunun ümumi forması.	2	2

### 1. Sonlu fərqlər üsulu haqqında ümumi məlumat.

Sonlu fərqlər üsulunun ümumi formada təsvirini tələbələrə izah etdikdən sonra bu üsulların tərtibinin təyin olunmasını sadə misalların köməyi ilə nümayiş etdirmək lazımdır. [1-7]

### 2. Sadə sonlu fərqlər üsulu və onların qurulması üçün sxemlər.

Tələbələrə sağ və sol törəmələrin sonlu fərqlərlə əvəz olunmasını izah edərək, sonlu fərqlər üsulu ilə funksiyanın törəmələri arasındakı əlaqələri şərh etmək lazımdır. Bu məqsədlə sadə birinci tərtib fərq tənliklərindən istifadə etmək olar. [1-7]

### **3. Sonlu fərqlər üsulunun bəzi xassələri (aşkar, qeyri-aşkar,...).**

Sonlu fərqlər üsulunun tətbiq dairəsindən asılı olaraq bu üsulların aşkar, qeyri-aşkar və irəliyə qaçma təsvir formalarını tələbələrə izah edərək onlar arasındakı əlaqəni göstərmək lazımdır. [1-7]

### **4. Sonlu fərqlər üsulu ilə xətti sonlu fərqlər tənliyi arasında əlaqə.**

Sonlu fərqlər üsullarının tədqiqi zamanı bu üsulların tərtiblərinin və onların dəqiqlik dərəcələrinin tapılmasının, xətti sonlu fərqlər tənliklərinin bəzi xüsusiyyətləri ilə sıx əlaqəsini tələbələrə izah etməli. [1-7]

### **5. Bircins və qeyri-bircins sabit əmsallı xətti sonlu fərqlər tənliyinin həlli.**

Bircins və qeyri-bircins sabit əmsallı sonlu fərqlər tənliklərinin həlli haqqında məlumat verdikdən sonra bu tənliklərin həlləri ilə sonlu fərqlər üsullarının xətalari arasındakı əlaqəni izah etmək lazımdır. [1-7]

### **6. Sabit əmsallı xətti sonlu fərqlər tənliyi üçün başlanğıc məsələnin həlli.**

Sonlu fərqlər tənlikləri üçün başlanğıc məsələ haqqında ümumi məlumat verdikdən sonra bu məsələnin həllinin varlıq və yeganəliyi haqqında teoremi şərh etmək olar. Bu məsələnin adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsi ilə əlaqəsini tələbələrə izah etmək məqsədə uyğun olar. [1-7]

### **7. Sonlu fərqlər üsulunun adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinə tətbiqi.**

Tələbələrin sonlu fərqlər tənlikləri ilə adi diferensial tənliklər arasındakı əlaqəni bildiklərini nəzərə alaraq, sadə sonlu fərqlər üsullarının adi diferensial tənliklərin həllinə tətbiqini sadə misalların köməyi ilə şərh etmək lazımdır.[1-7]

## **8. Sonlu fərqlər üsulu, Adams üsullarının ümumiləşməsi kimi.**

Ədədi üsullar sinfi haqqında tələbələrə məlumat verdikdən sonra Adams üsullarını şərh etmək lazımdır. Sonra isə Adams üsullarının ümumi formasını tələbələrə izah etmək olar. [1-7]

## **9. Sonlu fərqlər üsulunun yığılması, dayanıqlığı və dəqiqlik dərəcəsi arasında əlaqə.**

Ədədi üsulların elmi-texniki məsələlərin həllinə tətbiqi zamanı bu üsulların yığılan olmasının həm nəzəri və həm də praktik əhəmiyyətini izah etdikdən sonra ədədi üsulların dayanıqlı olmasının təyini və bu üsulların yığılma sürətlərinin təyini şərh etmək lazımdır. Bu məqsədlə çoxaddımlı üsulların dəqiqlik dərəcəsi ilə tərtibi arasındakı əlaqədən (Dalkvist teoremi, 1956) istifadə etmək olar. [1-8]

## **10. İkinci tərtib törəmədən istifadə edən sonlu fərqlər üsulu, onun yığılması, dayanıqlığı və dəqiqlik dərəcələri arasında əlaqə. Bu üsulun Ştermer üsulu ilə əlaqəsi.**

Müasir hesablama riyaziyyatının əsas istiqamətlərindən birinin yüksək dəqiqliyə malik üsulların qurulmasının olduğunu nəzərə alaraq, tələbələrə Teylor sırasından istifadə etməklə üsulların dəqiqliyinin təyin olunmasını izah etmək lazımdır. Daha dəqiq üsulların qurulması üçün adi diferensial tənliyin sağ tərəfində iştirak edən funksiyanın xüsusi törəmələrindən istifadə olunmasını təklif etmək olar. Bu üsulların praktik məsələlərin həllinə tətbiqi məqsədi ilə onların tərtibi ilə dəqiqlik dərəcəsi arasında əlaqəni göstərmək və bu əlaqəni sadə misalların köməyi ilə şərh etmək lazımdır. Ştermer üsulları haqqında tələbələrə məlumat verdikdən sonra bəzi effektiv üsulların qurulması və onların ikinci tərtib adi diferensial tənliklərin həllinə tətbiqini şərh etmək lazımdır. [1-7]

## **11. Sabit əmsallı fərqlər üsulunun ümumi forması.**

Sabit əmsallı çoxaddımlı üsulların sadə formalarından (Simpson, Ştermer, Numerov) istifadə edərək, tələbələrə bu

üsulların ümumi formalarının qurulmasını izah etmək və bu üsulların bəzi ümumi xüsusiyyətlərini şərh etmək məqsədə uyğundur. [4, 8]

### **Əsas ədəbiyyat**

1. Y.C. Məmmədov. Təqribi hesablama üsulları. Bakı, Maarif, 2008, 188 s.
2. Гельфонд А.О. Исчисление конечных разностей, М., «Наука», 1967.
3. И.С.Березин, Н.П.Жидков. Методы вычислений. т.1., Москва, Физматгиз, 1959, 620 с.
4. Mehdiyeva Q.Y., İbrahimov V.R. Adi diferensial tənliklərin ədədi üsullarla həlli. Ali məktəblər üçün dərs vəsaiti. Bakı-2010, 170 s.
5. С.К.Годунов, В.С.Рябенский. Разностные схемы. Издательство «Наука», Москва, 1977, 440 с.
6. В.М.Вержибицкий. Численные методы. Москва, Высшая школа, 2001, 382 с.
7. Бахвалов Н.С. Численные методы. М. Наука 1973, 631 стр.
8. On the maximal degree of the k-step Obrechhoff's method. Bulletin of Iranian Mathematical Society, Vol.28, №1, 2002. p. 1-28.

### **Əlavə ədəbiyyat**

9. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Мир, 1990, 511 стр.
10. Ибрагимов В.Р. Сходимость метода прогноза-коррекции. Годш. на высших учеб.завед. Прил.матем. София НРБ 1984, ст.187-197.
11. В.Р.Ибрагимов. О методах Адамса и Штермера. Баку-БГУ, 1991. Метод. пособ., 30 с.



12. J.C.Butcher. Numerical Methods for Ordinary Differential Equations. John Wiley & Sons, Ltd.

13. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, М.: Мир, 1979.

### **Sərbəst işlərin mövzuları**

1. Sabit əmsallı sonlu fərqlər üsulu haqqında məlumat və onun tərtibinin təyini.
2. Birinci tərtib törəmənin köməyi ilə sadə sonlu fərqlər üsulunun qurulması.
3. Aşkar, qeyri-aşkar sonlu fərqlər üsulu haqqında məlumat və onların irəliyə qaçma üsulları ilə müqayisəsi.
4. Sonlu fərqlər üsulunun tətbiqləri zamanı xətti sonlu fərqlər tənliyinin xassələrindən istifadə olunması.
5. Sabit əmsallı bircins və qeyri-bircins sonlu fərqlər tənliklərinin ümumi həllərinin tapılması. Bircins xətti sonlu fərqlər tənliyinin ümumi həllinin tapılması.
6. Sonlu fərqlər tənliyi üçün başlanğıc məsələnin varlığı və yeganəliyi haqqında.
7. Eyler üsulu və onun bəzi modifikasiyalarının adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinə tətbiqi.
8. Sabit əmsallı  $k$ -addımlar üsulunun Adams üsulları ilə əlaqəsi haqqında.
9. Sonlu fərqlər üsulunun yığılması üçün onun dayanıqlı olmasının zəruri və kafi olduğunu isbat etməli.
10. İkinci tərtib adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinə Ştermer üsulunun və onun bir ümumi formasının tətbiqi. Bu üsulların dəqiqlik dərəcələri ilə tərtibləri arasında əlaqəni izah etməli.
11. Sabit əmsallı  $k$ -addımlar üsulunun bir ümumi formasının adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin həllinə tətbiqi.