Azərbaycan Respublıkasının Təhsil Nazirliyi
Bakı Dövlət Universiteti

Mexanika-riyaziyyat fakultəsi

Hesablama riyaziyyatı kafedrası

Hesablama üsulları

(İPF-B16, İPF-B20)

fənninin

PROQRAMI

İstiqamət: TE 01.00.00-Riyaziyyat

İxtisas: TE 05.05.02- Mexanika,
TE 05.05.01-Riyaziyyat

Bakı Dövlət Universitetinin rektorunun 18.07.2016 tatixli
R-75 saylı əmrinə əsasən çap olunur.

Bakı 2022

Tərtib edənlər: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının əməkdaşları f.r.e.d., prof. Q.Y. Mehdiyeva, f.r.e.d., prof. V.R.İbrahimov f.r.e.n., dos. A.Y. Əliyev.

Elmi redaktor: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının müdiri f.r.e.d., prof. Q.Y.Mehdiyeva.

Rəyçilər: Azərbaycan Texniki Universitinin Riyaziyyat kafedrasının müdiri, t.e.d., prof. M.A. Dünyamalıyev

Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının dosenti, f.r.e.n. Z.B. Seyidov

GİRİŞ

1. «Hesablama üsulları» fənninin məqsədi mexanika və riyaziyyat ixtisası tələbələrinə hesablama üsullarının əsaslarını öyrətmək və onlarda bu üsullardan mexanika və riyaziyyatın müxtəlif məsələlərinin həllində istifadə etmək vərdişlərini yaratmaqdır.Bu fənndə təqribi hesablama üsulları nəzəriyyəsinin fundamental anlayışları öyrənilir, müxtəlif məsələlərinin həllinə tətbiq edıləcək xüsusi üsullar nəzərdən keçirilir.

2. Tələbələr təqribi hesablama üsullarını və bu üsulları müxtəlif məsələlərinin həllinə tətbiq edə bilməlidirlər.Onlar müxtəlif elm sahələrinin məsələlərinin gətirildiyi riyazi məsələlərin müasir ədədi həll üsulları ilə tanış olmalı və onlardan istifadə edə bilməlidirlər.

3.Tələbələr təqribi hesablama üsullarına dərində yiyələnərək, bu üsullarda hesablama düsturlarını almağı, xətaları hesablamağı bacarmalıdırlar. Onlar bu üsullar üçün müasir proqramlaşdırma dillərində proqramlar quraraq onları kompüterlərdə realizə etməyi bacarmalıdırlar.

4. Tələbələr təqribi hesablama üsullarını müxtəlif məsələlərinin həllinə tətbiq etmək vərdişlərinə yiyələnməlidirlər.Hesablama təcrübəsində məsələnin qoyuluşu,hesablama prosesinin planlaşdırılması,hesablama nəticələrinin emalı kimi vərdişlərə yiyələnməlidirlər.

5.« Hesablama üsulları » fənni mühazirə və məşğələ dərslərində tədris olunur. « Hesablama üsulları» fənni mexanika ixtisasına VI semestrdə, riyaziyyat ixtisasına isə VII semestrdə 45 saat mühazirə və 45 saat məşğələ olmaqla 90 saat həcmində tədris olunur.

Mövzulara ayrılan dərs saatlarının miqdarı

№	Mövzular	Müh. saat. miq.	Məş. saat. miq.
1	İnterpolyasiya məsələsi. Laqranjın interpolyasiya çoxhədlisi. Laqranj çoxhədlisinin qalıq həddinin qiymətləndirilməsi.	2	2
2	Bölünən fərqlər. Sonlu fərqlər. Nyutonun interpolyasiya çoxhədlisi. Qalıq həddinin qiymətləndirilməsi.	2	2
3	Ədədi diferensiallama düsturları və onların qalıq hədlərinin qiymətləndirilməsi.	2	2
4	Nyuton Kotesin ədədi inteqrallama düsturu. Nyuton-Kotes düsturunun xüsusi halları: düzbucaqlılar, trapeslər və Simpson düsturları.	4	4
5	Xətti cəbri tənliklər sistemi üçün sadə iterasiya və Zeydel üsulları.	4	4
6	Matrisin məxsusi ədəd və vektorlarının tapılması üçün Danilevski üsulu.	2	2
7	Qeyri-xətti tənliyin təqribi həlli üçün adi iterasiya, vətərlər və toxunanlar üsulları.	2	2
8	Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Eyler və Runqe-Kutta üsulları.	4	4
9	Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Adams üsulu.	2	2
10	Adi diferensial tənliklər üçün xətti sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün sonlu fərqlər üsulu.	2	2

11	Adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün sonlu fərqlər üsulu.	2	2
12	Xətti sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün qovma üsulu.	2	2
13	Kollokasiya və Qalyerkin üsulları.	2	2
14	Elliptik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu.	4	4
15	Hiperbolik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu.	2	2
16	Parabolik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu.	2	2
17	İnteqral tənliklər üçün inteqralı inteqral cəmi ilə əvəz etmək üsulu.	2	2
18	İnteqral tənliklər üçün nüvəni cırlaşmış nüvə ilə əvəz etmək üsulu.	3	3

1. İnterpolyasiya məsələsi. Laqranjın interpolyasiya çoxhədlisi. Laqranj çoxhədlisinin qalıq həddinin qiymətləndirilməsi. [1-5]

Məlumdur ki, funksiya müxtəlif üsullarla verilir. Belə üsullardan biri cədvəl üsuludur: funksiya, dəyişənin sonlu sayda qiymətlərində verilir $(f(x_i), i=0,1,...,n)$. Lakin təcrübədə funksiyanın qiymətini dəyişənin başqa qiymətlərində də hesablamaq lazım gəlir. Belə halda elə sadə $P(x)$ funksiyasını qururlar ki,

$$P(x_i)=f(x_i) \quad (i=0,1,...,n)$$

şərtləri ödənilsin və $f(x)$-in təyin oblastının başqa nöqtələrində $P(x)-f(x)$ kafi qədər kiçik olsun. Belə $P(x)$ funksiyasının qurulmasına *interpolyasiya* məsələsi deyilir. Adətən $P(x)$ funksiyasını çoxhədli şəklində axtarırlar.

2. Bölünən fərqlər. Sonlu fərqlər. Nyutonun interpolyasiya çoxhədlisi. Qalıq həddinin qiymətləndirilməsi. [1-5]

$[a,b]$ parçasında təyin olan ixtiyari $f(x)$ funksiyasını və bu parçaya daxil olan düyün nöqtələrini $x_0, x_1, ..., x_n$, $x_i \neq x_j, i \neq j$ götürək.

Aşağıdakı nisbətlərə baxaq:

$$\frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = f(x_0, x_1),$$

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f(x_1, x_2), \ldots, \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}} = f(x_{n-1}, x_n).$$

Bu nisbətləri birtərtibli bölünən fərqlər adlandırırlar.

3. Ədədi diferensiallama düsturları və onların qalıq hədlərinin qiymətləndirilməsi. [1-5]

Əgər funksiya «cədvəl üsulu» ilə verilibsə, yəni funksiyanın qiymətləri sonlu sayda nöqtələrdə verilibsə və onun verilmiş nöqtədə törəməsini hesablamaq tələb edilirsə, diferensial hesabı kursundan məlum üsullar məsələni həll etmək imkanına malik deyildir. Buna görə də bu məsələləri həll etmək üçün təqribi üsullardan istifadə edilir.

4. Nyuton Kotesin ədədi inteqrallama düsturu. Nyuton-Kotes düsturunun xüsusi halları: düzbucaqlılar, trapeslər və Simpson düsturları. [1-4,6]

Tutaq ki,

$$\int_c^d f(x)dx$$

inteqralını hesablamaq tələb olunur.

İnterpolyasiya düyünlərini

$$x_i = a + ih \quad (i = 1, 2, ..., n)$$

şəklində götürək. Əgər $a = c$ isə onda $d = a + (n+1)h$ götürəcəyik. Bu halda $[c,d]$ parçası $n+1$ bərabər hissəyə bölünür və c,d nöqtələri düyün nöqtələri çoxluğuna daxil olmurlar. Əgər $a = c - h$ isə onda $d = a + nh$ götürülür. Bu halda $[c,d]$ parçası $n-1$ hissəyə bölünür və c,d nöqtələri düyün nöqtələri çoxluğuna daxil olurlar.

Birinci halda alınan ədədi inteqrallama düsturuna açıq tipli düstur, ikinci halda isə qapalı düstur deyirlər. inteqralda $c=a+(1-k)h,\ \ d=a+(n+k)h$ götürəcəyik. $k=1$ olduqda alınan düstur açıq tipli, $k=0$ olduqda isə qapalı tipli olur.

5. Xətti cəbri tənliklər sistemi üçün sadə iterasiya və Zeydel üsulları. [1-4,6]

Aşağıdakı kimi xətti cəbri tənliklər sisteminə baxaq:

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1+a_{12}x_2+...+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+...+a_{2n}x_n=b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+...+a_{nn}x_n=b_n \end{array}\right\}$$

Sistemin həlli üçün sadə iterasiya və Zeydel üsulları tətbiq olunur.

6. Matrisin məxsusi ədəd və vektorlarının tapılması üçün Danilevski üsulu.[1-4,6]

λ parametrinin elə qiymətləri axtarılır ki,

$$Ax=\lambda x$$

xətti bircinsli tənliklər sisteminin sıfırdan fərqli həlli olsun. λ-nın bu qiymətinə A matrisinin məxsusi ədədi, uyğun sıfırdan fərqli həllə isə məxsusi vektoru deyilir. Burada $A=(a_{ij})_{i,j=\overline{1,n}}$ kvadrat matris, x isə $n-$ölçülü vektordur.

7. Qeyri-xətti tənliyin təqribi həlli üçün adi iterasiya, vətərlər və toxunanlar üsulları. [1-4,6]

Aşağıdakı şəkildə tənliyə baxaq:

$$f(x)=0\,.$$

Tutaq ki, $f(x)$ həqiqi dəyişənli həqiqi funksiyadır, $\bar{x}$ isə tənliyin həqiqi köküdür. $f(x), f'(x), f''(x)$ funksiyaları $\bar{x}$ nöqtəsinin ətrafında kəsilməzdir və $f'(x), f''(x)$ funksiyaları bu ətrafda öz işarələrini saxlayırlar. Bu o deməkdir ki, $f(x)$ funksiyası $\bar{x}$ ətrafında işarəsini dəyişir və bu nöqtə

$f(x)$ -in sadə kökudür.

8. Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Eyler və Runqe-Kutta üsulları. [1-4,7]

Tutaq ki,

$$y' = f(x, y)$$

bir tərtibli qeyri-xətti diferensial tənliyin elə həllini tapmaq tələb olunur ki, aşağıdakı başlanğıc şərtini ödəsin:

$$y(x_0) = y_0.$$

Məsələnin həllinə təqribi üsul tətbiq olunur.

9. Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Adams üsulu. [1-4,7]

Tutaq ki,

$$y' = f(x, y)$$

bir tərtibli qeyri-xətti diferensial tənliyin elə həllini tapmaq tələb olunur ki, aşağıdakı başlanğıc şərtini ödəsin:

$$y(x_0) = y_0.$$

Məsələnin həllinə təqribi üsul tətbiq olunur.

10. Adi diferensial tənliklər üçün xətti sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün sonlu fərqlər üsulu. [1-4,7]

Aşağıdakı xətti sərhəd məsələsinə baxaq:

$$\left.\begin{array}{l} y'' - q(x)y = f(x), \\ y(a) = y_a,\ y(b) = y_b. \end{array}\right\}$$

Burada $q(x) \geq 0,\ f(x)$ funksiyaları $[a,b]$ parçasında kəsilməz funksiyalardır.

Fərz edək ki, bu məsələnin həlli var; bu həllin təqribi qiymətlərini tapaq. Məsələnin həllinə təqribi üsul tətbiq olunur.

11. Adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün sonlu fərqlər üsulu. [1-4,7]

Tutaq ki,

$$y'' = f(x, y)$$

tənliyinin elə həllini tapmaq tələb olunur ki, aşağıdakı sərhəd şərtləri ödənsin

$$y(a)=y_a, y(b)=y_b.$$

Fərz edək ki, bu məsələnin həlli var; bu həllin təqribi qiymətlərini tapaq. Məsələnin həlli üçün sonlu fərqlər üsulunu tətbiq edirik.

12. Xətti sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün qovma üsulu. [1-4,7]

II tərtib xətti diferensial tənliklər üçün qoyulan sərhəd məsələlərinin approksimasiyası zamanı aşağıdakı üçdiaqonallı xətti sistemi alırıq:

$$\left.\begin{array}{l} A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i \ (i=\overline{1,n-1}) \\ y_0 = y_a, \ y_n = y_b, \end{array}\right\}$$

burada $A_i \neq 0,\ B_i \neq 0\ (i=\overline{1,n-1})$.

Bu sistemin xüsusi forması nəzərə alınaraq, onun həlli üçün qovma üsulu tətbiq olunur.

13. Kollokasiya və Qalyerkin üsulları. [1-4,7]

Xətti diferensial tənlik üçün sərhəd məsələsinə baxaq:

$$y''=q(x)y+f(x),\ y(a)=y_a,\ y(b)=y_b.$$

Aşağıdakı kimi xətti-asılı olmayan və $[a,b]$ parçasında təyin olunan funksiyalar sistemini nəzərdən keçirək:

$$\varphi_0(x),\varphi_1(x),\ldots,\varphi_n(x)$$

və fərz edək ki,

$$\varphi_0(a)=y_a,\ \varphi_0(b)=y_b,\ \varphi_i(a)=\varphi_i(b)=0\ \ (i=1,2,\ldots,n)$$

şərtlərini ödəyir.

14. Elliptik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu. [1-4,7]

Üsulun ideyası ondan ibarətdir ki, diferensial tənliyə daxil olan funksiyaların təyin oblastını

$$x=x_i \equiv x_0+ih\ \ (i=0,\pm1,\pm2,\ldots),$$

$$y=y_j \equiv y_0+jl\ \ (j=0,\pm1,\pm2,\ldots)$$

paralel düz xətlərlə şəbəkələrə bölüb oblastı bu düz xətlərin kəsişmə nöqtələri çoxluğu ilə əvəz etmək lazımdır. Bundan sonra diferensial tənlikdə (x,y) nöqtəsini (x_i, y_j) düyün nöqtəsilə və bu nöqtələrdə törəmələri uyğun sonlu fərqlərlə əvəz edib, cəbri tənliklər sistemi alırıq. Bu sistemin həlli məsələnin həllinin düyün nöqtələrində təqribi qiymətləri kimi götürülür.

15. Hiperbolik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu. [1-4,7]

Üsulun ideyası ondan ibarətdir ki, diferensial tənliyə daxil olan funksiyaların təyin oblastını

$$x = x_i \equiv x_0 + ih \ \ (i = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots),$$

$$y = y_j \equiv y_0 + jl \ \ (j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

paralel düz xətlərlə şəbəkələrə bölüb oblastı bu düz xətlərin kəsişmə nöqtələri çoxluğu ilə əvəz etmək lazımdır. Bundan sonra diferensial tənlikdə (x,y) nöqtəsini (x_i, y_j) düyün nöqtəsilə və bu nöqtələrdə törəmələri uyğun sonlu fərqlərlə əvəz edib, cəbri tənliklər sistemi alırıq. Bu sistemin həlli məsələnin həllinin düyün nöqtələrində təqribi qiymətləri kimi götürülür.

16. Parabolik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu. [1-4,7]

Üsulun ideyası ondan ibarətdir ki, diferensial tənliyə daxil olan funksiyaların təyin oblastını

$$x = x_i \equiv x_0 + ih \ \ (i = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots),$$

$$y = y_j \equiv y_0 + jl \ \ (j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$$

paralel düz xətlərlə şəbəkələrə bölüb oblastı bu düz xətlərin kəsişmə nöqtələri çoxluğu ilə əvəz etmək lazımdır. Bundan sonra diferensial tənlikdə (x,y) nöqtəsini (x_i, y_j) düyün nöqtəsilə və bu nöqtələrdə törəmələri uyğun sonlu fərqlərlə əvəz edib, cəbri tənliklər sistemi alırıq. Bu sistemin həlli məsələnin həllinin düyün nöqtələrində təqribi qiymətləri kimi götürülür.

17. İnteqral tənliklər üçün inteqralı inteqral cəmi ilə əvəz etmək üsulu. [1-4,7]

II növ Fredholm inteqral tənliyinə baxaq:

$$y(x) = \lambda \int_a^b K(x,s)y(s)ds + f(x).$$

Fərz edək ki, $K(x,s)$ və $f(x)$ $(a \le x,s \le b)$ kəsilməz funksiyalardır.

Aşağıdakı kimi kvadratura düsturunu götürək

$$\int_a^a F(x)dx = \sum_{j=1}^{n} A_j F(x_j) + R(F).$$

Burada $x_i \in [a,b] (i=1,2,\ldots,n)$, $A_i\ (i=1,2,\ldots,n)$ sabitləri $F(x)$ funksiyasının seçilməsindən asılı deyillər və $R(F)$ – kvadratura düsturunun qalıq həddidir. x_i və A_i-ləri konkret seçməklə konkret kvadratura düsturları almış olarıq.

18. İnteqral tənliklər üçün nüvəni cırlaşmış nüvə ilə əvəz etmək üsulu. [1-4,7]

Əgər inteqral tənliyin nüvəsini aşağıdakı şəkildə göstərmək olarsa

$$K_n(x,s) = \sum_{i=1}^{n} A_i(x) B_i(s),$$

onda deyirlər ki, nüvə cırlaşandır. Burada $\{A_i(x)\}_{i=\overline{1,n}}$ və $\{B_i(x)\}_{i=\overline{1,n}}$ funksiyalar sistemi $[a,b]$ parçasında xətti asılı olmayan sistemlərdir.

Əsas ədəbiyyat

1. Я.Дж.Мамедов. Методы вычислений. Баку, Маариф, 1988.
2. Y.C.Məmmədov.Təqribi hesablama üsulları. Bakı, Maarif, 2008, 188 s.
3. Н.С.Бахвалов.Численные методы.М.,Наука, 1975, 631 с.
4. Б.С.Берзин, Н.П.Жидков. Методы вычислений. В 2-х т.3-е изд. М., Наука 1966, 598 с.

5. A.Y.Əliyev, V.Ə.Piriverdiyev. Riyazi analizin təqribi hesablama üsulları. Bakı, Azərb. E.A., 1993, 139 s.
6. A.Y.Əliyev, V.Ə.Piriverdiyev. Cəbrin təqribi hesablama üsulları. Bakı, Azərb. E.A., 1993, 110 s.
7. A.Y.Əliyev, V.Ə.Piriverdiyev. Diferensial və inteqral tənliklərin təqribi hesablama üsulları. Bakı, İrşad, 1993, 175 s.

Əlavə ədəbiyyat

8. Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков., Г.М. Кобельков. Численные методы М., Наука, 1978, 598 с.
9. И.Крылов, А.В.Бобков. Монастырный П.И. Вычислительные методы. В 2-х т. М., Наука 1976, 77.
10. Г.И.Марчук. Методы вычислительной математики. Учеб пособие. М.Наука, 1980, 535 с.
11. А.А.Самарский. Теория разностных схем. Учеб. Пособие. М., Наука, 1983, 616 с.

Sərbəst işlərin mövzuları

1.İnterpolyasiya məsələsi. Laqranjın interpolyasiya çoxhədlisi. Laqranj çoxhədlisinin qalıq həddinin qiymətləndirilməsi.
2. Bölünən fərqlər. Sonlu fərqlər. Nyutonun interpolyasiya çoxhədlisi. Qalıq həddinin qiymətləndirilməsi.
3. Ədədi diferensiallama düsturları və onların qalıq hədlərinin qiymətləndirilməsi.
4. Nyuton Kotesin ədədi inteqrallama düsturu. Nyuton-Kotes düsturunun xüsusi halları: düzbucaqlılar, trapeslər və Simpson düsturları.
5. Xətti cəbri tənliklər sistemi üçün sadə iterasiya və Zeydel üsulları.
6. Matrisin məxsusi ədəd və vektorlarının tapılması üçün Danilevski üsulu.

7. Qeyri-xətti tənliyin təqribi həlli üçün adi iterasiya, vətərlər və toxunanlar üsulları.
8. Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Eyler və Runqe-Kutta üsulları.
9. Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Adams üsulu.
10. Adi diferensial tənliklər üçün xətti sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün sonlu fərqlər üsulu.
11. Adi diferensial tənliklər üçün qeyri-xətti sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün sonlu fərqlər üsulu.
12. Xətti sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün qovma üsulu.
13. Kollokasiya və Qalyerkin üsulları.
14. Elliptik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu.
15. Hiperbolik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu.
16. Parabolik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu.
17. İnteqral tənliklər üçün inteqralı inteqral cəmi ilə əvəz etmək üsulu.
18. İnteqral tənliklər üçün nüvəni cırlaşmış nüvə ilə əvəz etmək üsulu.