

Azərbaycan Respublikasının Təhsil Nazirliyi
Bakı Dövlət Universiteti

Mexanika-riyaziyyat fakultəsi
Hesablama riyaziyyatı kafedrası

Hesablama riyaziyyatı
(İPF-B23)
fənninin

PROQRAMI

İstiqamət: TE 01.00.00-Riyaziyyat

İxtisas: TE 05.01.06- Riyaziyyat
müəllimliyi

Bakı Dövlət Universitetinin rektorunun 18.07.2016 tarixli

R-75 sayılı əmrinə əsasən çap olunur.

Bakı 2018

Tərtib edənlər: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının əməkdaşları f.r.e.d., prof. Q.Y. Mehdiyeva, f.r.e.n., dos. A.Y. Əliyev, r.ü.f.d., dos. M.N. İmanova.

Elmi redaktor: Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının müdiri f.r.e.d., prof. Q.Y.Mehdiyeva.

Rəyçilər: Azərbaycan Texniki Universitetinin Riyaziyyat kafedrasının müdiri, t.e.d., prof. M.A. Dünyamalıyev
Bakı Dövlət Universitetinin «Hesablama riyaziyyatı» kafedrasının professoru, f.r.e.d. V.R.İbrahimov

GİRİŞ

1. «Hesablama riyaziyyatı» fənninin məqsədi riyaziyyat müəllimləri ixtisası tələbələrinə hesablama üsullarının əsaslarını öyrətmək və onlarda bu üsullardan riyaziyyatın müxtəlif məsələlərinin həllində istifadə etmək vərdişlərini yaratmaqdır. Bu fənnə təqribi hesablama üsulları nəzəriyyəsinin fundamental anlayışları öyrənilir, müxtəlif məsələlərinin həllinə tətbiq ediləcək xüsusi üsullar nəzərdən keçirilir.

2. Tələbələr təqribi hesablama üsullarını və bu üsulları müxtəlif məsələlərinin həllinə tətbiq edə bilməlidirlər. Onlar müxtəlif elm sahələrinin məsələlərinin gətirildiyi riyazi məsələlərin müasir ədədi həll üsulları ilə tanış olmalı və onlardan istifadə edə bilməlidirlər.

3. Tələbələr təqribi hesablama üsullarına dərində yiyələnərək, bu üsullarda hesablama düsturlarını almağı, xətalara hesablamağı bacarmalıdırlar. Onlar bu üsullar üçün müasir proqramlaşdırma dillərində proqramlar quraraq onları kompüterlərdə realizə etməyi bacarmalıdırlar.

4. Tələbələr təqribi hesablama üsullarını müxtəlif məsələlərinin həllinə tətbiq etmək vərdişlərinə yiyələnməlidirlər. Hesablama təcrübəsində məsələnin qoyuluşu, hesablama prosesinin planlaşdırılması, hesablama nəticələrinin emalı kimi vərdişlərə yiyələnməlidirlər.

5. «Hesablama riyaziyyatı» fənni mühazirə və məşğələ dərslərində tədris olunur. «Hesablama riyaziyyatı» fənni riyaziyyat müəllimləri ixtisasına VII semestrə 30 saat mühazirə və 30 saat məşğələ olmaqla 60 saat həcmində tədris olunur.

Mövzulara ayrılan dərslər saatlarının miqdarı

№	Mövzular	Müh. saat. miq.	Məş. saat. miq.
1	İnterpolyasiya məsələsi Laqranjin interpolyasiya çoxhədlisi. Qalıq həddi.	2	2
2	Bölünən və sonlu fərqlər. Nyutonun interpolyasiya çoxhədlisi. Qalıq həddi.	2	2
3	Ədədi diferensiallama düsturları. Qalıq həddi.	2	2
4	Nyuton-Kotesin ədədi ineqrallama düsturu.	2	2
5	Nyuton-Kotes düsturunun xüsusi halları: düzbucaqlılar, trapeslər və Simpson düsturları.	2	2
6	Xətti cəbri tənliklər sistemi üçün sadə iterasiya üsulu.	2	2
7	Xətti cəbri tənliklər sistemi üçün Zeydel üsulu.	2	2
8	Qeyri-xətti tənliyin təqribi həlli üçün adi iterasiya, vətərlər və toxunanlar üsulları.	4	4
9	Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Eyler və Runqe-kutta üsulları.	2	2
10	Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Adams üsulu.	2	2
11	Adi diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün sonlu fərqlər üsulu.	2	2
12	Elliptik tip xüsusi törəməli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu.	4	4
13	İnteqral tənliklər üçün inteqralı inteqral cəmi ilə əvəz etmək üsulu.	2	2

1. İnterpolyasiya məsələsi Laqranjın interpolyasiya çoxhədli. Qalıq həddi.[1-3]

Məlumdur ki, funksiya müxtəlif üsullarla verilir. Belə üsullardan biri cədvəl üsuludur: funksiya, dəyişənin (x) sonlu sayda qiymətlərində verilir ($f(x_i), i=0,1,\dots,n$). Lakin təcrübədə funksiyanın qiymətini dəyişənin başqa qiymətlərində də hesablamaq lazım gəlir. Belə halda elə sadə $P(x)$ funksiyasını qururlar ki,

$$P(x_i)=f(x_i) \quad (i=0,1,\dots,n)$$

şərtləri ödənilsin və $f(x)$ -in təyin oblastının başqa nöqtələrində $P(x)-f(x)$ kafi qədər kiçik olsun. Belə $P(x)$ funksiyasının qurulmasına *interpolyasiya* məsələsi deyilir. Adətən $P(x)$ funksiyasını çoxhədli şəklində axtarırlar.

2. Bölünən və sonlu fərqlər. Nyutonun interpolyasiya çoxhədli. Qalıq həddi. [1-3]

$[a,b]$ parçasında təyin olan ixtiyari $f(x)$ funksiyasını və bu parçaya daxil olan düyün nöqtələrini $x_0, x_1, \dots, x_n, x_i \neq x_j, i \neq j$ götürək.

Aşağıdakı nisbətlərə baxaq:

$$\frac{f(x_1)-f(x_0)}{x_1-x_0} = f(x_0, x_1),$$

$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} = f(x_1, x_2), \dots, \frac{f(x_n)-f(x_{n-1})}{x_n-x_{n-1}} = f(x_{n-1}, x_n).$$

Bu nisbətləri birtərtibli bölünən fərqlər adlandırırlar.

Fərz edək ki, düyün nöqtələri bir-birindən h məsafədə yerləşmişdir:

$$x_0, x_0+h, x_0+2h, \dots, x_0+nh.$$

$$f(x_1)-f(x_0), f(x_2)-f(x_1), \dots, f(x_n)-f(x_{n-1})$$

fərqlərinə birtərtibli sonlu fərqlər deyirlər

3. Ədədi diferensiallama düsturları. Qalıq həddi. [1-3]

Əgər funksiya «cədvəl üsulu» ilə verilibsə, yəni funksiyanın qiymətləri sonlu sayda nöqtələrdə verilibsə və onun verilmiş nöqtədə törəməsini hesablamaq tələb edilibsə, diferensial hesabı kursundan məlum üsullar məsələni həll etmək imkanına malik deyildir. Buna görə də bu məsələləri həll etmək üçün təqribi üsullardan istifadə edilir. Bu üsulların əsas ideyası belədir.

Verilmiş $f(x)$ funksiyasını, interpolyasiya funksiyası- $P(x)$ ilə əvəz edirlər və

$$f^{(i)}(x) = P^{(i)}(x)$$

düsturundan istifadə edib $f(x)$ -in istənilən tərtibdən törəməsinin təqribi qiymətini tapırlar.

4. Nyuton-Kotesin ədədi inteqrallama düsturu. [1-3]

Tutaq ki,

$$\int_c^d f(x) dx$$

inteqralını hesablamaq tələb olunur.

İnterpolyasiya düyünlərini

$$x_i = a + ih \quad (i=1,2,\dots,n)$$

şəklində götürək. Əgər $a=c$ isə onda $d=a+(n+1)h$ götürəcəyik. Bu halda $[c,d]$ parçası $n+1$ bərabər hissəyə bölünür və c,d nöqtələri düyün nöqtələri çoxluğuna daxil olurlar. Əgər $a=c-h$ isə onda $d=a+nh$ götürülür. Bu halda $[c,d]$ parçası $n-1$ hissəyə bölünür və c,d nöqtələri düyün nöqtələri çoxluğuna daxil olurlar.

Birinci halda alınan ədədi inteqrallama düsturuna açıq tipli düstur, ikinci halda isə qapalı düstur deyirlər. inteqralda $c=a+(1-k)h$, $d=a+(n+k)h$ götürəcəyik. $k=1$ olduqda alınan düstur açıq tipli, $k=0$ olduqda isə qapalı tipli olur.

5. Nyuton-Kotes düsturunun xüsusi halları: düzbucaqlılar, trapeslər və Simpson düsturları. [1-4]

Tutaq ki,

$$\int_c^d f(x)dx$$

inteqralını hesablaməq tələb olunur. Bunun üçün Nyuton-Kotes düsturunun xüsusi halları: düzbucaqlılar, trapeslər və Simpson düsturlarından istifadə olunur.

6. Xəttili cəbri tənliklər sistemi üçün sadə iterasiya və üsulu.

Aşağıdakı kimi xətti cəbri tənliklər sisteminə baxaq: [1-3]

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{array} \right\}$$

Sistemin həlli üçün sadə iterasiya üsulu tətbiq olunur.

7. Xəttili cəbri tənliklər sistemi üçün Zeydel üsulu. [1-3,5]

Aşağıdakı kimi xətti cəbri tənliklər sisteminə baxaq:

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{array} \right\}$$

Sistemin həlli üçün Zeydel üsulu tətbiq olunur.

8. Qeyri-xəttili tənliyin təqribi həlli üçün adi iterasiya, vətərlər və toxunanlar üsulları. [1-3,5]

Aşağıdakı şəkildə tənliyə baxaq:

$$f(x) = 0.$$

Tutaq ki, $f(x)$ həqiqi dəyişənli həqiqi funksiyadır, \bar{x} isə tənliyin həqiqi köküdür.

Tutaq ki, $f(x), f'(x), f''(x)$ funksiyaları \bar{x} nöqtəsinin ətrafında kəsilməzdir və $f'(x), f''(x)$ funksiyaları bu ətrafda öz işarələrini saxlayırlar. Bu o deməkdir ki, $f(x)$ funksiyası \bar{x} ətrafında işarəsini dəyişir və bu nöqtə $f(x)$ -in sadə köküdür. Qeyri-xətti tənliyin təqribi həlli üçün adi iterasiya, vətərlər və toxunanlar üsulları tətbiq edilir.

9. Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Eyler və Runqe-kutta üsulları. [1-3,6] Tutaq ki,

$$y' = f(x, y)$$

bir tərtibli qeyri-xətti diferensial tənliyin elə həllini tapmaq tələb olunur ki, aşağıdakı başlanğıc şərtini ödəsin:

$$y(x_0) = y_0.$$

Məsələnin həllinə təqribi üsul tətbiq olunur.

10. Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Adams üsulu. [1-3,6]

Tutaq ki,

$$y' = f(x, y)$$

bir tərtibli qeyri-xətti diferensial tənliyin elə həllini tapmaq tələb olunur ki, aşağıdakı başlanğıc şərtini ödəsin:

$$y(x_0) = y_0.$$

Məsələnin həllinə təqribi üsul tətbiq olunur.

11. Adi diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün sonlu fərqlər üsulu. [1-3,6]

Aşağıdakı xətti sərhəd məsələsinə baxaq:

$$\left. \begin{aligned} y'' - q(x)y &= f(x), \\ y(a) &= y_a, \quad y(b) = y_b. \end{aligned} \right\}$$

Burada $q(x) \geq 0, f(x)$ funksiyaları $[a, b]$ parçasında kəsilməz funksiyalardır.

Fərz edək ki, bu məsələnin həlli var; bu həllin təqribi qiymətlərini tapmaq. Məsələnin həllinə təqribi üsul tətbiq olunur.

12. Elliptik tip xüsusi törəmli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu. [1-3,6]

Üsulun ideyası ondan ibarətdir ki, diferensial tənliyə daxil olan funksiyaların təyin oblastını

$$x = x_i \equiv x_0 + ih \quad (i=0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

$$y = y_j \equiv y_0 + jl \quad (j=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

paralel düz xətlərlə şəbəkələrə bölüb oblastı bu düz xətlərin kəsişmə nöqtələri çoxluğu ilə əvəz etmək lazımdır. Bundan sonra diferensial tənlikdə (x, y) nöqtəsini (x_i, y_j) düyün nöqtəsilə və bu nöqtələrdə törəmələri uyğun sonlu fərqlərlə əvəz edib, cəbri tənliklər sistemi alırıq. Bu sistemin həlli məsələnin həllinin düyün nöqtələrində təqribi qiymətləri kimi götürülür.

13. İntegral tənliklər üçün inteqralı inteqral cəmi ilə əvəz etmək üsulu. [1-3,6]

II növ Fredholm inteqral tənliyinə baxaq:

$$y(x) = \lambda \int_a^b K(x, s) y(s) ds + f(x).$$

Fərz edək ki, $K(x, s)$ və $f(x)$ ($a \leq x, s \leq b$) kəsilməz funksiyalardır.

Aşağıdakı kimi kvadratura düsturunu götürək

$$\int_a^b F(x) dx = \sum_{j=1}^n A_j F(x_j) + R(F).$$

Burada $x_i \in [a, b] (i=1, 2, \dots, n)$, $A_i (i=1, 2, \dots, n)$ sabitləri $F(x)$ funksiyasının seçilməsindən asılı deyillər və $R(F)$ – kvadratura düsturunun qalıq həddidir. x_i və A_i -ləri konkret seçməklə konkret kvadratura düsturları almış olarıq.

Əsas ədəbiyyat

1. Я.Дж.Мамедов. Методы вычислений. Баку, Maarif, 1988.
2. Y.C.Məmmədov. Təqribi hesablama üsulları. Bakı, Maarif, 2008, 188 s.
3. Б.С.Берзин, Н.П.Жидков. Методы вычислений. В 2-х т.3-е изд. М., Наука 1966, 598 с.
4. А.Ү.Əliyev, V.Ə.Piriverdiyev. Riyazi analizin təqribi hesablama üsulları. Bakı, Azərb. E.A., 1993, 139 s.
5. А.Ү.Əliyev, V.Ə.Piriverdiyev. Cəbrin təqribi hesablama üsulları. Bakı, Azərb. E.A., 1993, 110 s.
6. А.Ү.Əliyev, V.Ə.Piriverdiyev. Diferensial və inteqral tənliklərin təqribi hesablama üsulları. Bakı, İrşad, 1993, 175 s.

Əlavə ədəbiyyat

7. Н.С. Бахвалов. Численные методы. М., Наука, 1975, 631 с.
8. Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков., Г.М. Кобельков. Численные методы М., Наука, 1978, 598 с.
9. И.Крылов, А.В.Бобков. Монастырный П.И. Вычислительные методы. В 2-х т. М., Наука 1976, 77.
10. Г.И.Марчук. Методы вычислительной математики. Учеб пособие. М.Наука, 1980, 535 с
11. А.А.Самарский. Теория разностных схем. Учеб. Пособие. М., Наука, 1983, 616 с.

Sərbəst işlərin mövzuları

1. İnterpolyasiya məsələsi.
2. Laqranjın interpolyasiya çoxhədlisi. Qalıq həddi.
3. Bölünən və sonlu fərqlər.
4. Nyutonun interpolyasiya çoxhədlisi. Qalıq həddi.
5. Ədədi diferensiallama düsturları. Qalıq həddi.

6. Nyuton-Kotesin ədədi inteqrallama düsturu.
7. Nyuton-Kotes düsturunun xüsusi halları: düzbucaqlılar, trapeslər və Simpson düsturları.
8. Xətti cəbri tənliklər sistemi üçün sadə iterasiya üsulu.
9. Xətti cəbri tənliklər sistemi üçün Zeydel üsulu.
10. Qeyri-xətti tənliyin təqribi həlli üçün adi iterasiya, vətərlər və toxunanlar üsulları.
11. Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Eyley və Runqe-kutta üsulları.
12. Adi diferensial tənliklər üçün Koşi məsələsinin ədədi həlli üçün Adams üsulu.
13. Adi diferensial tənliklər üçün sərhəd məsələsinin ədədi həlli üçün sonlu fərqlər üsulu.
14. Elliptik tip xüsusi törəmli diferensial tənliklər üçün şəbəkə üsulu.
15. İnteqral tənliklər üçün inteqralı inteqral cəmi ilə əvəz etmək üsulu.