«Diskret riyaziyyat» fənninin
P R O Q R A M I
(mühazirə-30 saat, məşğələ-30 saat)

IV semestr

1) Məntiq cəbri funksiyaları. Əhəmiyyətli və fiktiv dəyişənlər. Bərabər və simmetrik funksiyalar. Məntiq cəbrinin elementar funksiyaları.

Arqumentləri $E_2 = \{0,1\}$ çoxluğunda təyin edilmiş və $\alpha_i \in E_2 (i = \overline{1,n})$ üçün $f(\alpha_1,..,\alpha_n) \in E_2$ şərtini ödəyən $f(u_{i_1},..,u_{i_n})\big((u_{i_\nu} \neq u_{i_\mu}, \nu \neq \mu), u_i \in U (U = \{u_1,..,u_m,...\})\big)$ funksiyalarına məntiq cəbri və ya bul funksiyaları deyilir. Məntiq cəbrinin elementar funksiyalarına «0» sabiti, «1» sabiti, eynilik funksiyası, inkar funksiyası, konyunksiya, dizyunksiya, implikasiya, mod 2 üzrə toplama, Şeffer funksiyaları aiddir.

2) Düsturlar. Funksiyaların düsturlarla ifadəsi. Eyni quruluşlu düsturlar. Tavtalogiya və eyniliklə yalan düsturlar. Düsturların ekvivalentliyi. Elementar funksiyaların xassələri.

Tutaq ki, B, P_2-dən, yəni 0 və 1 sabitlərini də özündə saxlayan U əlifbası üzərindəki bütün məntiq cəbrinin funksiyalar çoxluğundan götürülən funksiyaların hər hansı alt çoxluğudur. Onda

a) B-dən olan hər bir $f(x_1,..,x_m)$ funksiyası B üzərində düsturdur.

b) $f_0(x_1,..,x_m) \in B$ funksiyası və üzərində $A_1...,A_m$ düsturları verilib, onda $f_0(A_1,..,A_m)$ B üzərində düsturdur.

3) İkili funksiya. İkilik prinsipi.

Hər hansı $f(x_1,..,x_n)$ məntiq cəbri funksiyası üçün $[f(x_1,..,x_n)]^* = \overline{f}(\overline{x}_1,..,\overline{x}_n)$ funksiyası bu funksiyaya nəzərən ikili funksiyadır. İkilik prinsipi: Əgər $L = C[f_1,..,f_s]$ düsturu $f(x_1,..,x_n)$ funksiyasını realizə edirsə, onda L düsturunda $f_1,..,f_s$ funksiyalarını uyğun olaraq $f_1^*,..,f_s^*$ funksiyaları ilə əvəz etməklə alınan $C[f_1^*,..,f_s^*]$ düsturu $f^*(x_1..,x_n)$ funksiyasını realizə edir.

4) Məntiq cəbri funksiyalarının dəyişənlər üzrə ayrılışı. Mükəmməl dizyunktiv normal forma (MDNF).

Məntiq cəbrinin ixtiyari $f(x_1,..,x_n)$ funksiyasının hər hansı $m(1 \le m \le n)$ üçün aşağıdakı şəkildə ifadə etmək olar:

$$f(x_1,..,x_m, x_{m+1},..,x_n) =$$
$$= \bigvee_{(\alpha_1,..,\alpha_m)} x_1^{\alpha_1} \& \cdots \& x_m^{\alpha_m} \& f(\alpha_1,..,\alpha_m, x_{m+1},..,x_n)$$

MDNF, aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$f(x_1,..,x_n) = \bigvee_{\substack{(\alpha_1,..,\alpha_n) \\ f(\alpha_1,..,\alpha_n)=1}} x_1^{\alpha_1} \& \cdots \& x_n^{\alpha_n}$$

MKNF, aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$f(x_1,..,x_n) = \mathop{\&}_{\substack{(\alpha_1,..,\alpha_n) \\ f(\alpha_1,..,\alpha_n)=0}} (x_1^{\overline{\alpha}_1} \vee \ldots\ldots \vee x_n^{\overline{\alpha}_n}).$$

5) Tamlıq və qapanma anlayışları. Vacib qapalı siniflər. Xətti və qeyri-xətti funksiyalar. Sistemin tamlığı haqqında teorem. Maksimal sinif.

Əgər ixtiyari bul funksiyası, P_2-dən götürülən hər hansı $\{f_1,..,f_s...\}$ funksiyalar sisteminin funksiyaları ilə düstur kimi ifadə edilirsə, onda belə sistem funksional olaraq tam sistem adlanır. Tutaq ki, Ω, P_2 sisteminin funksiyalarının hər hansı alt çoxluğudur. Ω

çoxluğunun qapanması, Ω çoxluğunun funksiyaları ilə düstur kimi ifadə edilə bilən, bütün bul funksiyaları çoxluğuna deyilir. Vacib qapalı siniflər $T_0, T_{1,} S, M$ və L sinifləridir. Teorem. Ω sisteminin tam sistem olması üçün zəruri və kafi şərt, onun beş mümkün $T_0, T_{1,} S, M$ və L qapalı siniflərindən heç birinə tam şəkildə daxil olmamasıdır.

6) Qraf anlayışı. Yol, dövr, halqa. Əlaqali qraf.

$A=\{a_1 a_2,...\}$ çoxluğu və A çoxluğundan ixtiyari qaydada seçilən (a_{i_k}, a_{j_k}) elementləri cütlərinin B külliyatı Γ qrafı adlanır. Γ qrafının aşağıdakı tilləri sistemi $A_{a_i a_j} = \{(a_{i_1}, a_{i_2}), (a_{i_2}, a_{i_3}), ..., (a_{i_{s-1}}, a_{i_s})\}$ (burada $a_{i_1} = a_i, a_{i_s} = a_j$) a_i və a_j təpələrini birləşdirən yol adlanır. Eyni bir tildən $a_i = a_j$ olduqda bir dəfə keçən $A_{a_i a_j}$ yoluna sadə dövr deyilir. Xüsusi halda $\{(a_i, a_i)\}$ dövrünə halqa deyilir. Eyler dövrü. Γ qrafının ixtiyari iki müxtəlif a_i və a_j təpə nöqtəsini birləşdirən zəncir varsa, onda bu Γ qrafı əlaqəli qraf adlanır.

7) Qrafın həndəsi ifadəsi. Alt qraf. Tam qraf. İzomorf və homomorf qraflar.

Hər hansı Γ_1 qrafının təpə nöqtələri və tilləri hər hansı Γ_2 qrafına aid olarsa, onda Γ_1 qrafına Γ_2 qrafının alt qrafı deyilir. Bütün mümkün $(a_i, a_j)(1 \le i, j \le m)$ formalı tillərə malik olan qrafa tam qraf deyilir. Əgər hər hansı Γ_1 və Γ_2 qraflarının uyğun təpə nöqtələrini uyğun tillər birləşdirirsə, onların təpə nöqtələri və tilləri arasında qarşılıqlı birqiymətli uyğunluq varsa, onda Γ_1 və Γ_2 qrafına izomorf qraf deyilir. Γ_1 və Γ_2 qraflarının bir-biri ilə izomorf olan alt hissələri mövcuddursa, onda Γ_1 və Γ_2 qrafları homomorf qraflar adlanır.

8) İstiqamətlənmiş, istiqamətlənməmiş və qarışıq qraf. Hamar və bircins qraf. Qraf tərtibi.

Hər bir tilii istiqamətlənməmiş olan qrafa istiqamətlənməmiş qraf deyilir. Bütün tilləri istiqamətlənmiş qrafa istiqamətlənmiş qraf deyilir. Həm istiqamətlənmiş, həm də istiqamətlənməmiş tilləri olan qrafa qarışıq qraf deyilir.Əgər qrafın müstəvi üzərindəki təsvirinə tillərin bütün kəsişmə nöqtələri, qrafın təpə nöqtələri olarsa, belə qrafa hamar qraf deyilir.

9) Şəbəkə və ağac anlayışları.

$A=\{a_1,a_2,...\}$ çoxluğu və $E_i=\{a_{V_1(i)},a_{V_2(i)},...\}$ elementləri A-dan olan $B=\{E_0,E_1,E_2,...\}$ çoxluğuna şəbəkə deyilir. Dövrə malik olmayan, kök adlanan qeyd olunmuş təpə nöqtələri, əlaqəli sonlu qraf ağac adlanır.

10) Kodlaşdırma, dekodlaşdırma anlayışları. Əlifba və müntəzəm kodlaşdırması.

Tutaq ki, hər bir $A(A\in S'(\bigcup))$ sözünə qarşı $B=F(A)(B\in S(L))$ sözünü qoyan F inikası verilib. Burada B məlumatının kodu, A sözündən onun koduna keçidə isə kodlaşdırma deyilir. Burada $L=\{b_1,..,b_q\}$ əlifba, B,L əlifbasında soz, $S(L)$ isə L əlifbasındakı bütün boş olmayan sözlər çoxluğudur.

11) Kodun seçilməsi. Maneələr mənbəyi. Dekodlaşdırma. Birqiymətli dekodlaşdırma meyarı. Prefiks xassəsi.

Kodlar, kodun verilişinin əlverişliyi baxımından, kodun qəbul edilməsinin əlverişliyi baxımından, kanalın maksimal keçid imkanlarının təmin edilməsi baxımından, kodun maneələrə davamlılığının təmin edilməsi baxımından və kodlaşdırma alqoritmlərinin bəzi xassələrinin təmin edilməsi baxımından seçilir. Maneələr mənbəyinin təsviri üçün məntiqi kombinator və statistik təsvirdən istifadə edilir.

Tutaq ki, B sözü $B = B'B''$ şəklindədir. Onda burada B' sözü B sözünün başlanğıcı və ya prefiksi, B'' isə B sözünün sonu adlanır. Əgər B_i sözü ixtiyari i və j $(1 \le i, j \le r, i \ne j)$ üçün B_j sözünün prefiksi deyilsə, onda verilmiş Σ sxemi prefiks xassəsinə malikdir. Əgər Σ sxemi prefiks xassəsinə malik olarsa, onda uyğun əlifba kodlaşdırması qarşılıqlı birqiymətli olacaqdır.

12. Qarşılıqlı birqiymətli dekodlaşdırma. Əlifba kodlaşdırmasının qarşılıqlı birqiymətlilik meyarı. Elementar kodlara ayrılış. Birqiymətli dekodlaşdırmanın təyini alqoritmi.

Hər bir əlifba kodlaşdırması üçün elə bir N_0 var ki, $N_0 \le \left[\frac{(w+1)(p-r+2)}{2} \right]$ əlifba kodlaşdırmasının qarşılıqlı birqiymətlilik problemi sonlu $S^{N_0}(\bigcup)$ çoxluğunun kodlaşdırılmasıüçün analoji problemə gətirilir. Burada W ilə B_i üçün olan bütün ayrılışlar və bütün i-lər üzrə olan $\omega \ge 0$ ədədlərinin mauksimumunu işarə edirik, yəni $W = \max \omega$.

Əlifba kodlaşdırması üçün qarşılıqlı birqiymətlilik xassəsi yalnız və yalnız o halda pozulur ki, $\Gamma(\Sigma)$ qrafının Λ təpə nöqtəsindən keçən istiqamətlənmiş dövrü olsun.

13) Elementar konyunksiya. Dizyunktiv normal forma $L(D)$ sadəlik indeksi. $L(D)$ sadəlik indeksinin aksiomları və ona aid misallar.

$K = x_{i_1}^{\alpha_1} \& \cdots \& x_{i_r}^{\alpha_r} (i_\nu \neq i_\mu, \nu \neq \mu)$ ifadəsi elementar konyunksiya adlanır. Burada r elementar konyunksiyanın ranqı adlanır. $D = \overset{s}{\underset{i=1}{V}} k_i (k_i \neq k_j, i \neq j)$ ifadəsinə dizyunktiv normal forma deyilir. $L(D)$ sadəlik indeksinin aşağıdakı aksiomları var.

I Müsbətlik aksiomu: $L(D) \geq 0$

II Monotonluq aksiomu (vurmaya nəzərən): $L(D) \geq L(D'VK')$ burada $D = D'vx_i^{\alpha_i} \cdot K'$.

III Qabarıqlıq aksiomu (toplamaya nəzərən) $L(D) \geq L(D_1) + L(D_2)$, burada $D = D_1 v D_2$.

IV İnvariantlıq aksiomu (izomorfluğa nəzərən) : $L(D') = L(D)$, burada D', D-dən dəyişənlərin adlarının dəyişdirilməsi ilə alınıb.

14. Minimal dizyunktiv normal forma. Misallar. Sadələşməyən dizyunktiv normal forma.

$f(x_1, \ldots, x_n)$ funksiyasını realizə edən minimal $L(D)$ sadəlik indeksi olan D dizyunktiv normal forması L indeksinə nəzərən minimal dizyunktiv normal forma adlanır. Elementar konyunksiyaların çıxarılması əməliyyatı və vuruğun çıxarılması əməliyyatı ilə sadələşdirmək mümkün olmayan D dizyunktiv normal formasına sədələşməyən dizyunktiv normal forma deyilir.

15. D.N.F. sadələşdirmə alqoritmi. Sadələşdirmə alqoritminin tətbiqi ilə minimal dizyunktiv normal formanın alınması.

Sadələşdirmə alqoritminin tətbiqi nəticəsində alınan dizyunktiv normal formaya, sadələşməyən dizyunktiv normal forma deyilir.

Tutaq ki, $f(x_1,...,x_n)$ ixtiyari məntiqi cəbr funksiyasıdır. $(f \neq 0)$ və $D = \overset{S}{\underset{i=1}{V}} k_i$ bu funksiyanın ixtiyari sadələşməyən dizyunktiv normal formadır, onda f funksiyasının m.d.n. formanın elə bir çeşidlənməsi var ki, ondan sadələşdirmə alqoritmini tətbiq etməklə sadələşməyən dizyunktiv normal forma alınır.

Ədəbiyyat

1. Яблонский С.Б. Введение в дискретную математику. Учеб. Пособие М., Наука, 1986, 384 с.
2. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.Н. Сборник задач по дискретной математике М., Наука, 1977, 367 с.
3. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. Под ред. С.В.Яблонского и О.Б. Лупанова. М., Наука, 1974, 312 с.
4. Кудрявцев В.Б., Подколязин А.С. Введение в теорию автоматов. М., Наука, 1986.
5. Марков А.А. Введение в теорию кодирования. М., Наука 1982 г.
6. Гиндикин С.Г. Алгебра логики в задачах. М., Наука, 1972 г.
7. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. М., Наука, 1984, 224 с.
8. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М., Наука, 1976.
9. Клини С.К. Математическая логика. М., Мир, 1973, 480 с.

10. Əliyev A.Y., Piriverdiyev V.Ə. Diskret riyaziyyatın elementləri. Bakı, Mütərcim, 2003, 92 s.

Mövzulara ayrılan dərs saatlarının miqdarı

№	Mövzular	Müh. saat. miq.	Məş. saat. miq.
1	Məntiq cəbri funksiyaları. Əhəmiyyətli və fiktiv dəyişənlər. Bərabər və simmetrik funksiyalar. Məntiq cəbrinin elementar funksiyaları.	2	2
2	Düsturlar. Funksiyaların düsturlarla ifadəsi. Eyni quruluşlu düsturlar. Tavtalogiya və eyniliklə yalan düsturlar. Düsturların ekvivalentliyi. Elementar funksiyaların xassələri.	2	2
3	İkili funksiya. İkilik prinsipi.	2	2
4	Məntiq cəbri funksiyalarının dəyişənlər üzrə ayrılışı. Mükəmməl dizyunktiv normal forma (MDNF).	2	2
5	Tamlıq və qapanma anlayışları. Vacib qapalı siniflər. Xətti və qeyri-xətti funksiyalar. Sistemin tamlığı haqqında teorem. Maksimal sinif.	2	2
6	Qraf anlayışı. Yol, dövr, halqa. Əlaqali qraf.	2	2

7	Qrafın həndəsi ifadəsi. Alt qraf. Tam qraf. İzomorf və homomorf qraflar.	2	2
8	İstiqamətlənmiş, istiqamətlənməmiş və qarışıq qraf. Hamar və bircins qraf. Qraf tərtibi.	2	2
9	Şəbəkə və ağac anlayışları.	2	2
10	Kodlaşdırma, dekodlaşdırma anlayışları. Əlifba və müntəzəm kodlaşdırması.	2	2
11	Kodun seçilməsi. Maneələr mənbəyi. Dekodlaşdırma. Birqiymətli dekodlaşdırma meyarı. Prefiks xassəsi.	2	2
12	Qarşılıqlı birqiymətli dekodlaşdırma. Əlifba kodlaşdırmasının qarşılıqlı birqiymətlilik meyarı. Elementar kodlara ayrılış. Birqiymətli dekodlaşdırmanın təyini alqoritmi.	2	2
13	Elementar konyunksiya. Dizyunktiv normal forma $L(D)$ sadəlik indeksi. $L(D)$ sadəlik indeksinin aksiomları və ona aid misallar.	2	2
14	Minimal dizyunktiv normal forma. Misallar. Sadələşməyən dizyunktiv normal forma.	2	2
15	D.N.F. sadələşdirmə alqoritmi. Sadələşdirmə alqoritminin tətbiqi ilə minimal dizyunktiv normal formanın alınması.	2	2