AZƏRBAYCAN RESPUBLİKASININ ELM VƏ TƏHSİL NAZİRLİYİ
BAKI DÖVLƏT UNİVERSİTETİ

Azərbaycan xalqının Ümummilli Lideri Heydər Əliyevin

anadan olmasının 100 illik yubileyinə həsr olunmuş

Diferensial və inteqral operatorlar

mövzusunda

RESPUBLİKA ELMİ KONFRANSININ

MATERİALLARI

Bakı, 7-8 dekabr 2023-cü il

BAKI - 2023

KONFRANSIN TƏŞKİLAT KOMİTƏSİ

Sədr:
Ziyatxan Əliyev
BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin dekanı
Sədr müavini:
Alı Əliyev
BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin tədris işləri üzrə dekan müavini
Üzvlər:
Etibar Əhmədov
BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin sosial məsələlər və tələbələrlə iş üzrə dekan müavini
Gülnar Salmanova
BDU-nun Nəzəri mexanika və bütöv mühit mexanikası kafedrasının dosenti
Kəmalə Rəhimova
BDU-nun Hesablama riyaziyyatı kafedrasının müəllimi

KONFRANSIN PROQRAM KOMİTƏSİ

Sədr:
Vaqif İbrahimov
BDU-nun Hesablama riyaziyyatı kafedrasının müdiri
Üzvlər:
Sadiq Qurbanov
Azərbaycan Respublikası Milli Məclisinin Təbii ehtiyatlar, energetika və ekologiya komitəsinin sədri
Asəf Hacıyev
Azərbaycan Respublikasının Elm və Təhsil Nazirliyinin (ARETN) İdarəetmə Sistemləri İnstitutunun İdarəetmənin nəzəri problemləri şöbəsinin rəhbəri, Qara Dəniz İqtisadi Əməkdaşlıq Təşkilatının Parlament Assambleyasının baş katibi
Misir Mərdanov
ARETN-nin Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun direktoru, BDU-nun Ali riyaziyyat kafedrasının müdiri
Fikrət Əliyev
BDU-nun nəzdində Tətbiqi Riyaziyyat Elmi-Tədqiqat İnstitutunun direktoru
Ədalət Axundov
ARETN-nin Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun elmi işlər üzrə direktor müavini
Məhəmməd Mehdiyev
BDU-nun Tətbiqi-riyaziyyat və kibernetika fakültəsinin dekanı
Araz Fərəcov
Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Riyaziyyat fakültəsinin dekanı
Şirmayıl Bağırov
BDU-nun Mexanika-riyaziyyat fakültəsinin elmi işlər üzrə dekan müavini
Yusif Məmmədov
BDU-nun Riyazi fizika tənlikləri kafedrasının müdiri
Rəşid Əliyev
BDU-nun Riyazi analiz kafedrasının müdiri

Hamlet Quliyev
BDU-nun İdarəetmə nəzəriyyəsinin riyazi üsulları kafedrasının müdiri
Arif Səlimov
BDU-nun Cəbr və həndəsə kafedrasının müdiri
Yaşar Mehrəliyev
BDU-nun Diferensial və inteqral tənliklər kafedrasının müdiri
Yusif Sevdimalıyev
BDU-nun Nəzəri mexanika və bütöv mühit mexanikası kafedrasının müdiri
Əli Əhmədov
BDU-nun Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz kafedrasının müdiri
Səməd Əliyev
BDU-nun Riyaziyyat və onun tədrisi metodikası kafedrasının müdiri
Rövşən Əliyev
BDU-nun Əməliyyatlar tədqiqi və Ehtimal nəzəriyyəsi kafedrasının müdiri
Araz Əliyev
Azərbaycan Dövlət Neft və Sənaye Universitetinin Ümumi və tətbiqi riyaziyyat kafedrasının müdiri
Elvin Əzizbəyov
Azərbaycan Respublikasının Prezidenti yanında Dövlət İdarəçilik Akademiyasının İntellektual sistemlərin idarə olunması kafedrasının müdiri
Əli Hüseynli
Xəzər Universitetinin Riyaziyyat departamentinin müdiri
Bilal Bilalov
Azərbaycan Respublikasının Elm və Təhsil Nazirliyinin Riyaziyyat və Mexanika İnstitunun Qeyri-harmonik analiz şöbəsinin müdiri
Qeylani Pənahov
ARETN-nin Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun Maye və qaz mexanikası şöbəsinin müdiri
Sadiq Abdullayev
BDU-nun Riyazi analiz kafedrasının professoru
Hidayət Hüseynov
BDU-nun Tətbiqi riyaziyyat kafedrasının professoru
Nazim Kərimov
Xəzər Universitetinin Riyaziyyat departamentinin professoru
Nizaməddin İsgəndərov
BDU-nun Diferensial və inteqral tənliklər kafedrasının professoru
Sədi Bayramov
BDU-nun Cəbr və həndəsə kafedrasının professoru
Elmağa Qasımov
BDU-nun Riyaziyyat və onun tədrisi metodikası kafedrasının professoru
Telman Qasımov
BDU-nun Funksiyalar nəzəriyyəsi və funksional analiz kafedrasının dosenti

ÜMUMİ HALDA MATRİS TƏNLİKLƏRİN ƏN YAXŞI TƏQRİBİ HƏLLƏRİNİ TAPILMASI

Abdullayev Elvin Aydin oğlu
Sumqayit Dövlət Universiteti
elvin.abdullavev.2023@inbox.ru

Məruzədə əvvəlcə aşağıdakı matris cəbri tənliyinə baxılır

$$AXA = A. \tag{1}$$

Əgər A matrisi cırlaşmayan kvadrat matris olarsa, onda bu tənliyin həlli $X = A^{-1}$ düsturu ilə təyin olunur. Əgər A matrisi $m \times n$ ölçülü matris olarsa, onda bu tənliyin həlli birqiymətli təyin olunmayan $n \times m$ ölçülü matrisdir. Ümumi halda (1) tənliyinin sonsuz sayda həlli vardır. Bu həllər arasında ancaq və ancaq bir həll vardır ki, həmin həllin sətir və sütunları A^* qoşma matrisinin uyğun olaraq sətir və sütunlarının xətti kombinasiyalarıdır. Həmin həll A matrisi üçün psevdotərs matris adlanır və A^+ ilə işarə olunur. Əgər $m \times n$ ölçülü matris A matrisi üçün

$$AA^+A = A, \tag{2}$$

$$A^+ = UA^* = A^*V \tag{3}$$

bərabərlikləri doğrudursa, onda $n \times m$ ölçülü A^+ matrisi A matrisi üçün psevdotərs matris adlanır, harada ki, U və V - hər hansı matrislərdir.

A matrisi üçün iki müxtəlif A_1^+ və A_2^+ matrisləri ola bilməz. Doğrudan da,

$$AA_1^+A = AA_2^+A = A, \quad A_1^+ = U_1A^* = A^*V_1, \quad A_2^+ = U_2A^* = A^*V_2$$

bərabərliklərindən $D = A_2^+ - A_1^+$, $U = U_2 - U_1$, $V = V_2 - V_1$ qəbul etməklə, taparıq:

$$ADA = 0, \ \ D = UA^* = A^*V .$$

Buradan da

$$(DA)^* DA = A^* D^* DA = A^* V^* ADA = 0$$

və, beləliklə,

$$DA = 0 .$$

Onda $DD^* = DAU = 0$, yəni $D = A_2^+ - A_1^+ = 0.$

İndi isə A matrisi üçün A^+ matrisinin varlığını göstərək. Bunun üçün A^+ matrisinin $A^+ = C^+B^+$ sklet ayrılışını istifadə edəcəyik.

Qeyd edək ki, ranqı r ədədinə bərabər olan $m \times n$- ölçülü A matrisi üçün ölçüləri $m \times r$ və $r \times n$ olan r ranqlı uyğun olaraq elə B və C matrisləri tapmaq olar ki, $A = BC$ olsun. A matrisinin belə təsviri onu sklet ayrılışı adlanır.

B^+ və C^+ matrislərini axtaraq. Təyinə görə

$$BB^+B = B, \ B^+ = \hat{U}B^*, \tag{4}$$

harada ki, $\hat{U}$ hər hansı bir matrisdir. Onda $B\hat{U}B^*B = B$.Sonuncu bərabərlyin hər tərəfini soldan B^* matrisinə vuraq. Onda B^*B matrisinin cırlaşmayan matris olmasını nəzərə almaqla $\hat{U} = (B^*B)^{-1}$ alarıq. Bu düsturu nəzərə almaqla (4) düsturundakı ikinci bərabərlikdən B^+ üçün alarıq:

$$B^{+}=(B^{*}B)^{-1}B^{*}. \tag{5}$$

Sonuncu düstura analoji olaraq C^{+} matrisi üçün alarıq:

$$C^{+}=C^{*}(CC^{*})^{-1}. \tag{6}$$

İndi göstərək ki,

$$A^{+}=C^{+}B^{+}=C^{*}(CC^{*})^{-1}(B^{*}B)^{-1}B^{*} \tag{7}$$

matrisi (2),(3) şərtlərini ödəyir və, beləliklə, A matrisi üçün psevdotərs matrisdir.

Doğrudan da

$$AA^{+}A=BC(C^{*}(CC^{*})^{-1}(B^{*}B)^{-1}B^{*})BC=BC=A.$$

Digər tərəfdən, (5)-(7) bərabərliklərindən $A^{*}=C^{*}B^{*}$ bərabərliyini nəzərə almaqla və $K=(CC^{*})^{-1}(B^{*}B)^{-1}$ qəbul etməklə, alarıq:

$$A^{+}=C^{*}KB^{*}=C^{*}K(CC^{*})^{-1}CC^{*}B^{*}=UC^{*}B^{*}=UA^{*},$$

$$A^{+}=C^{*}KB^{*}=C^{*}B^{*}B(B^{*}B)^{-1}KB^{*}=C^{*}B^{*}V=A^{*}V,$$

harada ki, $U=C^{*}K(CC^{*})^{-1}C, \quad V=B(B^{*}B)^{-1}KB^{*}$.

Beləliklə, göstərdik ki, istənilən düzbucaqlı A matrisi üçün (7) düsturu ilə təyin olunan yeganə A^{+} psevdotərs matrisi vardır, harada ki, B və C matrisləri A matrisinin sklet ayrılışıda vuruqlarıdır. Psevdotərs matrisin bu təyin düsturundan görünür ki, A matrisi kvadrat və cırlaşmayan matris olduqda A^{+} psevdotərs matrisi A^{-1} matrisi ilə üst-üstə düşür.

Tutaq ki, A matrisi $m\times n-$ ölçülü matrisdir: $A=(a_{ik}), i=\overline{1,m}, k=\overline{1,n}$. Bu matrisin normasınına baxaq. A matrisinin $\|A\|$ norması mənfi olmayan ədəddir və

$$\|A\|^{2}=\sum_{i,k}|a_{ik}|^{2} \tag{8}$$

düsturu ilə təyin olunur. Aydındır ki,

$$\|A\|^{2}=\sum_{k=1}^{n}|A_{\bullet k}|^{2}=\sum_{i=1}^{m}|A_{i\bullet}|^{2}, \tag{9}$$

haradakı $A_{\bullet k}$ və $A_{i\bullet}$ ilə A matrisinin uyğun olaraq $k-$cı sütun və $i-$sətiri işarə olunmuşdur.

Aşağıdakı matris tənliyə baxaq:

$$AX=Y, \tag{10}$$

harada ki, A və $Y-$ verilmiş $m\times n-$ və $m\times p-$ölşülü matrislərdir, $X-$isə $n\times p-$ölçülü axtarılan matrisdir.

(10) tənliyinin X^{0} ən yaxşı həllini $\|Y-AX^{0}\|=\min\|Y-AX\|$ şərtiylə tapaq və həm də $\|Y-AX\|=\|Y-AX^{0}\|$ halında tələb olunur ki, $\|X^{0}\|\le\|X\|$.

Aşağıdakı münasibətlərə baxaq:

$$\|Y-AX\|^{2}=\sum_{k=1}^{p}|Y_{\bullet k}-AX_{\bullet k}|^{2}, \tag{11}$$

$$\|X\|^{2}=\sum_{k=1}^{p}|X_{\bullet k}|^{2}. \tag{12}$$

Bu münasibətlərdən görünür ki, axtarılan X^0 matrisinin $k-$cı sütunu olan $X^0_{\bullet k}$ sütun vektoru $AX_{\bullet k} = Y_{\bullet k}$ XCTS-nin ən yaxşı təqribi həlli olmalıdır. Bu bərabərlik istəlinilən $k = 1,..., p$ üşün doğru olduğundan, alınır ki,

$$X^0 = A^+ Y. \tag{13}$$

Beləliklə, (10) tənliyi ancaq və ancaq bir ən yaxşı təqribi həlli vardır və bu həll də (13) düsturu ilə təyin olunur.

Xüsusi halda, $Y = E$ (yəni $m-$tərtibli vavid matris) olarsa, onda $X^0 = A^+$ olar. Beləliklə, A^+ psevdo tərs mtrisi $AX = E$ matris tənliyinin ən kiçik kvadratlar üsuluna görə ən yaxşı təqribi həlli ola bilər. Psevdo tərs matrisin bu xassəsi onun təyini (tərifi) üçün qəbul oluna bilər.

Ədəbiyyat

1. Гандмахер Ф.Р. Теория матриц. 4-ое изд. - М.: Наука, Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1988, 552 с.

AÇIQ ƏYRİ ÜZRƏ BİR SİNİF SİNQULYAR İNTEQRAL TƏNLİKLƏRİN İNTERPOLYASİYA ÜSULU İLƏ TƏQRİBİ HƏLLİ

Abdullayev Fuad Ağca oğlu, Pərlanova Şahnaz Mayıs qızı
Bakı Dövlət Universiteti
shahnaz.babayeva1996@gmail.com

Aşağıdakı sinqulyar inteqral tənliyə baxaq:

$$\frac{1}{\pi i}\int_L \frac{\overline{\varphi}(t)}{t-t_0}dt + \frac{1}{\pi i}\int_L K(t_0,t)\overline{\varphi}(t)dt = f(t_0), \quad t_0 \in L \setminus \{a,b\}, \tag{1}$$

burada L- ucları a və b nöqtələrində olan açıq, hamar, sadə əyridir, f - verilən funksiya, $\overline{\varphi}$- axtarılan funksiyadır. Məlumdur ki, (1) tənliyi mexanikanın bir çox məsələlərində meydana çıxır və bu tənliyin təqribi həll olunmasına bir çox işlər həsr olunmuşdur (bax [1]). Həmçinin, məlumdur ki, (1) tənliyinin həlləri L əyrisinin uclarında özlərini aparma xarakterinə görə müxtəlif siniflərə bölünürlər. Biz (1) tənliyinin hər iki ucda qeyri-məhdud həllini təqribi qurmağa çalışacağıq.

Fərz edək ki, L tənliyinin parametrik tənliyi s qövs absisi vasitəsi ilə $t = t(s)$ $(s_a \le s \le s_b)$ şəklindədir və L üzərində istiqamət a nöqtəsindən b-yədir. Məlumdur ki, ([2]) hər iki ucda qeyri-məhdud həll aşağıdakı kimidir

$$\overline{\varphi}(t) = \frac{\varphi(t)}{\sqrt{(t-a)(t-b)}}\ , \tag{2}$$

belə ki, burada $\varphi(t)$ artıq məhdud funksiyadır. Baxılan sinfin indeksi æ$=1$ olduğu üçün həllin yeganəliyini təmin etmək üçün əlavə olaraq fərz edək ki, $\overline{\varphi}(t)$ həlli

$$\int_L \overline{\varphi}(t)dt = 0\,. \tag{3}$$

şərtini ödəyir.

$[s_a, s_b]$ parçasını

$$s_\sigma = s_a + \frac{s_l - s_a}{n}\sigma, \ \ \sigma = \overline{0, n-1}$$

nöqtələri ilə $n \in N$ bərabər hissəyə bölək.

Daha sonra $m > r$ natural ədədini qeyd edək və hər $[s_\sigma, s_{\sigma+1}]$ parçasını

$s_{\sigma k} = s_\sigma + hx_k, \ \ k = \overline{0, m-1} \ \ \left(h = \dfrac{s_b - s_a}{n} \right)$ nöqtələri ilə m yerə bölək, belə ki, x_k nöqtələri $[0,1]$ parçasının $x_0 = 0, \ x_{m-1} = 1$ şərtini ödəyən müəyyən nöqtələr sistemidir.

$\tau_\sigma = t(s_\sigma), \ t_{\sigma k} = t(s_{\sigma k}) \ \left(\sigma = \overline{0, n-1}, \ k = \overline{0, m-1}\right)$ işarə edək. $1 \le k_0 \le m-2$ natural ədədini qeyd edək və $t_{\sigma k_0} = \xi_\sigma \left(\sigma = \overline{0, n-1}\right)$ işarə edək (ξ_σ nöqtəsinə düyün deyək). $L_\nu(\varphi; t_0)$ $(\nu = \overline{0, n-1})$ ilə φ funksiyasını $\overset{\cup}{\xi_\nu \xi_{\nu+1}}$ qövsündəki m düyünə görə interpolyasiya edən və dərəcəsi $m-1-i$ aşmayan çoxhədlini işarə edək.

$$L_\nu(\varphi; t_0) = \begin{cases} \displaystyle\sum_{k=k_0}^{m-1} \frac{l_{\nu-1}(t_0)}{(t_0 - t_{\nu k}) l'_{\nu-1}(t_{\nu-1,k})} \varphi(t_{\nu-1,k}) + \\[2ex] \displaystyle\sum_{k=1}^{k_0} \frac{l_{\nu-1}(t_0)}{(t_0 - t_{\nu k}) l'_{\nu-1}(t_{\nu k})} \varphi(t_{\nu k}), \ t_0 \in \tau_\nu \xi_\nu, \\[2ex] \displaystyle\sum_{k=k_0}^{m-1} \frac{l_\nu(t_0)}{(t_0 - t_{\nu k}) l'_\nu(t_{\nu k})} \varphi(t_{\nu k}) + \\[2ex] \displaystyle\sum_{k=1}^{k_0} \frac{l_\nu(t_0)}{(t_0 - t_{\nu+1,k}) l'_\nu(t_{\nu+1,k})} \varphi(t_{\nu+1,k}), \ t_0 \in \xi_\nu \tau_{\nu+1}, \end{cases}$$

burada $l_j(t_0) = \prod\limits_{k=k_0}^{m-1} (t_0 - t_{jk}) \prod\limits_{k=1}^{k_0} (t_0 - t_{j+1,k}) \ \ (j = \nu - 1, \nu)$

Aşağıdakı funksiyanı quraq.

$$\Phi_n(\varphi; t, t_0) = L_\nu(\varphi; t_0) + \sum_{\substack{k=0 \\ k \ne k_0}}^{m-1} \frac{w_\sigma(t)(t - t_0)[L_\nu(\varphi, t_0) - \varphi(t_{\sigma k})]}{(t - t_{\sigma k}) w'_\sigma(t_{\sigma k})(t_0 - t_{\sigma k})},$$

burada $w_\sigma(t) = \prod\limits_{\substack{k=0 \\ k \ne k_0}}^{m-1} (t - t_{\sigma k})$.

$$\varphi_n(t) = \left\{ \Phi_n(\varphi; t, t_0), \ t \in \tau_\sigma \tau_{\sigma+1}, t_0 \in \tau_\nu \tau_{\nu+1}, \ \sigma = \overline{0, n-1}, \nu = \overline{0, m-1} \right\}.$$

İşdə $\varphi_n(t)$ təqribi həllərinin $\varphi(t_{\nu p})$ qiymətləri üçün

$$\left\{ \sum_{\sigma=0}^{n-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \ne k_0}}^{m-1} P_{\sigma k} \frac{\varphi(t_{\sigma k}) - L_\nu(\varphi; t_0)}{t_{\sigma k} - t_0} \right\}_{t_0 = t_{\nu p}} + \sum_{\sigma=0}^{n-1} \sum_{\substack{k=0 \\ k \ne k_0}}^{m-1} P_{\sigma k} K(t_{\nu p}, t_{\sigma k}) \varphi(t_{\sigma k}) = f(t_{\nu p}), \tag{4}$$

$$\nu = \overline{0, n-1}, \ p = \overline{0, m-1}, \ \ \ p_{\sigma k} = \frac{1}{\pi i} \int\limits_{\tau_\sigma \tau_{\sigma+1}} \frac{w_\sigma(t) dt}{\sqrt{(t-a)(t-b)} w'_\sigma(t_{\sigma k})(t - t_{\sigma k})}$$

cəbri tənliklər sistemi qurulur və aşağıdakı teorem isbat olunur.

Teorem. Fərz edək ki, (1) tənliyinin (3) şərti daxilində $H_{\alpha}\ \left(\frac{1}{2}<\alpha<1\right)$ fəzasında $H_{\beta}\left(\beta=\alpha-\frac{1}{2}\right)$ fəzasından olan ixtiyari sağ tərəf üçün yeganə həlli var və $K(t_0,t)$ funksiyası hər iki dəyişənə görə H_{α} şərtini ödəyir.Onda kifayət qədər böyük n-lər üçün (4) cəbri tənliklər sisteminin yeganə $\left\{(\varphi(t_{\sigma 0}),...,\varphi(t_{\sigma m-1})),\ \sigma=\overline{0,n-1}\right\}$ həlli var və $\varphi_n(t)$ təqribi həlləri $\varphi(t)$ dəqiq həllə $H_{\delta}\ \left(0<\delta<\alpha-\frac{1}{2}\right)$ fəzasının normasında yığılır.

Ədəbiyyat

1. Абдуллаев Ф.А., Парланова Ш.М., Funksiyalar nəzəriyyəsi , Funksional analiz və onların tətbiqləri mövzusunda Respublika Elmi Konfransı. Bakı-2022, səh334-337.
2. Хведелидзе В.В. Линейные разрывные задачи теории функций, сингулярные интегральные уравнения и некоторые их приложения.- Тр. Тбилисского математического института, XXIII,1956,стр.1-156.

RİYAZİYYAT MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLİ METODİKASINA YENİ YANAŞMA

Abdullayeva Məlahət Vərəhməd qızı

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

azeriteacher@yahoo.com

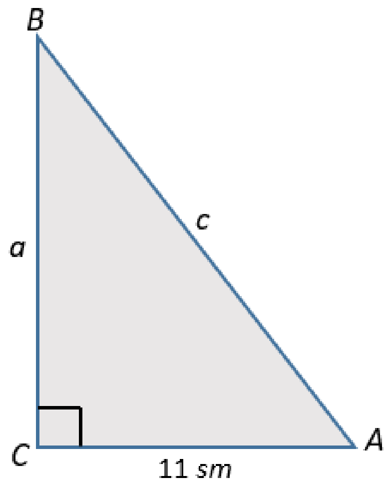
Riyaziyyatın tədrisində məsələlər və onların həlli mühüm yer tutur. Məsələ riyaziyyatın ilkin anlayışı olduğundan ona tərif verilmir. Geniş mənada hər hansı işi yerinə yetirmək, həll etmək mənasında işlədilir.

Ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyatın təlimi prosesində şagirdlərin riyazi təfəkkürünü inkişaf etdirmək məqsədilə «tədris məsələsindən» və ya «didaktik məsələdən» istifadə olunur. Məsələ dedikdə - kəmiyyətlər arasındakı asılılıqlara və kəmiyyətlərin verilmiş qiymətlərinə əsasən, məchul qiymətini tapmaq tələbi başa düşülür [3].

2006-cı ildə Azərbaycan Respublikası ümumi təhsilin Konsepsiyası (Milli Kurikulum) əsasında fənn kurikulumları, o cümlədən riyaziyyat fənn kurikulumu hazırlandı və təsdiq edildi [1]. Yeni təhsil proqramı (kurikulum) bütün təhsil pillələrində riyaziyyatın tədrisinə yanaşmanı dəyişdi. Yeni proqramın tələblərinə uyğun riyaziyyat dərslik komplektləri hazırlandı və təlim prosesində istifadəyə verildi.

Yeni dərsliklərdə mövzular “Öyrən” – “Möhkəmləndir” – “Tətbiq et” təlim modeli əsasında tədris edilir. Bilik və bacarıqların illüstrativ materiallarla zənginləşdirilərək əyani vəsaitlərlə mənimsədilməsi “Öyrən” mərhələsində həyata keçirilir. Qazanılmış bilik və bacarıqların çalışmalar, yazı işləri, praktik tapşırıqlar və başqa üsullarla təkmilləşdirilməsi “Möhkəmləndir” mərhələsini əhatə edir. Şagirdlər “Tətbiq et” mərhələsində qazanılmış bilik və bacarıqları getdikcə mürəkkəbləşən məsələ həllinə və riyazi modelləşdirməyə tətbiq edirlər [4].

Məsələ həlli riyaziyyat təliminin əsas tərkib hissəsidir. Riyaziyyat dərsliklərində hər bir mövzu məsələ həlli ilə başlayıb və məsələ həlli ilə də bitir. Riyaziyyat Müəllimlərinin Milli Şurası tərəfindən hazırlanan standartların reallaşdırılması da məhz məsələ həllinə əsaslanır. “Məsələ həlli – riyazi təhsilin əsas məqsədi olmaqla yanaşı, həm də bunun üçün əsas vasitədir. Şagirdlər üçün daha çox məsələ qurmaq və onları həll etmək, həm də daha çox səy tələb edən mürəkkəb məsələləri həll etmək imkanları yaratmaq lazımdır” [6].



Məsələlər riyaziyyatın tədrisinin ən vacib vəzifəsinin - şagirdlərin təfəkkürünün və yaradıcılıq fəaliyyətinin inkişafı üçün lazım olan ən güclü materialdır. Xüsusilə mətnli məsələlərdən ibtidai təhsil səviyyəsindən başlayaraq riyaziyyatın hər bir məzmun xəttinə aid standartlarının reallaşdırılmasında istifadə olunur. İbtidai siniflərdə əsasən hesab məsələləri, eyni zamanda cəbr, həndəsə, statistika və ehtimala aid məsələlər öyrədilir. Ümumi orta təhsil və tam orta təhsil səviyyələrində isə standartların reallaşdırılmasında cəbr, həndəsə, riyazi analiz, statistika və ehtimala aid məsələlər həll edilir.

Məsələlərin şüurlu və məqsədyönlü şəkildə həll edilməsi üçün şagirdlərə məsələlərin həlli metodikası, eyni zamanda həll üsulları və yazılış formaları öyrədilir.

Hazırda ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyat məsələlərinin həlli C.Polyanın nəzəriyyəsinə [5] əsaslanır. Onun nəzəriyyəsinə görə məsələ həllinin dörd mərhələdə reallaşdırılması daha məqsədəuyğundur:

1. Anlama (məsələni başa düşmək)
2. Plan qurma (məsələnin düzgün həlli üsulunun seçilməsi)
3. Məsələni həll etmək
4. Cavabı yoxlamaq

Məsələ: Düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri tam ədədlərlə ifadə olunur və katetlərindən biri 11 santimetrdir. Onun sahəsini tapın.

Anlama: Məsələdə bir katetin 11 *sm* olduğu məlumdur. Digər verilənlər qeyri-aşkar şəkildə olduğundan məsələni məntiqi və cəbri üsullardan istifadə etməklə həll edək.

Plan qurma: $\text{Verilir}: \ \Delta ABC, \ \ \angle C = 90^\circ$

$$b = 11 sm$$

Tapmalı: $S_{\Delta ABC} = ?$ $\quad S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC$

Həlli: Pifaqor teoreminə görə

$$a^2 + b^2 = c^2$$
$$c^2 - a^2 = 11^2$$

$c^2 - a^2$ ifadəsini vuruqlara ayırmaqla a və c-ni taparıq:

$$(c-a)(c+a) = 121 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} c - a = 1 \\ c + a = 121 \end{array}\right| +$$
$$2c = 122$$
$$c = 61$$
$$a = 60$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 11 = 330 sm^2$$

Cavab: $330 sm^2$

Yoxlanması: $a = 60, b = 11, c = 61$

$$60^2 + 11^2 = 3600 + 121 = 3721 = 61^2$$

Ədəbiyyat

1. Azərbaycan Respublikasının ümumtəhsil məktəbləri üçün riyaziyyat fənni üzrə təhsil proqramı (kurikulumu). Bakı, 2013.
2. Abdullayeva M. Riyaziyyatın tədrisi metodikası-1. Bakı, «Elm və təhsil», 2020.
3. Həmidov S.S. Məktəbin ibtidai siniflərində riyaziyyatın tədrisi metodikası. Bakı, ADPU, 2016.
4. İsayev Z. və b. Ümumtəhsil məktəbləri üçün Riyaziyyat fənni üzrə dərslik komplektləri. Bakı, «Radius», 2023.
5. George Pólya. "How to Solve It", 2nd ed., Princeton University Press, 1957. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://math.hawaii.edu/home/pdf/putnam/PolyaHowToSolveIt.pdf
6. https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Principles,-Standards,-and-Expectations/
7. https://press.princeton.edu/books/paperback/9780691164076/how-to-solve-it
8. https://www.scirp.org/(S(351jmbntvnsjt1aadkozje))/reference/referencespapers.aspx?referenceid=1964042

İSTİLİKKEÇİRMƏ TƏNLİYİ ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN ƏMƏLİYYATLAR ÜSULU İLƏ TƏTDİQİ

Ağamalıyeva Kəmalə Faiq qızı

Sumqayıt Dövlət Universiteti

Kama_faiq@mail.ru

Riyazi fizikanın bir çox məsələlərinin həlli parabolik tip iki tərtibli xüsusi törəməli diferensial tənliyin həllinə gətirilir. Bu məsələlərdən biridə diffuziya məsələsidir. Diffuziya məsələsinin araşdırılması

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \tag{1}$$

şəklində tənliyin uyğun başlanğıc və sərhəd şərtlərinin ödəyən həllinin tapılmasından ibarətdir.

Sərhəd şərtini

$$u(0,t) = a(t),\ u(l,t) = b(t) \tag{2}$$

başlanğıc şərti isə

$$u(x,0) = u_0,\ u_0 = const \tag{3}$$

şəklində qəbul etsək, baxılan məsələnin həlli riyuazi olaraq, (1) tənliyinin (2) və (3) şərtlərinin ödəyən həllin tapılmasından ibarətdir.

Verilmiş tənliyin həllini Laplasın inteqral çevirməsinin köməyi ilə həll edəcəyik.

Əgər Laplas çevirməsini (1) tənliyinə tətbiq etsək və (3) başlanğıc şərtini nəzərə alsaq

$$\frac{\partial^2 \bar{u}(x,p)}{\partial x^2} = p\bar{u}(x,p) - u_0 \tag{4}$$

tənliyini alarıq. Laplas çevirməsini (2) sərhəd şərtinə tətbiq etsək, onun Laplas surəti

$$\bar{u}(0,p) = \bar{a}(p),\ \bar{u}(l,p) = \bar{b}(p) \tag{5}$$

olar. Buradan görünür ki, baxılan məsələnin həlli (4) qeyri-bircins diferensial tənliyin (5) şərtlərini ödəyən həllinin tapılmasından ibarətdir.

Burada $\bar{u}(x,p)$, $\bar{a}(p)$ və $\bar{b}(p)$ uyğun olaraq həqiqi dəyişənli $u(x,t)$, $a(t)$ və $b(t)$ funksiyalarının Laplas surətləridir. p -Laplas çevirməsinin parametridir.

Burada (4) tənliyinin həllini başlanğıc şərti sıfra bərabər olduğu halda baxsaq, yəni $u_0 = 0$ halda tənliyin ümumi həllini

$$\bar{u}(x,p) = c_1 e^{\sqrt{p}x} + c_2 e^{\sqrt{p}x}$$

şəklində təyin edərik. Əgər əmsalları təyin etsək, tənliyin həllinin surətini

$$\bar{u}(x,p) = \bar{a}(p)\bar{u}_1(x,p) + \bar{b}(p)\bar{u}_2(x,p) \tag{6}$$

olar. Burada

$$\bar{u}_1(x,p) = \frac{\exp\left[(l-x)\sqrt{p}\right] - \exp\left[-(l-x)\sqrt{p}\right]}{\exp\left(l\sqrt{p}\right) - \exp\left(-l\sqrt{p}\right)}$$

$$\bar{u}_2(x,p) = \frac{\exp\left(x\sqrt{p}\right) - \exp\left(-x\sqrt{p}\right)}{\exp\left(l\sqrt{p}\right) - \exp\left(-l\sqrt{p}\right)}$$

işarə edilmişdir.

Burada $l \to \infty$-da $\bar{u}_2(x,p) \to 0$; $\bar{u}_1(x,p)$-üçün isə

$$\lim_{l\to\infty} \bar{u}_1(x,p) = \lim_{l\to\infty} \frac{\exp\left(-x\sqrt{p}\right) - \exp\left[-(2p-x)\sqrt{p}\right]}{1 - \exp\left(-2l\sqrt{p}\right)} = \exp\left(-x\sqrt{p}\right)$$

olar. Deməli, həllin surəti

$$\bar{u}(x,p)=\bar{a}(p)\exp\left(-x\sqrt{p}\right) \tag{7}$$

olar. (7) həlinin surətini hesablasaq

$$\exp\left(-x\sqrt{p}\right)=\frac{x}{2\sqrt{\pi}t^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{x^2}{4t}}$$

$$\bar{a}(p)=a(t)$$

olduğundan həllin orjinalı funksiyalar bağlısının köməyi ilə

$$u(x,t)=a(t)*g(t) \tag{8}$$

şəklində təyin edilir.

Burada $g(t)=\frac{x}{2\sqrt{\pi}t^{\frac{3}{2}}}e^{-\frac{x^2}{4t}}$ işarə edilmişdir. (8) bərabərliyini

$$u(x,t)=\frac{x}{2\sqrt{\pi}}\int_0^t a(t-\tau)\frac{e^{-\frac{x^2}{4\tau}}}{\tau^{\frac{3}{2}}}d\tau \tag{9}$$

şəklində yazmaq olar.

Ədəbiyyat

1. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский “Уравнение математической физики”. Москва. “Наука”. 1977.
2. Ə.T. Hüseynov “İnteqral tənliklər”. Bakı. “Maarif”. 1975.
3. N.T. Qurbanov “Laplas çevirməsinin tədrisinə aid metodik vəsait”. Sumqayıt. “Votum”. 2002.

MƏHDUD VARİASİYALI FUNKSİYALARIN AYRILIŞI VƏ STİLTES ÖLÇÜSÜ

Alıyev Xəlil Hacı oğlu

Sumqyıt Dövlət Universiteti

Xelil.aliyev.54@mail.ru

Tutaq ki, $f(x)$ funksiyası $[a,b]$ seqmentində məhdud variasiyalı, $x_1, x_2, x_3,...$ nöqtələri bu funksiyanın kəsilmə nöqtələri, $S(x)$ isə sıçrayış funksiyasıdır:

$$S(a)=0,$$
$$S(x)=[f(a+0)-f(a)]+\sum_{x_k<x}[f(x_k+0)-f(x_k-0)]+[f(x)-f(x-0)],\ a<x\le b \tag{1}$$

Onda $\varphi(x)=f(x)-S(x)$ funksiyasının kəsilməz və məhdud variasiyalı olduğu yuxarıda isbat olunmuşdur. Odur ki,

$$f(x)=\varphi(x)+S(x)\,. \tag{2}$$

Beləliklə, hər bir məhdud variasiyalı $f(x)$ funksiyasını kəsilməz məhdud variasiyalı $\varphi(x)$ və sıçrayış $S(x)$ funksiyaların cəmi kimi göstərmək olur.

Tutaq ki, $\varphi(x)$ kəsilməz və məhdud variasiyalı funksiyadır. Onda $\psi(x)=\int_a^x \varphi'(s)ds$ funksiyası mütləq kəsilməz olur.

$$X(x)=\varphi(x)-\psi(x) \tag{3}$$

funksiyası kəsilməz və məhdud variasiyalı olduğundan sanki bütün $x\in[a,b]$ nöqtələri üçün

$$X'(x)=\varphi'(x)-\frac{d}{dx}\int_a^x \varphi'(s)ds=\varphi'(x)-\varphi'(x)=0\,.$$

Sanki bütün $x\in[a,b]$ nöqtələri üçün törəməsi sıfır olan kəsilməz və məhdud variasiyalı funksiyalara *sinqulyar* funksiya deyilir.

Sinqulyar funksiyaya misal Kantorun $\theta(x)$ funksiyasını göstərmək olar. Bu funksiya kəsilməzdir və artandır. Odur ki, məhdud variasiyalı olur. Sanki bütün $x\in[0,1]$ nöqtələri üçün $\theta'(x)=0$.

(3) bərabərliyindən

$$\varphi(x)=X(x)+\psi(x) \tag{4}$$

tapıb (2) bərabərliyində nəzərə alsaq

$$f(x)=\psi(x)+X(x)+S(x)\,. \tag{5}$$

Beləliklə, aşağıdakı teoremi isbat etdik.

Teorem. $[a,b]$ seqmentində məhdud variasiyalı hər bir $f(x)$ funksiyasını üç funksiyanın

$$f(x)=\psi(x)+X(x)+S(x)$$

cəmi kimi göstərmək olar. Burada $\psi(x)$ mütləq kəsilməz, $X(x)$ sinqulyar və $S(x)$ sıçrayış funksiyasıdır.

Bu ayrılışla əlaqədar olaraq məhdud variasiyalı funksiyanın doğurduğu Stiltes ölçüsünü üç sinfə ayırmaq olar.

1. Tutaq ki, $\psi(x)$ azalmayan mütləq kəsilməz funksiyadır. Onda bu funksiyanın $[a,b]$ seqmentinin sanki bütün x nöqtələrində Lebeq mənada inteqrallanan $\psi'(x)=\tau(x)$ törəməsi var. Törəməsi olmayan $x\in[a,b]$ nöqtələrində $\tau(x)=0$ götürməklə $\tau(x)$ funksiyasını bütün $x\in[a,b]$ nöqtələrində təyin edək. Onda $[a,b]$ seqmentində hər bir öçülən A çoxluğu üçün

$$\mu_\psi(A)=\int_A \tau(x)dx \tag{6}$$

inteqralının mənası var. Bu inteqralla təyin olunan $\mu_\psi(A)$ ədədinə A çoxluğun ölçüsü deyilir. Lebeq inteqralının xassəsinə əsasən $mA=0$ olduqda $\mu_\psi(A)=0$ olur. Mütləq kəsilməz $\psi(x)$ funksiya ilə təyin olunan $\mu_\psi(A)$ ölçüsünə *mütləq kəsilməz ölçü* deyilir.

Göstərək ki, A çoxluğunun $B=\psi(A)$ obrazının Lebeq mənada ölçüsü (6) düsturu ilə hesablanır. $A=(\alpha,\beta)$ olduqda $\psi(A)=(\psi(\alpha),\psi(\beta))$ olur. Onda $mB=m\psi(A)=\psi(\beta)-\psi(\alpha)=\int_\alpha^\beta \tau(x)dx$. A açıq çoxluq, (α_k,β_k) ($k=1,2,\ldots$) isə onun təşkiledici intervalları olduqda, yəni $A=\bigcup_k(\alpha_k,\beta_k)$ olduqda $B=\psi(A)=\bigcup_k(\psi(\alpha_k),\psi(\beta_k))$ və

$mB = \sum_k [\psi(\beta_k) - \psi(\alpha_k)] = \sum_k \int_{\alpha_k}^{\beta_k} \tau(x)dx = \int_A \tau(x)dx$. Aydındır ki, A çoxluğu qapalı olduqda da $B = \psi(A)$ çoxluğu üçün

$$mB = \int_A \tau(x)dx \tag{7}$$

düsturu doğru olur.

2. Tutaq ki, $X(x)$ sinqulyar funksiyadır. Aydındır ki, $X(x)$ funksiyasının törəməsinin sıfır olmadığı və törəməsi olmadığı nöqtələr çoxluğunu A_0 ilə işarə etsək, $mA_0 = 0$. $A \subset [a,b]$ çoxluğu üçün

$$\mu_X(A) = \int_E dX(x),\ E = A \cap A_0 \tag{8}$$

götürək. Bu qayda ilə təyin olunan $\mu_X(A)$ ədədinə A çoxluğun ölçüsü deyilir və *sinqulyar ölçü* adlanır.

3. Tutaq ki, $S(x)$ sıçrayış funksiyası, $x_1, x_2, x_3, \ldots$ kəsilmə nöqtələri, $h_1, h_2, h_3, \ldots$ isə bu nöqtələrdə funksiyanın sıçrayış qiymətləridir. Onda hər bir $A \subset [a,b]$ çoxluğunun ölçüsü

$$\mu_S(A) = \sum_{x_k \in A} h_k \tag{9}$$

düsturu ilə təyin olunur. Xüsusi halda A çoxluğu ancaq bir x_k nöqtəsindən ibarət olduqda onun ölçüsü h_k ədədi olur. Sıçrayış funksiyasının doğurduğu (9) ölçüsünə *diskret ölçü* deyilir.

Yuxarıda təyin olunan ölçülər σ–additiv olur. Bunu diskret ölçü üçün göstərək. Tutaq ki, $A_1, A_2, A_3, \ldots$ çoxluqları cüt-cüt kəsişmir. Onda

$$\mu_S(\bigcup_k A_k) = \sum_{x_i \in \bigcup_k A_k} h_i = \sum_k \sum_{x_i \in A_k} h_i = \sum_k \mu_S(A_k)\ .$$

Beləliklə hər bir məhdud variasiyalı funksiya üç növ ölçü: mütləq kəsilməz, sinqulyar və diskret ölçü doğurur.

Ədəbiyyat

1. Глазман Н.М., Любич Ю.Н. Конечномерный линейный анализ. М., «Наука», 1969, с.476,
2. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М., «Наука», 1977, с.742.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., «Наука», 1972, с.496.

TƏDRİS VƏ TƏLİM PROSESİNDƏ YENİ İNFORMASİYA TEXNOLOGİYALARINDAN İSTİFADƏNİN İMKANLARI

Aslanova Zülfiyyə Altay qızı

Sumqayıt Dövlət Universiteti

i.safarli@mail.ru, aslanovazulfiyye174@gmail.com

Metodoloji əsasını idrak nəzəriyyəsi təşkil edən didaktika təlimin üsullarını, yol və vasitələrini işləyib hazırlayır ki, bu da həqiqi bilikləri mənimsəmək, dünyanı düzgün təsəvvür etmək üçün şərait yaradır. Bu məqsədlə müəllim həmişə imkan olan kimi, fakt və hadisələrə, əşya və predmetlərə, qanun və qanunauyğunluqlara müraciət edir. Müəllim tələbələrin həqiqi biliklərə yiyələnmələri, onları praktikada yoxlayıb, ümumiləşdirmə apara bilmələri üçün müxtəlif növ əyani vasitələrə müraciət edir və səmərəli göstəricilərə nail olur. Ona görə də əyanilik didaktikanın mühüm prinsiplərindən sayılır. Əyani vəsait əşya və hadisələri, prosesləri inkişafda, bir-birindən təcrid olunmadan, digər əşya, hadisə və proseslərdə əlaqədə göstərdiyi təqdirdə biliklər daha möhkəm və davamlı olur, yaxşı mənimsənilir. Bu iş təlimin əyani vasitələrinin bütün sistemi ilə təmin olunur.

Tədris və təlimdə informasiya texnologiyaları əvəzsiz rol oynayır. Tədris materiallarının öyrənilməsi zamanı proseslərin əyaniləşdirilərək göstərilməsi həmin materialın yaxşı başa düşülərək mənimsənilməsini təmin etdiyindən bunların möhkəm biliklər şəklində formalaşdırılmasına da zəmin yaradır. Odur ki, bu halda müasir informasiya texnologiyaları müəllimin köməyinə gəlir. Təlim prosesində şagirdin materialı əsaslı mənimsəməsi, tədris olunan mövzular barəsində aydın təsəvvürə malik olması üçün o, proseslərlə daha yaxından tanış olmalı, onları müşahidə etmək imkanına malik olmalıdır. Bu da materialın yaxşı başa düşülərək qavranılmasını, dərk edilməsini, daha doğrusu mənimsənilməsini, onun bir komponenti olan möhkəmlənmənin həyata keçirilməsini təmin edir. Müəllimin vəzifəsi isə ondan ibarətdir ki, şagirdlər üçün yeni olan elmi anlayışları onlara izah etsin. Şagirdlər konkret predmetlərlə tanış olduqdan sonra çətinlik çəkmədən mücərrəd anlayışlara və ümumiləşdirmələrə keçirlər. Beləliklə, qeyd edə bilərik ki, bunları əyaniləşdirərək şagirdlərə göstərmək, onlarda dəqiq elmi təfəkkür formalaşdırmaq yeni informasiya texnologiyalarsız qeyri-mümkündür. Bu mövzuların (materialların) elmi əsaslarının multimedia texnologiyası ilə açılaraq göstərilməsi onların əqli fəaliyyətlərini inkişaf etdirməklə onlarda daha doğru, düzgün, möhkəm elmi biliklərin formalaşdırılmasını təmin edir.

İnformasiya texnologiyaları şagirdlərin biliklərini canlı təsəvvürlərlə əyaniləşdirməklə, təlimdə elmi səhihlik prinsipini təmin edir, təlimin prinsiplərinin müvəffəqiyyətlə həyata keçirilməsinə kömək göstərir.

İnformasiya texnologiyalarından istifadə mürəkkəb proqram materialının daha yaxşı və asanlıqla başa düşülməsinə imkan verir, öyrənilənlərin yadda saxlanmasına şərait yaradır.

Elmilik prinsipi də didaktikanın mühüm prinsiplərindəndir. Elmin inkişafı sürətlidir təbii ki, elmi məlumatların həcmi də sürətlə artır. Nəticədə biliyin məzmununda dəyişiklik, elmi ümumiləşdirmə prosesi yaranır İnformasiya texnologiyaları elmilik prinsipinin qarşısında dayanan bu vəzifələrin həyata keçirilməsinə kömək göstərir.

Təlimin şüurluluq və fəallıq prinsipi də diqqət mərkəzində olmalıdır. Bu prinsip də, informasiya texnologiyaları ilə sıx bağlıdır. Biliyə şüurlu şəkildə yiyələnməklə şagirdin həm əqli fəallıq göstərməsi, müqayisə, təhlil-tərkib, ümumiləşdirmə aparması, nəticəyə gəlməsi, əməli fəallıq nümayiş etdirməsi, nəzəri biliklərini öz fəaliyyəti prosesində tətbiq etməsi vacib şərtdir. İnformasiya texnologiyaları bu işlərdə şagirdlərin köməyinə gəlir.

Dərsdə yeni texnologiyalar vasitəsilə tədris materialı nümayiş etdirilməsi yeni mövzunun öyrənilməsinə maraq oyadan motivə çevrilə bilər. Texniki vasitələrin qarşısında konkret məqsəd dayanır, axtarış üçün istiqamət verilir. Nəticədə öyrənmə obyekti şagirdləri cəlb edir. Beləliklə, bütün növbəti tədris fəaliyyəti üçün əlverişli imkan yaranır. Bu və ya digər fənn üzrə dərsin uğurla keçməsi əyanilikdən və şərhin ifadəliliyindən, müəllimin təlimin təsviri imkanlarından bəhrələnərək öz şərhi ilə onları şagirdlərə çatdırmaq ustalığından asılıdır. Müəllim hər bir konkret halda real mənzərəni daha düzgün əks etdirən əyani vasitənin köməyi ilə çox yüksək tədris-tərbiyəvi effekt əldə edir. Ənənəvi və müasir texniki vasitələrin bu və ya digər pedaqoji və didaktik imkanları ilə əlaqədar məsələlərə bir sıra ədəbiyyatlarda geniş yer verilmiş və müxtəlif yanaşmalara rast gəlmək mümkündür. Bütün bu ədəbiyyatların təhlilindən sonra biz İKT- nin imkanlarını aşağıdakı kimi ümumiləşdirməyi məqsədə müvafiq hesab edirik:

1. Dərsi əyaniləşdirir. Digər əyani vasitələr daha az təsirli olduqda informasiya texnologiyaları tətbiq edilir, çünki bu zaman daxili əks əlaqə çox güclü həyata keçirilir. Yəni şagird öz-özünü korrektə edərək, düzgün istiqamət götürə bilir.

2. Sinfə gətirilməsi mümkün olmayan fakt və hadisələr, əşyalar haqqında, öyrənilən obyektlər və hadisələr barəsində şagirdlərə olduqca əyani yeni bilik və məlumatlar verir. Bilik və məlumatların müəllimin şərhi (nəqli, izahı və sinif dərsi) vasitəsilə çatdırılması ilə müqayisədə informasiya vasitələri obyektiv gerçəklik barədə daha tam və dürüst mənzərə yaradır. Bu da yeni biliklərin şüurlu və möhkəm mənimsənilməsini təmin edərək, təlimin səmərəliliyini artırır.

3. Alınan nəzəri, elmi bilikləri həyatla, əməklə əlaqələndirir. Mürəkkəb elmi eksperimentlərin nümayişi, dərs mövzularının şagirdlərə çatdırılması imkanlarını da genişləndirir.

4. Müvafiq bacarıq və vərdişlərin yaradılmasına imkan verir. Buraya müşahidə etməyi bacarmaq vərdişi və s. daxildir. Bu isə məlum olduğu kimi, fəaliyyətin bütün sahələri üçün vacib olan bir vərdişdir.

5. İnformasiya texnologiyaları elmi və onun bütün sahələrinə dair suallara cavab tapmaqda şagirdlərə kömək göstərir.

6. Ümumiyyətlə götürdükdə informasiya texnologiyaları dərsin səmərəliliyini, təlimin sürətini artırır, proqram materialının mənimsənilməsinə sərf olunan vaxtı qısaldır.

7. İnformasiya texnologiyalarının tətbiqi müəllimi texniki işin ağırlığından xilas edir. İmkan verir ki, fəaliyyətin yaradıcı tərəfinə daha çox vaxt ayıra bilsin. Nəticədə faktik materiala dair biliklərin yoxlanması üçün mürəkkəb olmayan müxtəlif nəzarətedici vasitələr müvəffəqiyyətlə tətbiq olunur. Beləliklə, tədris materialı üzrə şagirdlər arasında sürətlə və vaxta qənaət etməklə sorğu aparmaq imkanı yaranır.

Ədəbiyyat

1. “Azərbaycan Respublikasında fasiləsiz pedaqoji təhsil və müəllim hazırlığının Konsepsiya və Strategiyasının təsdiq edilməsi haqqında” Azərbaycan Respublikası Nazirlər Kabinetinin 102№-li 25 iyun 2007-ci il tarixli qərarı.
2. Məmmədzadə R.H. Müəllimin peşə etikası. Bakı: Maarif, 1992, 112 s.

BÜRQERS TİPLİ PARABOLİK TƏNLİKLƏR SİSTEMİ ÜŞÜN BİR TƏRS MƏSƏLƏ HAQQINDA

Axundov Ədalət Yavuz oğlu, Paşayev Nahid Cəlal oğlu
Azərbaycan Respublikası ETN Riyaziyyat və Mexnika İnstitutu, Lənkəran Dövlət Universiteti
adalatakhund@gmail.com, umud-96@mail.ru

İşdə Bürqers tipli parabolik tənliklər sistemində naməlum sağ tərəflərin tapılması haqqında tərs məsələyə baxılır. Naməlum funksiya zaman dəyişənindən asılıdır və onun tapılması üçün təklif oluan əlavə şərt inteqral şəklindədir. Baxılan məsələnin yeganəliyi və dayanaqlığı haqqında teorem isbat olunmuşdur.

$\{f_k(t), u_k(x,t), k=\overline{1,m}\}$ funksiyalar cütlərinin aşağıdakı sistemdən tapılması məsələsinə baxılır:

$$u_{kt} - u_{kxx} + \sum_{i=1}^{m} u_i u_{ix} = f_k(t) g_k(x), (x,t) \in D = (0,1)\times(0,t], \tag{1}$$

$$u_k(x,0) = \varphi_k(x), x \in [0,1]; \tag{2}$$

$$u_k(0,t) = \psi_{0k}(t), u_k(1,t) = \psi_{1k}(t), t \in [0,T], \tag{3}$$

$$\int_0^1 u_k(x,t)dx = h_k(t), t \in [0,T], \tag{4}$$

burada $g_k(x), \varphi_k(x), \psi_{0k}(t), \psi_{1k}(t), h_k(t) -$ aşağıdakı şərtləri ödəyən verilmiş funksiyalardır:

A. $g_k(x) \in C^{\alpha}[0,1], \int_0^1 g_k(x)dx = g_{ko} \neq 0; \varphi_k(x) \in C^{2+\alpha}[0,1]; h_k(t), \psi_{0k}(t),$

$\psi_{1k}(t) \in C^{1+\alpha}[0,1], \varphi_k(0) = \psi_{0k}(0), \varphi_k(1) = \psi_{1k}(0), \alpha \in (0,1), T = const > 0.$

Tərif 1. $\{(f_k(t), u_k(x,t)), k=\overline{1,m}\}$ funksiyalar cütlərinə o zaman məsələ (1)-(4)-ün həlli deyəcəyik ki: 1) $f(t) \in C^{\alpha}[0,T]$; 2) $u(x,t) \in C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(\overline{D})$; 3) bu funksiyalar cütləri üşün (1)-(4) münasibətləri adi qaydada ödənilir.

(1)-(4) məsələsi özünə ekvivalent olan (1), (2) (3) və

$$f_k(t) = \left[h_{kt} - u_{kx}(1,t)u_{kx}(0,t) + \frac{u^2(1,t)}{2} - \frac{u^2(0,t)}{2}\right] \Big/ g_{k0}, k=\overline{1,m}, \tag{5}$$

məsələsinə (məsələ M) gətirilərək araşdırılır.

İki komplekt ilkin verilənlər – $\{g_k(\cdot), \varphi_k(\cdot), \psi_{0k}(\cdot), \psi_{1k}(\cdot), h_k(\cdot)\}$,
$\{\overline{g}_k(\cdot), \overline{\varphi}_k(\cdot), \overline{\psi}_{0k}(\cdot), \overline{\psi}_{1k}(\cdot), \overline{h}_k(\cdot), k=\overline{1,m}\}$ üçün M məsələsini uyğun olaraq

I_1 və I_2 işarə edək. Fərz edək ki, I_1 və I_2 məsələlərinin uyğun olaraq $\{(f_k(t),u_k(x,t)),k=\overline{1,m}\}$ və $\{(\overline{f}_k(t),\overline{u}_k(x,t)),k=\overline{1,m}\}$ kimi həlləri vardır.

Teorem. Fərz edək ki: 1) $\{g_k(\cdot),\varphi_k(\cdot),\psi_{0k}(\cdot),\psi_{1k}(\cdot),h_k(\cdot)\}$, $\{\overline{g}_k(\cdot),\overline{\varphi}_k(\cdot),\overline{\psi}_{0k}(\cdot),\overline{\psi}_{1k}(\cdot),\overline{h}_k(\cdot),k=\overline{1,m}\}$ ilkin verilənləri A şərtlərini ödəyir;

2) I_1 və I_2 məsələlərinin tərif 1 mənada həlləri vardır və bu həllər $K_\alpha=\{(f,u)\mid f(t)\in C^\alpha[0,T],|f(t)|\le c_1,t\in[0,T],u(x,t)\in C^{2+\alpha,1+\alpha/2}(\overline{D}),|u|,|u_x|,|u_{xx}|\le c_2,$ $(x,t)\in\overline{D},c_1,c_2=const>0\}$, çoxluğuna daxildir.

Onda elə $T^*(0<T^*\le T)$ vardır ki, $(x,t)\in[0,1]\times[0,T^*]$ qiymətləri üçün məsələ (1)-(4)-ün həlli yeganədir və dayanaqlıq qiymətlənməsi doğrudur:

$$\|u-\overline{u}\|_D^{(0)}+\|f-\overline{f}\|_T^{(0)}\le C_3\left[\|g-\overline{g}\|_{[0,1]}^{(0)}+\|\varphi-\overline{\varphi}\|_{[0,1]}^{(0)}+\|\psi_0-\overline{\psi_0}\|_{[T]}^{(0)}+\|\psi_1-\overline{\psi_1}\|_{[T]}^{(0)}+\|h-\overline{h}\|_{[T]}^{(1)}\right],$$

burada $c_3>0$, I1 , I2 məsələlərinin ilkin verilənlərindən və K_α çoxluğundan asılı sabitdir,

$$\|z-\overline{z}\|_B^{(l)}=\sup_B\sum_{l=0}^{2}\sum_{k=1}^{m}\left|z_{kx}^{(l)}-\overline{z}_{kx}^{(l)}\right|,\quad \|q-\overline{q}\|_B^{(l)}=\sup_{[0,T]}\sum_{l=0}^{2}\left|q_{kt}^{(l)}-\overline{q}_{kt}^{(l)}\right|$$

İSTİLİYİN DAİRƏVİ LÖVHƏDƏ YAYILMASI MƏSƏLƏSİNİN ARAŞDIRILMASI

Babacanova Vüsalə Həmzə qızı, Qədirova Bilqeyis İlqar qızı
Sumqayıt Dövlət Universiteti
Vusala11@gmail.com

Fərz edək ki, radiusu R olan bircinsli dairəvi lövhə qızdırılaraq, dairə daxilində $u_0>0$ temperaturu yaradılmışdır. Dairənin konturunda isə temperatur sıfra bərabərdir. Dairə daxilində istiliyin yayılması prosesini araşdıraq.

Baxılan məsələnin həlli riyazi olaraq polyar koordinat sistemində simmetrik olduğuna görə

$$\frac{\partial u(r,t)}{\partial t}=a^2\left(\frac{\partial^2u(r,t)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u(r,t)}{\partial r}\right)\tag{1}$$

tənliyinin həllinə gətirilir. Deməli (1) tənliyinin

$$u(r,0)=u_0,\quad u(R,t)=0,$$

şərtlərini ödəyən həllini tapmaq lazımdır. Tənliyi

$$F(p)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$$

Laplas çevirməsinin köməyi ilə həll edəcəyik. Əgər Laplas çevirməsini (1) tənliyinə tətbiq etsək və başlanğıc şərti nəzərə alsaq,

$$p\bar{u}(r,p)-u_0=a^2\left(\frac{\partial^2 u(r,p)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u(r,p)}{\partial r}\right)$$

tənliyini alarıq. Burada $\bar{u}(r,p)$kompleks dəyişənli funksiyadır və $u(r,t)$-həqiqi dəyişənli funksiyasının Laplas obrazıdır. p-Laplas çevirməsinin parametridir. Sonuncu tənliyi

$$r\frac{d^2\bar{u}(r,p)}{\partial r^2}+\frac{d\bar{u}(r,p)}{\partial r}-\frac{rp}{a^2}\bar{u}(r,p)=r\frac{u_0}{a^2}$$

şəklində yazmaq olar.

Tənliyi həll etsək və $r=0$ olduqda həllin məhdud olduğunu nəzərə alsaq, onu aşağıdakı şəkildə təyin edirik.

$$\bar{u}(r,p)=CJ_0\left(\frac{r\sqrt{p}}{a}\right)+\frac{u_0}{p} \tag{2}$$

Deməli baxılan məsələnin həllinin surəti (2) şəklində təyin olunur. Burada C -sabitdir və sərhəd şərtindən tapılır. $J_0(z)$ -Bessel funksiyasıdır.

Əgər sərhəd şərtini (2) tənliyində nəzərə alsaq,

$$C=-\frac{u_0}{pJ_0\left(\frac{R\sqrt{p}}{a}\right)}$$

olar. C-nin bu qiymətini (2) tənliyində nəzərə alsaq, baxılan məsələnin həllinin obrazı

$$\bar{u}(r,p)=\frac{u_0}{p}\left[1-\frac{J_0\left(\frac{r\sqrt{p}}{a}\right)}{J_0\left(\frac{R\sqrt{p}}{a}\right)}\right] \tag{3}$$

olar. Əgər burada

$$\bar{F}(p,r)=\frac{J_0\left(\frac{r\sqrt{p}}{a}\right)}{J_0\left(\frac{R\sqrt{p}}{a}\right)}\cdot e^{pt}$$

əvəz etsək $\bar{F}(p,r)$ - funksiyası üçün $p=0,\ p=-\frac{a^2\mu_n^2}{R}$ $(n=1,2,3,...)$ nöqtələri sadə polyuslar olar. Burada μ_n $(n=1,2,3,...)$ ədədləri $J_0(z)$ -Bessel funksiyasının kökləridir.

Çıxıqlar nəzəriyyəsindən istifadə edib $\bar{F}(p,r)$ funksiyasının çıxıqlarını hesablasaq,

$$\operatorname*{Re}_{p=0} s\,\bar{F}(p)=1,$$

$$\operatorname*{Re}_{p=l_n} s\,\bar{F}(p)=\frac{2\exp\left[-l_k^2\right]J_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right)}{\mu_n\, J_n(\mu_n)}$$

alarıq. Əgər bu qiymətləri (3) bərabərliyində nəzərə alsaq, baxılan məsələnin həllini

$$u(r,t) = 2u_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\frac{\mu_n r}{R}\right) \exp\left[-\lambda_n^2\right]}{\mu_n J_n(\mu_n)}$$

şəklində təyin edirik. Burada $\lambda_n^2 = -\frac{a^2 \mu_n^2}{R^2}$ işarə edilmişdir.

Ədəbiyyat

1. Piskunuov N.S. Diferensial və inteqral hesabı, II hissə. - M.: 1970.
2. Məmmədov R.H. Ali riyaziyyat kursu, III hissə. - Bakı, 1984.
3. Qurbanov N.T. Laplas çevirməsinin tədrisinə aid metodik göstəriş.- Sumqayıt, 2002.

SİNQULYAR POTENSİALLI YARIM XƏTTİ ELLİPTİK TƏNLİYİN ZƏİF HƏLLİNİN VARLIĞI

Bağırov Şirmayıl Həsən oğlu, Səlimov Qüdrət Malik oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

sh_bağırov@yahoo.com, selimov.qudret1999@gmail.com

Məhdud D oblastında aşağıdakı məsələyə baxaq.

$$\begin{cases} -\Delta U - \frac{C_0}{|x|^2} U = f(u), & x \in D \\ U = 0, & x \in \partial D \end{cases} \tag{1}$$

$n \geq 3,\ 0 \leq C_0 < \left(\frac{n-2}{2}\right)^2$ və $f(z)$ hamar funksiyadır və $1 < p < \frac{n+2}{n-2}$ bərabərsizliyini ödəyən p ədədi üçün aşağıdakı qiymətləndirmələr doğrudur.

$$|f(z)| \leq C(1+|z|^p),\ |f'(z)| \leq C(1+|z|^{p-1}),\ C = const > 0 \tag{2}$$

$F(z) := \int_0^z f(s)ds$ işarə etsək, qəbul edəcəyik F(z) üçün aşağıdakı şərtlər ödənilir. $\exists \gamma < \frac{1}{2},\ 0 < a \leq A$ sabitləri var ki,

$$0 \leq F(z) \leq \gamma \cdot f(z) \cdot z \tag{3}$$

$$a|z|^{p+1} \leq |F(z)| \leq A|z|^{p+1} \tag{4}$$

Qeyd edək ki, qoyduğumuz şərtlərdən çıxır ki, $f(0) = 0$. Asanlıqla göstərə bilərik ki, $f(z) = |z|^{p-1} \cdot z$ yuxarıdakı şərtləri ödəyir. (1) məsələsinin həllinin tərifini verək. Bunun üçün $a(u;v) = \int_D \nabla u \cdot \nabla v\, dx - C_0 \int_D \frac{u \cdot v}{|x|^2} dx$ skalyar hasilinə baxaq. $a(u;u) = \|u\|^2$ norması ilə $C_0^\infty(D)$ tamamlanmasından alınan fəzanı $\bar{H}_0^1$ ilə işarə edək. Məlumdur ki, $\forall 1 \leq q < \frac{2n}{n-2},\ \bar{H}_0^1 \subset L_q(D)$.(1) məsələsinin həlli dedikdə elə $u(x) \in \bar{H}_0^1$ başa düşəcəyik ki, $\forall \varphi(x) \in \bar{H}_0^1(D)$ üçün

$$\int_D u\cdot\nabla\varphi\,dx - C_0\int_D \frac{u\cdot v}{|x|^2}\,dx = \int_D f(u)\varphi\,dx$$

inteqral eyniliyi ödənilsin.Mauntain Pass [1] teoremindən aşağıdakı teoremin doğruluğu alınır.

Teorem: Tutaq ki, $n \geq 3,\ 0 \leq C_0 < \left(\frac{n-2}{2}\right)^2$ və $f(z)$ (2), (3) və (4) şərtlərini ödəyir. Onda (1) məsələsinin heç olmazsa bir zəif həlli var.

Ədəbiyyat

1. L.Evans, Partial Diferential Equations, Department of Matematics, University of California, Berkley, 2010

BUL CƏBRLƏRİNDƏ QEYRİ-SƏLİS TOPOLOGİYA

Bayramov Sədi Andəm oğlu, Təmrazlı Vüsalə Təmraz qızı
Baki Dövlət Universiteti
baysadi@gmail.com, vusaletamrazli@gmail.com

S Bul cəbri olsun.

Tərif 1: Əgər $\tau : S \to [0\,;\,1]$ inikası üçün

1) $\tau(0) = \tau(1) = 1$

2) $\tau(a \wedge b) \geq \tau(a) \wedge \tau(b), \forall\, a, b \in S$ üçün

3) $\tau(\vee_{i\in\Delta} a_i) \geq \wedge_{i\in\Delta}\, \tau(a_i), \forall\, a_i \in S$ üçün şərtləri ödənirsə, $\tau -$ ya S üzərində qeyri-səlis topologiya, $(S\,;\,\tau)$ ikilisinə isə Bul cəbrinin qeyri- səlis topologiyası deyilir.

Teorem 1: $(S\,;\,\tau)$ Bul cəbrinin qeyri-səlis topologiyası olsun.Onda $\forall\, r \in (0\,;\,1]$ üçün

$$\tau_r = \{a \in S \,/\, \tau(a) \geq a\}$$

ailəsi S üzərində bir topologiyadır və bu topologiyalar azalandır.

Teorem 2: Əgər $\{\tau_r\}_{r\in(0\,;\,1]}$ S üzərində azalan topologiyadırsa , onda

$$\tau(a) = \vee\,\{r \,/\, a \in \tau_r\}$$

S üzərində qeyri-səlis topologiyadır.

Tərif 2: $(S\,;\,\tau)$ qeyri-səlis topologiya olsun.

a) $\beta : S \to [0\,;\,1]$ o zaman τ - nun bazisi adlanır ki, β aşağıdakı şərti ödəsin:

$$\forall\, a \in S, \tau(a) = \vee_{\cup_{i\in\Delta} b_i = a} \wedge_{i\in\Delta} \beta(b_i)$$

b) $\varphi : S \to [0\,;\,1]$ o zaman τ – nun alt bazası adlanır ki,

$\tilde{\varphi}(a) = \vee_{\cap_{j\in J} b_j = a} \wedge_{j\in J} \varphi(b_j)$ və J sonlu çoxluq olduqda $\tilde{\varphi} : S \to [0\,;\,1]$ bir bazis olsun.

Teorem 3: Əgər $\beta : S \to [0\,;\,1]$ inikası aşağıdakı şərtləri ödəyərsə,

a) $\beta(0) = \beta(1) = 1$

b) $\beta(a \,\tilde{\cap}\, b) \geq \beta(a) \wedge \beta(b), \forall\,(a, b) \in S$

Onda $\tau_\beta(a) = \vee_{\cup_{j\in J} b_j = a} \wedge_{j\in J} \beta(b_j)$ qeyri-səlis topologiyadır və β, τ_β– nın bazisidir.

Teorem 4: $(S\,;\,\tau)$ Bul cəbrinin qeyri-səlis topologiyası və $S' \subset S$ Bul alt cəbri olsun.

$\tau_{S'}(a) = \vee\{\tau(b): a = b \,\tilde{\cap}\, S', \ (b) \in S\}$ düsturu ilə verilən $\tau_{S'}: S' \to [0;1]$ inikası S' üzərində qeyri-səlis topologiyadır.

Ədəbiyyat

1. Sikorsky R., Boolean algebras , Springer Verlog, Berlin and New York , Third edition 198-201 (1969).
2. Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Mathematics, 41 (1), 85-97(2021).

SOFT TOPOLOJİ FƏZALARIN SİNQULYAR HOMOLOJİ QRUPLARI

Bayramov Sədi Əndam oğlu, Təmrazli Vüsalə Təmraz qızı

Baki Dövlət Universiteti

vusaletamrazli@gmail.com , baysadi@gmail.com

(X,τ,E) soft topoloji fəza , $I=[0,1]$ və I^n - n – ölçülü kub olsun. I_n kubu bir parametrli soft fəza kimi verək. Hər bir $(T,\psi):(I^n,\tau_{I^n},*)\to(X,\tau,E)$ soft kəsilməz inikasa $n-$ ölçülü sinqulyar kub adı verək. Z tam ədədlər qrupu üçün $C_n((X,\varepsilon,E),Z)$ ilə sinqulyar $n-$ kublardan doğuran sərbəst Abel qrupunu göstərək.

$A_i^0,\ A_i^1: I^{n-1}\to I^n$ inikaslarını

$$A_i^0(x_1,x_2,...,x_{n-1})=(x_1,...,x_{i-1},\ 0\ ,x_i,...,x_{n-1})$$
$$A_i^1(x_1,x_2,...,x_{n-1})=(x_1,...,x_{i-1},1\ ,x_i,...,x_{n-1})$$

düsturlarla verək. Onda $\partial_n: C_n((X,\tau,E),Z)\to C_{n-1}((X,E,E),Z)$ sərhəd operatorunu

$\partial_n(T,\psi)=\sum_{i=1}^n(-1)^i\left[A_i^1(T,\psi)-A_i^0(T,\psi)\right]$ düsturla təyin edək.

Lemma 1 : $\partial_{n-1}-\partial_n=0$

Teorem 1 : $(X,\tau,E)\to\{C_n((X,\tau,E),Z),\partial_n\}$ qarşı gəlməsi soft topoloji fəzalar kateqoriyasından zəncir komplekslər kateqoriyasına gedən bir funktordur.

$\{C_n((X,\tau,E),Z),\partial_n\}$ zəncir kompleksin homoloji qrupunu $H_n((X,\tau,E),Z)$ ilə göstərək.

Teorem 2 : $(X,\tau,E)\to H_n((X,\tau,E),Z)$ qarşı gəlməsi soft topoloji fəzalar kateqoriyasından qruplar kateqoriyasına gedən bir funktordur.

Tərif 4 : Əgər $(F,\varphi)(x_e,0)=(f,\varphi)(x_e,(F,\psi)(x_e,1))=(g,\varphi)(x_e)$ şərtini ödəyən $(F,\psi):(X,\tau,E)\times(I,\tau_I,*)\to(Y,\tau',E')$ inikası varsa , soft topoloji fəzaların $(f,\varphi),(g,\psi):(X,\tau,E)\to(Y,\tau',E')$ kəsilməz inikasları homotop adlanır.

Teorem 3 : Əgər $(f,\varphi),(g,\varphi)$ homotopdursa , onda $(f,\varphi)_{*n}=(g,\varphi)_{*n}: H_n((X,\tau,E),Z)\to H_n((Y,\tau',E'),Z)$.

Ədəbiyyat

1. Bayramov S. , Gunduz C. , Mdzinarishvili L. , Singulyar homology teory in the category of soft topological spaces / / Georgian Math J. 22(4) , 2015 , pp 457 – 467

Bayramov Sədi Əndam oğlu, Cəbr və həndəsə kafedrasının professoru, r.e.d.
Təmrazlı Vüsalə Təmraz qızı, Cəbr və həndəsə kafedrsı, magistr

MÜSBƏT MÜƏYYƏN MATRİSİN ƏN KİÇİK MƏXSUSİ ƏDƏDİNİN AŞAĞIDAN QİYMƏTLƏNDİRİLMƏSİ

Eyvazov Elşad Hətəm oğlu, Həsənova Şəhanə Şahin qızı
Bakı Dövlət Universiteti, AR ETN Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu
eyvazovelshad@gmail.com, *sehanehesenova1999@gmail.com*

Tutaq ki, $A(x) = \left(a_{ij}(x)\right)_{i,j=1}^{n}$ n ölçülü Evklid fəzasının hər hansı bir G oblastında təyin olunmuş müsbət müəyyən matrisdir, yəni ona uyğun kvadratik forma müsbət müəyyəndir. Dəyişən əmsallı xüsusi törəməli elliptik tip diferensial tənliklər üçün qoyulmuş sərhəd məsələlərinin həllində baş hissəyə uyğun olan matrisin ən kiçik məxsusi ədədinin aşağıdan qiymətləndirilməsi mühüm əhəmiyyət kəsb edir(bax, məsələn,[1]). Bu işdə müsbət müəyyən $A(x)$ matrisinin

$$\Delta(\lambda, x) = a_n(x) - a_{n-1}(x)\lambda + a_{n-2}(x)\lambda^2 - \ldots + (-1)^{n-1}a_1(x)\lambda^{n-1} + (-1)^n\lambda^n$$

xarakteristik çoxhədlisinin yalnız $a_{n-1}(x)$ və $a_n(x)$ əmsallarından istifadə etməklə $A(x)$ matrisinin ən kiçik məxsusi ədədi üçün aşağıdan qiymətləndirmə alınmışdır.

$\lambda_*(x)$ ilə $\Delta(\lambda, x)$ çoxhədlisiniin $\lambda_1(x), \lambda_2(x), \ldots, \lambda_n(x)$ köklərinin, yəni $A(x)$ matrisinin məxsusi ədədlərinin ən kişiyini işarə edək. $A(x)$ matrisinin müsbət müəyyən olmasından şıxır ki, onun məxsusi ədədləri müsbətdir. Onda Dekart teoremindən alınır ki, $\Delta(\lambda, x)$ çoxhədlisinin $a_k(x)$, $k = 1, 2, \ldots, n$, əmsallarının hamısı müsbətdir. Digər tərəfdən məlumdur ki, (bax, məsələn, [2, səh.153]) $\Delta(\lambda, x)$ çoxhədlisinin $a_i\,(x)(i = 1,2, \ldots, n)$ əmsalları $A(x)$ matrisinin i tərtibli baş minorlarının cəminə bərabərdir. Xüsusi halda

$$a_n(x) = |A(x)| = \lambda_1\,(x) \cdot \lambda_2(x) \cdot \lambda_3(x) \cdot \ldots \cdot \lambda_n(x)\,,$$

$$a_{n-1}(x) = \lambda_2(x) \cdot \lambda_3(x) \cdot \ldots \cdot \lambda_n(x) + \lambda_1(x) \cdot \lambda_3(x) \cdot \ldots \cdot \lambda_n(x) + \ldots +$$
$$+\lambda_1(x) \cdot \lambda_3(x) \cdot \ldots \cdot \lambda_{n-1}(x)$$

Teorem. *n ölçülü Evklid fəzasının hər hansı bir G oblastında təyin olunmuş müsbət müəyyən n tərtibli müsbət müəyyən $A(x)$ matrisinin ən kiçik məxsusi ədədi $\lambda_*(x)$ üçün*

$$\lambda_*(x) > \frac{a_n(x)}{a_{n-1}(x)}$$

bərabərsizliyi doğrudur.

Ədəbiyyat

1. Ю.В. *Егоров.Линейные* дифференциальные уравнения *главного типа*, М:, Наука, 1984, 360 с.
2. Х.Д. Икрамов, Задачник по линейной алгебре, М:, Наука, 1975, 320с.

DÜZBUCAQLI MEMBRANIN RƏQSİNİN ARAŞDIRILMASI

Eyvazlı Günel Mübariz qızı
Sumqayıt Dövlət Universiteti
aliyeva_gunel93@mail.ru

Membran çevik sonsuz nazik lövhədir. Burada qəbul edirik ki, onun qalınlığı sabitdir və bircins materialdan hazırlanmışdır. Əgər bu şərtlər daxilində membranın Oxy müstəvisi ilə üst-üstə düşdüyünü qəbul etsək onun hərəkət tənliyini

$$\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial t^2} = a^2\left[\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2}\right] + f(x,y,t) \tag{1}$$

şəklində təyin edə bilərik. Burada $u(x,y,t)$-yerdəyişmə, $a^2 = \frac{\bar{l}_0}{\rho}$ dalğanın yayılma sürətidir. $f(x,y,t)$-xarici təsir qüvvəsidir və məlum hesab olunur.

(1) tənliyi membranın məcburi rəqs tənliyidir. Əgər $f(x,y,t)=0$ olsa, onda (1) tənliyi

$$\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial t^2} = a^2\left[\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2}\right] \tag{2}$$

olar. Biz membranın sərbəst rəqs tənliyinin həllini araşdıracağıq. Fərz edək ki, membran düzbucaqlı şəklindədir və aşağıdakı sərhəd şərtləri ödənir:

$$\begin{aligned} &u(x,y,t)\big|_{x=0} = 0;\ u(x,y,t)\big|_{y=0} = 0;\\ &u(x,y,t)\big|_{x=a} = 0;\ u(x,y,t)\big|_{y=b} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Bu şərtlər membranın konturlarının tərpənməz bağlanmasını göstərir. Burada a və b sabit ədədlərdir və membranın ölçülərini təyin edir.

Başlanğıc şərt isə

$$u(x,y,0) = \varphi_1(x,y);\ \frac{\partial u(x,y,0)}{\partial t} = \varphi_2(x,y) \tag{4}$$

şəklində qəbul edək.

Deməli, baxılan məsələnin həlli (2) tənliyinin (3) sərhəd və (4) başlanğıc şərtlərini ödəyən həllinin tapılmasına gətirilir.

Tənliyə dəyişənlərinə ayırma üsulunu tətbiq etsək, yəni həlli

$$u(x,y,t) = T(t)Z(x,y) \tag{5}$$

şəklində axtarsaq, (2) tənliyindən

$$T''(t) + a^2\lambda T(t) = 0 \tag{6}$$

$$V''(x) + \chi V(x) = 0 \tag{7}$$

$$W''(y) + \mu W(y) = 0 \tag{8}$$

tənliklərini alırıq.

Deməli məsələni həll etmək üçün (6) tənliyinin

$$T(t)\big|_{t=0} = \varphi_1(x,y);\ T'(t)\big|_{t=0} = \varphi_2(x,y) \tag{9}$$

şərtlərini ödəyən həllini tapmaq lazımdır.

(7) tənliyinin $V(x)\big|_{x=0}=0; V(x)\big|_{x=a}=0$ şərtlərini ödəyən həllini, (8) tənliyinin isə $W(y)\big|_{y=0}=0; W(y)\big|_{y=b}=0$ şərtlərini ödəyən tənliyi tapılmalıdır.

Əvvəlcə Laplas çevirməsinin köməy i ilə (6) tənliyini həll edək. əgər Laplasın inteqral çevirməsini (6) tənliyinə tətbiq etsək və (9) şərtlərini nəzərə alsaq, onda operator tənlik aşağıdakı şəkildə olar.

$$\overline{T}(p)-pT(0)-T'(0)+a^2\lambda\overline{T}(p)=0$$

Buradan

$$\overline{T}(p)=\frac{p\varphi_1(x,y)+\varphi_2(x,y)}{p^2+a^2\lambda} \tag{10}$$

alarıq. Əgər Laplasın tərs çevirməsini (10) bərabərliyinə tətbiq etsək, (9) tənliyinin həllini

$$T(t)=\varphi_1(x,y)\cos a\sqrt{\lambda}t+\frac{\varphi_2(x,y)}{a\sqrt{\lambda}}\sin a\sqrt{\lambda}t \tag{11}$$

şəklində təyin edirik. (7) və (8) tənliklərinin həllinin tapılması isə Liuvil-Ştrum məsələsidir və məlumdur, yəni $Z(x,y)=c_{n,m}\sin\frac{\pi n}{a}x\sin\frac{\pi m}{b}y$ şəklində təyin olunur. Onda baxılan məsələnin həlli

$$u(x,y,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\left(A_{nm}\cos\sqrt{\lambda_{nm}}at+B_{nm}\sin\sqrt{\lambda_{nm}}at\right)Z_{nm}(x,y)$$

şəklində təyin olunur.

Burada $c_{n,m}=\sqrt{\frac{n}{ab}};\ \lambda_{nm}=\left(\frac{\pi n}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{b}\right)^2$ işarə edilmişdir.

Ədəbiyyat

1. Л.В. Крылов “Приближенные методы математического анализа”. Ленинград. “Физмат из”. 1964.
2. А.Д. Кудрявиев “Курс математического анализа”. Москва. “Высшая школа”. 1981.

BİR SİNİF DİSKRET ŞTURM-LİUVİLL OPERATORUNUN SPEKTRİ HAQQINDA

Eyvazlı Güllü Sahil qızı
Bakı Dövlət Universiteti
eyvaligullu194@gmail.com

Fərz edək ki, A_n, B_n həqiqi qiymətli ardıcıllıqlardır və müəyyən N natural ədədi üçün

$$A_{n+N}=A_n>0,\ B_{n+N}=B_n,\ n=0,\pm1,\pm2,...,$$

periodiklik şərtini ödəyir. $\ell_2(-\infty,+\infty)$ fəzasında

$$(ly)_n=a_{n-1}y_{n-1}+b_ny_n+a_ny_{n+1}$$

diferensial ifadəsinin doğurduğu L operatoruna baxaq, belə ki, $a_n>0, b_n$ əmsalları həqiqi olub

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\{|a_n - A_n| + |b_n - B_n|\} < \infty$$

şərtini ödəyir. Qeyd edək ki, bu operator diverqent formalı Şturm-Liuvill operatorunun diskret analoqudur. Təqdim olunan iş L operatorunun spektrinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Qeyd edək ki, $a_n \equiv A_n$, $b_n \equiv B_n$ olduqda L operatorunun spektral xassələri [1], [2] işlərində tədqiq edilmişdir.

$\varphi_n = \varphi_n(\lambda)$ və $\theta_n = \theta_n(\lambda)$ ilə

$$A_{n-1}y_{n-1} + B_n y_n + A_n y_{n+1} = \lambda y_n, n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$$

tənliyinin $\varphi_0 = \theta_1 = 0$, $\varphi_1 = \theta_0 = 1$ şərtlərini ödəyən həllərini işarə edək. Tutaq ki, $\Delta(\lambda) = \dfrac{\varphi_{N+1}(\lambda) + \theta_N(\lambda)}{2}$. Aydındır ki, $\Delta(\lambda)$ funksiyası λ-ya nəzərən N dərəcəli çoxhədlidir. $\Delta(\lambda)$ funksiyasına Hill diskriminantı deyilir. Məlum olduğu kimi $\Delta^2(\lambda) - 1$ çoxhədlisinin kökləri həqiqidir və köklərin təkrarlanma tərtibi ikidən böyük ola bilməz. Bundan başqa $\Delta^2(\lambda) - 1$ çoxhədlisinin kökləri $\lambda_1 < \lambda_2 \le \lambda_3 < \lambda_4 \le \ldots < \lambda_{2N-2} \le \lambda_{2N-1} < \lambda_{2N}$ şəklində nömrələnə bilər(bax [1]-[3]).

Teorem. *L operatorunun kəsilməz spektri $\sigma_r = [\lambda_{2r-1}, \lambda_{2r}], r = 1, \ldots, N$ parçalarını doldurur. Kəsilməz spektrin kənarında L operatorunun yalnız sonlu sayda məxsusi ədədi ola bilər. Bu məxsusi ədədlər sadə və həqiqidir.*

Ədəbiyyat

1. Жернаков Н.В. Прямая и обратная задачи для периодической якобиевой матрицы //Укр.мат.журн., 1986, т.38, №6, с.785-788.
2. Teschl G. Jacobi operators and completely integrable nonlinear lattices // Math. surv.and monographs, AMS, Providence, 2000, v.72.
3. Ханмамедов А.Х. Обратная задача рассеяния для разностного оператора Шредингера, заданного на полуоси// Доклады Академии Наук (Россия), 2006, т.409, №4, с.451-454.

RİYAZİYYATIN TƏDRİSİNDƏ İNNOVATİV METODLAR VƏ TEXNOLOGİYALAR

Əbdürəhimli Gülşən Habil qızı

Qərbi Kaspi Universiteti

gulsen2018111@gmail.com

Riyaziyyatın tədrisində informatika ilə inteqrasiya müvafiq standartlara əsaslanır. Hər iki fənnin məzmun xətlərinin təlim nəticələrini əks etdirən əsas standartlar, alt- standartların mahiyyətinə uyğun bilik və fəaliyyət müəllim üçün anlaşıqlı olmalıdır. "İnformasiya texnologiyaları" dedikdə, elektron resurslar vasitəsi ilə toplanılmış informasiyaların emalı, təqdimatı və informasiyadan istifadə üsul və vasitələri, prosesləri nəzərdə tutulur. Müəllim fənnin tədrisində adaptasiya, interaktiv, fərdi prinsiplərdən qarşılıqlı əlaqədə istifadə etməlidir.

Adaptasiya prinsipi mürəkkəbliyi, əhatə dairəsi və məzmunu əyani vəsaitlərlə, tədris materialını fərqləndirməklə müxtəlif səviyyələrdə həyata keçirilməsidir. Bu prosesdə interaktiv metodların tətbiqi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. “İnteraktiv” sözü mahiyyətcə pedaqoji prosesin son dərəcə dinamik fəallaşdırılmasına yönəlir və dərsin bütün mərhələlərində həyata keçirilməlidir. İnteraktiv təlimə tədrisin və idrak fəaliyyətinin təşkili və idarə olunması metodlarının məcmusu kimi baxmaq olar. İnteraktiv təlim üçün aşağıdakı cəhətlər səciyyəvidir: müəllim tərəfindən şüurlu surətdə (iradi olaraq) idraki problem situasiyasının yaradılması; problemin həlli prosesində tələbələrin fəal tədqiqatçı mövqeyinin stimullaşdırılması; tələbələr üçün yeni və zəruri olan biliklərin müstəqil kəşfi, əldə edilməsi və mənimsənilməsi üçün şəraitin yaradılması.

Yeni yanaşmanın mahiyyəti ondadır ki, təlim tələbələrin yaddaşının təkcə yeni elmi biliklərlə (informasiya ilə) zənginləşdirilməsinə deyil, həm də təfəkkürün müntəzəm inkişaf etdirilməsi əsasında daha çox biliklərin müstəqil əldə edilməsi və mənimsənilməsi, ən mühüm bacarıq və vərdişlərinin, şəxsi keyfiyyət və qabiliyyətlərin qazanılmasına yönəlib. Bu zaman tələbələr müəllimin rəhbərliyi altında xüsusi seçilmiş, asan başa düşülən və yaddaqalan, ən vacib təlim materialının öyrənilməsi prosesində fakt və hadisələrin səbəb-nəticə əlaqələrini, qanunauyğunluqlarını aşkar etməyi, nəticə çıxartmağı, mühüm və dərin ümumiləşdirmələr aparmağı öyrənirlər.

İnteraktiv təlim metodunun tədris prosesinə daxil edilməsi tələbələrin passivliyinin aradan qaldırılmasına, lazım olan təfəkkür xüsusiyyətlərinin,yaradıcılığın formalaşdırılması və təlim keyfiyyətinin yüksəldilməsinə şərait yaradır. İnteraktiv təlim prosesində öyrənənin mövqeyi – “kəşf edən”, “tədqiqatçı”, “araşdırıcı” mövqeyidir, o, gücü çatdığı məsələ və problemlərlə üzləşərkən bunları müstəqil tədqiqat prosesində həll edir. Tələbələr təlim prosesində passiv dinləyici deyil, fəal düşünən, danışan, fikir söyləyən, münasibət bildirən bir subyekt, təlim prosesinin tamhüquqlu iştirakçısı, tədqiqatçısı kimi çıxış edir, bilikləri fəal axtarış və kəşflər prosesində mənimsəyirlər. Müəllimin mövqeyi – fasilitator (“bələdçi”, “aparıcı”) daha çox istiqamətverici mövqeyindədir. O, problemli vəziyyətləri planlı və istiqamətlənmiş surətdə təşkil edir, tələbələr qarşısında tədqiqat məsələlərinin meydana çıxmasına şərait yaradır və onların həllinə metodiki kömək göstərir.

Riyaziyyat dərslərində İKT-dən istifadə motivasiyanı artırır, vaxta qənaət edilir, bilik və bacarıqların hərtərəfli mənimsənilməsi fəallaşdırılır. İnformasiya texnologiyalarından dərslərdə istifadənin müxtəlif növləri vardır: dərs-mühazirə; dərs hazırlanması və problemlərin həlli; yeni materialın dərsə tətbiqi; inteqrativ dərslər və s.

Fikrimcə, müəyyən bilik və bacarıq tələb edən yeni anlayışlar, nümayiş modelləri kimi Mathlab, Matematik, Texnolojik, Ceo-cebra, Wolfhram saytları müasir təhsil standartlarına tam uyğundur. Bu tədris metodları - məlumat və qəbul, reproduktiv, problem, araşdırma necə öyrənmək prosesinə imkan verir. Bu saytların imkanlarından tələbələr suallara cavab tapmaq, ümumiləşdirmək və biliklərini sistemləşdirmək, yüksək akademik qabiliyyət, müxtəlif idrak və düşüncə tərzini genişləndirmək, biliklərini dərinləşdirmək üçün istifadə edirlər.

Riyaziyyatda İKT-dən istifadə təcrübəsi ən effektiv üsul hesab edilə bilər. Eyni kompüter sinfindən istifadə, multimedia alətləri ilə təşkil olunan interaktiv dərslər səmərəliliyi dəfələrlə artırır, təhsilalan yalnız bir passiv tamaşaçı və ya dinləyici olmur, o, fəal təlim prosesinə cəlb olunur.

Ədəbiyyat

1. Jo Boaler, "Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching"
2. John Hattie, "Visible Learning for Mathematics, Grades K-12: What Works Best to Optimize Student Learning".

RİYAZİYYAT TƏLİMİNDƏ ŞAGİRDLƏRİN FƏAL ZEHNİ FƏALİYYƏTƏ CƏLB EDİLMƏSİ ÜSULLARI

Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin oğlu, Məmmədova Aksana Rəhim qızı

Baki Dövlət Universiteti

sadeddinefendi@mail.ru

Riyaziyyat təhsili şagirdlərin riyazi bacarıqlarını gücləndirmək, həmçinin analitik təfəkkür, problem həll etmək və tənqidi düşünmə bacarıqlarını inkişaf etdirmək məqsədi daşıyır. Bununla belə, passiv öyrənmə yanaşması şagirdlərin riyaziyyat anlayışlarını adekvat başa düşməsinə mane ola bilər. Ona görə də riyaziyyat təhsilində şagirdlərin fəal zehni fəaliyyətə cəlb edilməsi vacibdir. Fəal zehni fəaliyyət şagirdlərin riyazi təfəkkür bacarıqlarından istifadə etmələrini, öz biliklərini qurmalarını və riyazi anlayışları mənalı şəkildə tətbiq etmələrini nəzərdə tutur. Şagirdlərin riyaziyyatla qarşılıqlı əlaqədə olması və öz öyrənmə prosesində fəal iştirak etməsi onlara daha dərindən başa düşmək və davamlı bilik əldə etməyə kömək edir. Bu məqsədlə riyaziyyat tədrisində müxtəlif üsullardan istifadə edə bilərlər. Biz araşdırmamızda aşağıdakı üsullarla haqqında ətraflı məlumat verəcəyik:

Problem əsaslı öyrənmə şagirdlərə riyaziyyat kimi mücərrəd mövzuları real dünya problemlərinə bağlamağa kömək etmək üçün effektiv üsuldur. Bu yanaşma şagirdlərə riyazi mövzuları daha yaxşı başa düşməyə və tətbiq etməyə kömək edə bilər. Bu yanaşmanı tətbiq etməklə müəllimlər şagirdlərə aşağıdakı yollarla kömək edə bilərlər:

1. Təlim prosesində şagirdlərin qarşılarına çıxan problemi təhlil etmək və riyazi bacarıqlarından istifadə edərək həll etmək imkanı verməklə, onlar konkret kontekstdə mücərrəd anlayışları öyrənə bilərlər.
2. Şagirdlərə təkcə problemləri həll etmək deyil, həm də nəticələri təhlil etmək və şərh etmək bacarıqlarını inkişaf etdirmək şansı vermək vacibdir. Bu, tənqidi düşünmə qabiliyyətini gücləndirə bilər.
3. Real problemləri həll etməklə riyazi mövzuları öyrənmək şagirdlərə bu mövzuların praktikada necə istifadə oluna biləcəyini anlamağa kömək edə bilər. Bu, onların motivasiyasını artırır,onları zehni fəaliyyətə cəlb edir.

Bu yollarla problem əsaslı öyrənmə şagirdlərin riyaziyyatı və digər fənləri daha dərindən dərk etmələrinə və bu bacarıqlardan gündəlik həyatlarında istifadə etmələrinə kömək edən effektiv təlim yanaşmasıdır.

Şagird bir anlayışı başqalarına öyrətməyə çalışdıqda, onu daha yaxşı başa düşmək və aydınlaşdırmaq imkanı əldə edir. Bu, onların riyaziyyatı daha dərindən qavramasına kömək edə bilər. Şagirdlərin ünsiyyət bacarıqlarını inkişaf etdirməyə kömək edir. Riyazi fikirlərin izahı və müzakirəsi şagirdlərin özünü daha yaxşı ifadə etməsinə şərait yaradır.

Şagirdlərə açıq suallar vermək onların riyazi təfəkkürünü inkişaf etdirir. Bu, şagirdlərə yalnız bir nəticəyə deyil, müxtəlif vasitələrlə əldə edilə bilən nəticələrə diqqət yetirməyə imkan verir. Bu, şagirdlərə riyaziyyata bir sıra qaydaların yadda saxlanmalı olduğu bir fənn kimi deyil, məntiqi təfəkkür prosesi kimi perspektiv inkişaf etdirməyə kömək edir.

Bundan əlavə, açıq suallar şagirdlərə problem həll etmə bacarıqlarını təkmilləşdirmək imkanı verir. Problemləri həll etmək üçün müxtəlif strategiyaların işlənib hazırlanmasını və tətbiqini tələb edir. Bu, şagirdlərə tənqidi düşünmə və analitik bacarıqlar verir. Riyazi məsələlərin həlli zamanı yaradıcı olmaq şagirdlərin riyazi təfəkkür bacarıqlarını daha geniş kontekstə gətirir və bu bacarıqların digər sahələrə tətbiqini asanlaşdırır. Bununla belə, sual-cavab texnikasından istifadə edərkən diqqətli tarazlıq tələb olunur. Əgər suallar çox çətin olarsa və ya tələbələrin biliyi az olduğundan cavab verilə bilmirsə, şagirdlərin motivasiyası azala bilər. Ona görə də müəllimlər şagirdlərin səviyyələrinə uyğun suallar verməyə diqqət etməli və lazım gəldikdə onlara rəhbərlik etməlidirlər.

Şagirdlərə rəqəmlər, naxışlar, həndəsə və problem həlli ilə bağlı əsas anlayışları öyrədir, eyni zamanda şagirdlərə bu anlayışları konkret şəkildə yaşamağa imkan verir. Məsələn, riyaziyyat oyunu şagirdlərə əlavə və ya çıxmağı öyrənərkən bu əməliyyatları həyata keçirmək imkanı təklif edə bilər. Riyaziyyat oyunları həm də əməkdaşlıq və ünsiyyət bacarıqlarını inkişaf etdirmək üçün bir yoldur. Şagirdlər qruplarda və ya rəqabətli oyunlarda oynadıqda, problem həll etmə bacarıqlarını bölüşmək və başqaları ilə qarşılıqlı əlaqə qurmaq imkanı əldə edirlər. Bu, riyaziyyat dərslərini daha sosial təcrübəyə çevirir. Bundan əlavə, riyaziyyat oyunları şagirdlərə səhv etmək imkanı verir və onları bu səhvlərdən öyrənməyə təşviq edir. Səhvlər öyrənmənin təbii bir hissəsidir və riyaziyyat oyunları şagirdlərə bu səhvləri etmək və sonra onları düzəltmək imkanı verir. Bu, onların özünə inamını artıra və riyaziyyatla daha müsbət münasibət qurmağa kömək edə bilər [4, s. 9].

Riyaziyyat təlimində şagirdlərin fəal zehni fəaliyyətə cəlb olunmasında çalışma həllinin rolu böyükdür

Ədəbiyyat

1. Q. Qoqişvili və b. Riyaziyyat müəlliminin kitabı. Tbilisi-2020.
2. Черкасов Р.С., Столяр.А.А Методика преподавания математики, Москва 1985.

RİYAZİYYAT TƏLİMİ KEYFİYYƏTİNİN YÜKSƏLMƏSİNDƏ MƏSƏLƏ HƏLLİNİN ROLU

Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin oğlu, Məmmədova Aysel Tofiq qızı

Bakı Dövlət Universiteti
effendi_sadeddin@mail.ru

Müasir riyaziyyat təlimində öyrənmə və öyrətmə vasitəsi olan, müxtəlif funksiyaları icra edən məsələ həllinin riyaziyyat təlimində rolu böyükdür. Məsələnin təhsil funksiyası şagirdlərdə riyazi bilik, bacarıq və vərdişlər sisteminin formalaşmasına xidmət edir. Məsələ həlli şagirdlərdə riyazi təfəkkürün inkişafına kömək edir. Dərsin əsas didaktik məqsədlərinə uyğun olaraq sistemli şəkildə seçilmiş məsələ riyazi anlayışların şagirdlər tərəfindən mükəmməl mənimsəmələrinə kömək edir. Qeyd edək ki, belə məsələlər sistemini seçərkən məsələlər sadədən mürəkkəbə doğru seçilməlidir. Müxtəlif üsullarla həll oluna bilən məsələ şagirdlərin fəal zehni fəaliyyətə cəlb olunmasında və şagirdlərin müstəqilliyə nail olmalarında çox ciddi vasitədir.

Təlim prosesində şagirdlərin müstəqilliyi onların fəaliyyətinin ali formasıdır. Təlim prosesində şagird fəallığının təmin olunması onların müstəqilliyə nail olmalarından çox asılıdır. Bu isə şagirdin riyazi təfəkkürünün əsasını təşkil edir. Bilirik ki, hər bir məsələ bir çox pedoqoji, didaktik və təlim məqsədləri üçün nəzərdə tutulur.

Həndəsənin tədrisi prosesində həndəsə məsələlərinin həllinin həndəsi fiqurların xassələrinin öyrənilməsində böyük rolu var. Həndəsə məsələlərinin həlli şagirdlərdə müstəqillik, öyrənməyə maraq və müxtəlif zehni fəaliyyət formaları yaradır. Həndəsə məsələlərinin həlli şagirdlərin məntiqi mühakiməsinin formalaşmasına ciddi təsir göstərir. Həndəsə məsələləri şagirdlərin öyrəndikləri nəzəri materialın daha şüurlu mənimsəmələrinə kömək etməklə bərabər onların fəza təsəvvürünü inkişaf etdirir. Bunun nəticəsində şagirdlərin tədris-idrak fəaliyyəti fəallaşır.

RİYAZİYYAT TƏLİMİ PROSSESİNDƏ ŞAGİRDLƏRİN İDRAK FƏALLIĞININ FORMALAŞMASINDA ÇALIŞMA HƏLLİNİN ƏHƏMİYYƏTİ

Əfəndi Sadəddin Nəsrəddin oğlu, Məmmədova Sevinc Murad qızı
Bakı Dövlət Universiteti
effendi_sadeddin@mail.ru

Müəllim və şagirdlərin birgə fəaliyyət forması olan müstəqil işləri yerinə yetirərkən şagirdlər qazandıqları bilik, bacarıq və vərdişlər üzərində fəal əməliyyat aparır, axtarır fəaliyyəti tamamlayır. Bunun nəticəsi olaraq bu cür müstəqil fəaliyyətdə şagirdin müstəqilliyi, fəallığı artır və möhkəmlənir. Bu səbəbdən şagirddə yüksək səviyyəli şüurluluq yaranır. Şüurlu mənimsəmə zamanı biliklərin öyrənilməsi və tətbiqinə yaradıcı münasibət formalaşır. Eyni zamanda şagirdlərin məntiqi təfəkkürü formalaşır. Riyaziyyat tədrisində şagirdlərin çalışma həll etmələrinin əhəmiyyəti olduqca böyükdür. Bu işlər təlimdə şagirdlərin idrak fəallığını artırır, mənimsəmənin və biliyin şüurlu qazanılmasına, şagirdlərin məntiqi mühakimə yürütməsinə ciddi təsir edir. Hər bir şagirdin sərbəst işləmə vərdişlərinin keyfiyyətini artırır.

Aydındır ki, şagirdlərin həll etdikləri çalışma hədləri zamanı yaxşı nəticə verir ki, bunlar proqram mövzularının öyrənilməsi ilə sıx əlaqədə yerinə yetirilsin. Təlim prosesində həll edilən çalışmalar şagirdlərin gücünə uyğun olmalıdır. Tapşırıqların çətinlik dərəcəsi tədricən artırılmalıdır.

Təlim prosesində çalışmaların çətinliklərinin tədricən artırılması şagirdlərdə çalışmaları yerinə yetirmə bacarığını artırır.

Əqli gərginlik və iradi səylə xarakterizə olunan şagirdlərin təlimdə idrak fəallığı biliklərin əldə olunması nəticəsində yaranır. Təlim prosesində şagirdlərin əqli fəallığı anlayışların formalaşdırılmasında xüsusi rol oynayır. Şagirdlərin fəallıq və şüurluluğunun ali forması idraki müstəqillikdir. Ona görə də təlimdə şüurluluq və fəallığın həyata keçirilməsi şagirdlərdə əsas şəxsi keyfiyyət sayılan idrak müstəqilliyi formalaşdırır.

Qeyd edək ki, idraki müstəqilliyi formalaşdırmaq üçün çalışma həllinin əhəmiyyəti böyükdür.

c_0 ARDICILLIQLAR FƏZASINDA TƏSİR EDƏN DÖRD BƏNDLİ OPERATOR - MATRİSİN SPEKTRİNİN TƏDQİQİ

Əhmədov Əli Mustafa oğlu, Bəşirova Rəmziyyə Şahin qızı
Bakı Dövlət Universiteti
ali.akhmedov@rambler.ru, bashirova_remziyye@mail.ru

Məlumdur ki, sonsuz fərq operator-matrisin spektral xassələrinin öyrənilməsi bir çox riyaziyyat və təbiət məsələlərinin həllində mühüm rol oynayır. Məsələlərdən asılı olaraq fərq

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ -1 & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \dots \\ - & - & - & - & \dots \\ - & - & - & - & \dots \end{bmatrix}$$

matrisin doğurduğu operator [1] kifayət qədər öyrənilmişdir. Qeyd edək ki, c_0 - sıfıra yığılan ədədi ardıcıllıqların doğurduğu Banax fəzasıdır, $\Delta : c_0 \to c_0$ məhduddur, $\|\Delta\| = 2$.

Eyni zamanda Δ operatorunun spektri

$$\sigma(\Delta) = \{\lambda : \lambda \in C;\ |\lambda - 1| \le 1\}$$

şəklindədir.

Bu işdə bu nəticənin bir ümumiləşməsi öyrənilir. Aşağıdakı operator-matrisə baxaq:

$$V(r,s,t,u)=\begin{bmatrix} r & s & t & u & 0 & 0 & 0 & .... \\ 0 & r & s & t & u & 0 & 0 & .... \\ 0 & 0 & r & s & t & u & 0 & .... \\ 0 & 0 & 0 & r & s & t & u & .... \\ - & - & - & - & - & - & - & ..... \end{bmatrix}$$

Fərz edək ki, r,s,t və u ümumiyyətlə kompleks kəmiyyətlər olmaqla eyni zamanda 0 deyildirlər.

Aşağıdakı nəticələr alınmışdır:

Teorem 1. $V(r,s,t,u): c_0 \to c_0$ məhduddur və

$$\|V(r,s,t,u)\| = |r| + |s| + |t| + |u|$$

Teorem 2. $V(r,s,t,u)$ operator-matrisin spektri üçün aşağıdakı ifadə doğrudur:

$$\sigma(V(r,s,t,u)) = \{\lambda : \lambda \in C;\ |\lambda - r| \le |s| + |t| + |u|\}$$

Alınan nəticələr [1]- [3] işlərindəki nəticələrin ümumiləşməsidir.

Ədəbiyyat

1. M.Akhmedov, F.Bashar, On the fine spectra of the difference operator Δ over the sequence space $lp(1 \le p < \infty)$, Demonstratio Math, 39(2006).
2. B.Altay, F.Bashar, On the fine spectrum of the difference operator on c_0 and c, Inform.Sci.168(2004) 217-224.
3. Əhmədov Ə.M., Bəşirova R.Ş. c_0 fəzasında təsir edən üç bəndli üçbucaq operator-matrisin spektri haqqında, Bakı Dövlət Universiteti, Bakı və region gənclərinin I elmi konfransı, 20 aprel 2023, 160-161 s.

ÜMUMİLƏŞMİŞ SÜRÜŞMƏ HALINDA BÜKMƏ TİPLİ OPERATORLAR ÜÇÜN İKİÇƏKİLİ QİYMƏTLƏNDİRMƏLƏR

Əkbərov Asim Ələsgər Oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

asimakbarov@mail.ru

Tutaq ki, R_n - n ölçülü Evklid fızasıdır. $(n \ge 1)$

$$R^{+}_{m+3,3} = \left\{ \left(x_1, ... x_m, x_{m+1}, x_{m+2}, x_{m+3} \right) \in R_{m+3} : x_{m+1} > 0, x_{m+2} > 0, x_{m+3} > 0 \right\},$$

$$T^{y}u(x) = c_v \int_0^{\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} u\Big(x' - y', \sqrt{x^2_{m+1} - 2x_{m+1}\cdot y_{m+1}\cdot\cos\alpha_{m+1} + y^2_{m+1}},$$
$$\sqrt{x^2_{m+2} - 2x_{m+2}\cdot y_{m+2}\cdot\cos\alpha_{m+2} + y^2_{m+2}}, \sqrt{x^2_{m+3} - 2x_{m+3}\cdot y_{m+3}\cdot\cos\alpha_{m+3} + y^2_{m+3}} \Big)$$

$$\times\sin\alpha_{m+1}^{2v_{m+1}-1}\cdot\sin\alpha_{m+2}^{2v_{m+2}-1}\cdot\sin\alpha_{m+3}^{2v_{m+3}-1}\cdot d\alpha_{m+1}\cdot d\alpha_{m+2}\cdot d\alpha_{m+3}$$

isə Ümumiləşmiş sürüşmə operatorudur, burada

$x=(x',x_{m+1},x_{m+2},x_{m+3}),\ y=(y',y_{m+1},y_{m+2},y_{m+3}),\ x',y'\in R^m,\ v_{m+1}>0, v_{m+2}>0, v_{m+3}>0, c_v>0$ - sabitdir.

Fərz edək ki,

$$L_{p,v}\left(\omega,R_{m+3,3}^{+}\right)\overset{df}{=}\left\{u-ölç.\|u\|_{L_{p,v(\omega)}}^{p}=\int_{R_{m+3,3}^{+}}\left(|u(x)|\omega(|x_i|)\right)^{p}d\mu(x)<+\infty\right\},$$

burada $1\le p<\infty, d\mu(x)=\prod_{i=1}^{m+3}d\mu(x_i),\ d\mu(x_i)=\begin{cases}dx_i,\ i=\overline{1,m}\\ y_i^{2v_i}dx_i,\ i=\overline{m+1,m+3}\end{cases}.$

S.K.Abdullayevin işlərinə əsasən $K_v(p,q), v>0, 1<p\le q<\infty$ sinfini təyin edək.

$1<p\le q<\infty$ üçün $K_v(p,q)$ sinfi $L_{p,v}$-dən $L_{q,v}$ fəzasına məhdud təsir edən

$$(Au)(x)\overset{df}{=}\int_{R_{m+3,3}^{+}}K(y)T^{y}u(x)\cdot y_{m+1}^{2v_{m+1}}\cdot y_{m+2}^{2v_{m+2}}\cdot y_{m+3}^{2v_{m+3}}dy$$

şəklində inteqral operatorlar sinifidir, burada

$$|K(y)|\le c\cdot|y|^{-(m+3+2|v|-\alpha)},\ y\ne 0, \alpha=(m+3+2|v|)\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{q}\right).$$

Qeyd edək ki, $p\ne q$ üçün $K_v(p,q)$ sinfi Riss və Bessel potensiallarını, $p=q$ olduqda isə

$$Au(x)=v.p\int_{R_{m+3,3}^{+}}\frac{f(\theta)}{|y|^{m+3+2|v|}}\left[T^{s}f(x)\right]y_{m+1}^{2v_{m+1}}\cdot y_{m+2}^{2v_{m+2}}\cdot y_{m+3}^{2v_{m+3}}dy$$

şəklində sinqulyar inteqral operatorları özündə saxlayır, burada

$$\theta=\frac{y}{|y|}, |v|=v_{m+1}+v_{m+2}+v_{m+3}.$$

$1<p\le q<\infty,\ \alpha\ge 0, i=\overline{1,m+3}.\ \ \omega_{p,q,i}$ ilə aşağıdakı şərtləri ödəyən (ω,ω_1) şəklində müsbət funksiyalar cütünü işarə edək:

$$\sup_{t>0}\left[\int_t^{\infty}\left(\xi^{-\frac{a_i+1}{p'}}\omega_1(\xi)\right)^{q}\frac{d\xi}{\xi}\right]^{\frac{1}{q}}\cdot\left[\int_0^{t}\left(\xi^{-\frac{a_i+1}{p'}}\omega(\xi)\right)^{-p'}\frac{d\xi}{\xi}\right]^{\frac{1}{p'}}<\infty,$$

$$\sup_{t>0}\left[\int_0^{t}\left(\xi^{\frac{a_i+1}{p'}}\omega_1(\xi)\right)^{q}\frac{d\xi}{\xi}\right]^{\frac{1}{q}}\cdot\left[\int_0^{\infty}\left(\xi^{\frac{a_i+1}{p'}}\omega(\xi)\right)^{-p'}\frac{d\xi}{\xi}\right]^{\frac{1}{p'}}<\infty,$$

burada $p'=p/p-1,\ a_i=\begin{cases}2v_i,\ \overline{m+1,m+3}\\ 0,\ \ i=\overline{1,m}\end{cases}$

Teorem. Tutaq ki, $A\in K_v(p,q), 1<p\le q<\infty,\ \alpha\ge 0$ və $\omega_1(t),\ \omega(t)$ funksiyaları $(0,\infty)$-da müsbət funksiyalardır. Əgər

1) $\exists c>0\quad \forall t\in(0,\infty)\ \sup_{t\le\tau\le 8t}\omega_1(\tau)\le c\inf_{t\le\tau\le 8t}\omega(\tau);$

2) $(\omega,\omega_1)\in\omega^{v}_{p,q,i}$

olarsa, onda $\forall u\in L_{p,v}\left(\omega,R^{+}_{m+3,3}\right)$ üçün $Au\in L_{q,v}\left(\omega_1,R^{+}_{m+3}\right)$ və

$$\left(\int_{R^{+}_{m+3,3}}\left|(Au)(x)\omega_1(|x_i|)\right|^{q}d_{\mu}(x)\right)^{\frac{1}{q}}\le c\left(\int_{R^{+}_{m+3,3}}\left|u(x)\omega(|x_i|)\right|^{p}d_{\mu}(x)\right)^{\frac{1}{p}}$$

bərabərsizliyi doğrudur, buradan c-sabiti u -dan asılı deyil.

Ədəbiyyat

1. Абдуллаев С.К., Акперов А.А. Весовые оценки сингу-лярных и слабо сингуляр-ных интегралов, ассоци-ированных обобщенным сдвигом / Azərbaycan Ümumilli lideri Heydər Əliyevin 85 illik yubleyinə həsr olunmuş tələbə, magistrant və gənc tədqiqatçıların Respublika elmi konfransı, 2008, s. 3-4.

BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN ƏDƏDİ HƏLLİNƏ YARILAQRANJ ÜSULUNUN TƏTBİQİ

Əliyev Aydın Yunus oğlu, Həsənova Xanımnaz Vüqar qızı
Bakı Dövlət Universiteti
aydin_aliyev66@mail.ru , nazhsnova@gmail.com

Tutaq ki, D=[0,1] ⊂R baxdığınız oblastdır. Q_T{(t,x)|0<t<T,x**϶**D} oblastında aşağıdakı tənliyə baxaq:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial(u\rho)}{\partial x}=f(t,x),\forall(t,x)\in Q_T \quad , \qquad (1)$$

burada u(t,x) və f(t,x) . Q_T-dən olan kifayət qədər hamar funksyalardır.

Məchul ρ(t,x) funksiyası bütün $\overline{D}$ oblastında zamanın başlanğıc anında məlumdur.

$$\rho(0,x)=\rho_{init}(x),\forall t\epsilon[0,T] \qquad (2)$$

və x=0 halında zamanın ixtiyari tamında Ω

$$\rho(t,0)=\rho_{in}(t),\forall t\epsilon[0,T] \qquad (3)$$

$\overline{Q_T}$ –də t_K=kτ,x_i=ih düyün nöqtələri çoxluğu ilə müntəzəm şəbəkə quraq ,burada h=1/N ilə (N>2) fəza dəyişəni üzrə ,τ=T/k ilə isə (k≤1) zaman üzrə şəbəkə addımlarını işarə edirik.

(1)-(3) məsələsinin həllini şəbəkənin (t_k,x_i) düyün nöqtələrində təyin olunmuş ρ^h diskret funksiyası şəklində axtaracağıq.(3) şərtinə əsasən ρ funksiyası zamanın başlanğıc anında şəbəkənin bütün düyün nöqtələrində məlumdur.Ədədi sxemin qurulması üçün fərz edəcəyik ki, t=t_{k-1} halında ρ^h ədədi həlli məlumdur və axtarılan funksiyanın zaman üzrə k-cı laydakı qiymətini hesablamaq tələb olunur.

Burada şəbəkənin x_i (i=1,....,N-1) daxili düyün nöqtələrində ədədi həllin yarılaqranj üsulu ilə qurulması inteqral eyniliyə əsaslanır.

Teorem: Əgər ρ məsələnin kifayət qədər hamar həllidirsə,onda

$$\int_{\Omega}\rho(t_k,x)dx=\int_{Q}\rho(t_{k-1},x)dx+\int_{tk-1}^{tk}\int_{Q}f(t,x)dxdt+I(Q_{in}) \qquad (4)$$

Burada Ω ⊂R , t_k layındakı parça ,Q⊂R isə t_{k-1} layındakı parçadır.

I(Q_{in})= $\int$ $u(t,0)\rho_{in}$(t,0)dt($Q_{in} \neq \emptyset$) sərhəd üzrə inteqraldır.

Ədəbiyyat

1. Е.В.Кучунова Полулагранжевый метод для уравнения неразрывности и уравнения адвекции-диффузии /Кучунова Е.В., Кери А.С., Малыцева Е.С.//Информационные технологии в науке,образовании и управлении -2018,-№5(9)-С.38-46
2. Q.Lil constrained interpolation profile conservative semi-lagrangian scheme based on thrid-order polynomial functions and essentially non-oscillatory scheme /Q.Lil,S.Omar ,D.Xi,K.Yokoi// Commun.Comput.Phys-2017,-Vol.22,№ 3-pp.765-788

ELASTIKI MÜHITLƏRDƏ UZUNUNA VƏ ENINƏ DALĞALAR HAQQINDA

Əliyev Alı Bakir oğlu, Rəhimova Kəmalə Razim qızı, Məlikova Sevinc Abdulalı qızı

Bakı Dövlət Universtiteti

melikovasevinc@icloud.com

Xətti – elastik mühitlərdə heyəcanlanmaların yayılma məsələsinə baxaq. Xarici həcmi qüvvələrin heyəcanlamasını nəzərə almayan, xəttiləşmiş hərəkət tənliklərini x,y,z oxları üzrə proyeksiyalarda yazaq:

$$(\Lambda + G)\frac{\partial e}{\partial x} + G\ \Delta U = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (\Lambda + G)\frac{\partial e}{\partial z} + G\ \Delta W = \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{1}$$

Burada Λ və G Lame əmsallarıdır.

Tutaq ki, deformasiya zamanı hissəciklərin fırlanması baş vermir : $\omega_X = \omega_y = \omega_z = 0$. Onda mühitin istənilən elementinin fırlanması üçün məlum

$$\omega_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial \upsilon}{\partial z}\right),\ \omega_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right),\ \omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \upsilon}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) \tag{2}$$

ifadələrindən alırıq ki,

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y},\ \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial \upsilon}{\partial z},\ \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} \tag{3}$$

Elə bir φ funksiyası götürək ki,

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x},\ \upsilon = \frac{\partial \varphi}{\partial y},\ w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \tag{4}$$

o (2) münasibətlərini ödəmir. (4) əvəzləməsinin köməyi ilə (1) sistemini aşağıdakı şəklə gətirək.

$$(\Lambda + 2G)\ \Delta u = \rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$(\Lambda + 2G)\ \Delta \vartheta = \rho\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2}$$

$$(\Lambda + 2G)\ \Delta w = \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$$

Bu tənliklərlə təsvir olunan dalğalar mexanikada burulğansız və ya həcmi dalğalar adlanır.

ARTAN POTENSİALLI ŞREDİNGER TƏNLİYİİN YOST TİPLİ HƏLLƏRİ

Əliyev Murad Səxavət oğlu
Bakı Dövlət Universiteti
mliyev008@gmail.com

Aşağıdakı tənliyə baxaq:

$$-y'' + Q(x)y + q(x)y = \lambda y, \qquad -\infty < x < \infty \tag{1}$$

burada λ spektral parametrdir,

$$Q(x) = \begin{cases} -x^2, x < 0 \\ x, x \geq 0 \end{cases},$$

$q(x)$ isə həqiqi qiymətli funksiya olub

$$\int_{-\infty}^{0} (1+|x|)e^{2x^2}|q(x)|dx + \int_{0}^{\infty} (1+|x|)|q(x)|dx + < \infty . \tag{2}$$

şərtini ödəyir. Tutaq ki, $f_+^0(x,\lambda) = \pi^{\frac{1}{2}} \mathrm{A}i(x-\lambda)$, burada $\mathrm{A}i(x)$ birinci növ Eyri funksiasıdır(bax [1]). Həmçinin $f_-^0(x,\lambda) = D_{\frac{i\lambda}{2}-\frac{1}{2}}\left(-\sqrt{2}e^{-\frac{i\pi}{4}}x\right)$ funksiyasını daxil edək, burada $D_\nu(z)$ Veber funksiyadır(bax [1]]). (1) tənliyinin

$$f_\pm(x,\lambda) = f_\pm^0(x,\lambda)[1+o(1)], x \to \pm\infty$$

şərtlərini ödəyən həllərinə Yost tipli həllər deyilir. T\qdim olunan işdə Yost tipli həllərin varlığı isbat olunur və onların inteqral göstərilişləri tapılır. Qeyd edək ki, oxşar məsələlər $Q(x) = x$ olduqda [2], [3]] işlərində, birinci $Q(x) = -x^2$ olduqda isə [4] işində baxılmışdır.

Aşağıdakı funksiyaları daxil edək:

$$\sigma^+(x) = \int_x^\infty |q(t) + Q(t) - t|dt, \ \sigma_1^+(x) = \int_x^\infty \sigma^+(t)dt,$$

$$\sigma^-(x) = \int_{-\infty}^x |q(t) + Q(t) + t^2|dt, \ \sigma_1^-(x) = \int_{-\infty}^x \sigma^-(t)dt.$$

Teorem. *Əgər $q(x)$ funksiyası (2) şərtini ödəyərsə, onda (1) tənliyinin Yost tipli həlləri var, yeganədir və aşağıdakı kimi göstərilə bilər:*

$$f_\pm(x,\lambda) = f_\pm^0(x,\lambda) \pm \int_x^{\pm\infty} K^\pm(x,t)\, f_\pm^0(t,\lambda)dt,$$

burada $K^\pm(x,t)$ nüvələri kəsilməz funksiyalardır və aşağıdakı münasibətləri ödəyir:

$$\left|K^\pm(x,t)\right| \leq \frac{1}{2}\sigma_0^\pm\left(\frac{x+t}{2}\right)e^{\sigma_1^\pm\left(\frac{x+t}{2}\right)},$$

$$K^{\pm}(x,x)=\pm\frac{1}{2}\int_{x}^{\pm\infty}\left[q(t)+Q(t)\mp t^{1+\frac{1\mp 1}{2}}\right]dt\,.$$

Ədəbiyyat

1. М. Абрамович, И. Стиган, *Справочник по специальным функциям*, Наука, Москва (1979).
2. Li. Yishen, *One special inverse problem of the second order differential equation on the whole real axis*, *Chin. Ann. of Math.*, **2**, №2,147-155 (1981).
3. А. Х. Ханмамедов, М.Г.Махмудова, *Об операторе преобразования для уравнения Шредингера с дополнительным линейным потенциалом*, Функциональный анализ и его приложения, **54**,№1,93–96 (2020).
4. М.Г.Гасымов, Б.А. Мустафаев, *Обратная задача рассеяния для ангармонического уравнения на полуоси*, ДАН СССР*,* **228**: №1, 321-323 (1976).

E_3 -DƏ MİNİMAL SƏTHLƏR VƏ BU SƏTHLƏRLƏ ƏLAQƏLİ BƏZİ MƏSƏLƏLƏR

Əliyev Nəcəf Yaqub oğlu, Məmmədli Turanə Ruslan qızı

Baki Dövlət Universitetİ

mmmdlituran8@gmail.com

Fərz edək ki, üç ölçülü Evklid fəzası E_3-də iki ölçülü V_2 səthi verilmişdir. Ümumi halda,bu səth iki həqiqi arqumentdən asılı üç həqiqi funksiya vasitəsilə verilir.Bunun üçün bizə fəzanın 0 nöqtəsinə R tərpənməz reperinə gətirək:

$$R=\{0,e_1,e_2,e_3\}.$$

Bu halda səthin vektorial tənliyi aşağıdakı kimi olacaq:

$$r(u,v)=x(u,v)i+y(u,v)j+z(u,v)k.$$

$$x(u,v),y(u,v),z(u,v) \tag{1}$$

səthin tənlikləri olacaqdır. Bu səthin üzərində metrik məsələləri həll etmək üçün səthin metrik forması adlanan bir forma daxil etmək lazımdır .

$$dr^2=\mu_{11}du^2+2\mu_{12}dudv+\mu_{22}dv^2$$

μ əyrisi boyunca səthin bu metrik forması aşağıdakı kimi mənaya malikdir :

$$dr^2=ds^2\,,$$

$$ds^2=\mu_{11}du^2+2\mu_{12}dudv+\mu_{22}dv^2\,.$$

Səthin koordinat xətləri aşağıdakı qayda ilə təyin edilir. $u(v=0)$ olduqda u xətti boyunca səthin birinci kvadratik forması aşağıdakı kimi olacaq:

$$dr^2=\mu_{11}du^2\,.$$

$v(u=0)$ olduqda v xətti boyunca səthin birinci kvadratik forması aşağıdakı kimi olacaq:

$$dr^2=\mu_{22}dv^2\,.$$

Səthin ikinci kvadratik forması dedikdə isə biz belə bir kvadratik forma başa düşürük :

$$\Phi = b_{11}du^2 + 2b_{12}dudv + b_{22}dv^2 .$$

Səthin birinci kvadratik forması həmişə müsbət müəyyəndir.Ancaq bunu ikinci kvadratik forma üçün demək olmaz.Səthin birinci və ikinci kvadratik formadan istifadə edərək səth üzərində 2 əyrilik tapmaq olar :səthin tam əyriliyi,səthin orta əyriliyi.

Tam əyrilik :

$$k = \frac{b_{11}b_{22} - b_{12}^2}{\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2}$$

Orta əyrilik:

$$H = \frac{1}{2}\frac{\begin{vmatrix} \delta_{11} & b_{12} \\ \delta_{21} & b_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{11} & \delta_{12} \\ b_{21} & \delta_{22} \end{vmatrix}}{\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2} .$$

Orta əyriliyi 0 olan səthlər minimal səthlər adlanır. $\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2$ həmişə 0-dan böyükdür, çünki sahə ifadə edir.

$$\begin{vmatrix} \delta_{11} & b_{12} \\ \delta_{21} & b_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_{11} & \delta_{12} \\ b_{21} & \delta_{22} \end{vmatrix} = 0 .$$

$\delta_{11}b_{22} - \delta_{21}b_{12} + b_{11}\delta_{22} - \delta_{12}b_{21} = 0$ bu şərt ümumi halda V_2 səthinin minimallıq şərtidir.Müxtəlif tip şəbəkələr daşıyan səthlər üçün bu şərt sadələşir.Əgər səthin koordinat xətləri ortoqonaldırsa,onda $\mu_{12} = 0$ olarsa, $\delta_{11}b_{22} - b_{11}\delta_{22} = 0$ olar.Digər tərəfdən əgər koordinat şəbəkəsi qoşma şəbəkədirsə, onda $b_{12} = 0$ olarsa, $\delta_{11}b_{22} + b_{11}\delta_{22} = 0$ olar.Beləliklə,biz belə bir nəticəyə gəlirik.Həm ortoqonal şəbəkə,həm də qoşma şəbəkə daşıyan V_2 səthinin minimal səth olması üçün səthin birinci və ikinci formanın əmsalları aşağıdakı şərti ödəməlidir :

$$\delta_{11}b_{22} + b_{22}\delta_{11} = 0 .$$

Ədəbiyyat

1. Базылев В.Т., Дуничев К.И.Геометрия, часть 2: Учебник.М. Изд-во «Просв»,1975,367с.
2. Abbasov N.T.,Salayeva B.H.,Cəlimov A.A., Tenzor hesabı və onun tətbiqi. Bakı, Univer.nəşr.,1988, 96 s.

ZOLAQDA KOŞI-RIMAN TƏNLIYI ÜÇÜN KARLEMAN ŞƏRTI ÖDƏNILMƏYƏN SƏRHƏD MƏSƏLƏSININ HƏLLI

Əliyev Nihan Ə oğlu, Ramin M.Zeynalov

Bakı Dövlət Universiteti, AR ETN-nin İdarəetmə Sistemləri İnstitutu

nihan@aliev.info, raminz.math@gmail.com

İşdə Koşi-Riman tənliyi üçün bir sərhəd məsələsi nəzərdən keçirilir. Baxılan tənliyin fundamental həllindən istifadə etməklə məsələnin həlli araşdırılır[1].

Aşağıdakı məsələyə baxaq:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x_2}+i\frac{\partial u(x)}{\partial x_1}=0 \qquad x=(x_1,x_2), \quad x_1\in R, \quad x_2\in(0,1), \tag{1}$$

$$u(x_1,0)+u(-x_1,1)=\varphi(x_1), \quad x_1\in R, \tag{2}$$

$$\lim_{x_1\to-\infty}u(x)=\lim_{x_1\to\infty}u(x), \quad x_2\in[0,1], \tag{3}$$

(1) tənliyinin fundamental həlli aşağıdakı kimidir [2]:

$$U(x-\xi)=\frac{1}{2\pi\left(x_2-\xi_2+i(x_1-\xi_1)\right)}. \tag{4}$$

Əsas münasibət:

$$\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,1)}{1-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}dx_1+\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{\xi_2-i(x_1-\xi_1)}dx_1=\begin{cases}u(\xi),\ \xi\in D,\\ \frac{1}{2}u(\xi),\xi\in\partial D,\end{cases} \tag{5}$$

Zəruri şərtlər:

$$\left.\begin{aligned}u(\xi_1 0)&=\frac{1}{\pi}\int_R\frac{u(x_1,1)}{1+i(x_1-\xi_1)}dx_1+\frac{i}{\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{x_1-\xi_1}dx_1,\\ u(-\xi_1 1)&=\frac{i}{\pi}\int_R\frac{u(-x_1,1)}{x_1-\xi_1}dx_1+\frac{1}{\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{1-i(x_1-\xi_1)}dx_1.\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Requlyarizasiya:

$$\begin{aligned}u(\xi_1 0)+u(-\xi_1 1)&=\frac{i}{\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)+u(-x_1,1)}{x_1-\xi_1}dx_1+\frac{1}{\pi}\int_R\frac{u(x_1,1)}{1+i(x_1-\xi_1)}dx_1+\\ &+\frac{1}{\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{1-i(x_1-\xi_1)}dx_1=\frac{i}{\pi}\int_R\frac{\varphi(x_1)}{x_1-\xi_1}dx_1+\frac{1}{\pi}\int_R\frac{u(x_1,1)}{1+i(x_1-\xi_1)}dx_1+\\ &+\frac{1}{\pi}\int_R\frac{u(x_1,0)}{1-i(x_1-\xi_1)}dx_1.\end{aligned} \tag{7}$$

Alınan (7) requlyar ifadəsinin sol tərəfi verilmiş sərhəd şərtinin sol tərəfi ilə üst-üstə düşdüyündən (2) və (7) ifadələri fredholmluq üçün kafi şərt vermir. Səbəb Karleman şərtinin ödənilməməsidir. Onun üçün əlavə şərt verməliyik

$$u(x_1,0)=\varphi_1(x_1), \quad x_1\in R, \tag{8}$$

Onda (7) dən alarıq

$$k(x_1,1)=\varphi(-x_1)-\varphi_1(-x_1), \quad x_1\in R, \tag{9}$$

(8) və (9)-u (5) əsas münasibətlərində nəzərə almaqla (1)-(3), (8)-in həllini

$$u(\xi)=\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{\varphi(-x_1)-\varphi_1(-x_1)}{1-\xi_2+i(x_1-\xi_1)}dx_1+\frac{1}{2\pi}\int_R\frac{\varphi_1(x_1)}{\xi_2-i(x_1-\xi_1)}dx_1, \tag{10}$$

şəklində almış oluruq.

Teorem. Əgər $\varphi(x_1)$ və $\varphi_1(x_1)$ kəsilməz funksiyalardırsa, onda (1)-(3), (8) məsələsinin həlli (10) şəklində verilir.

Ədəbiyyat

1. N.Ə.Əliyev, R.M.Zeynalov. Birinci tərtib elliptik tip tənlik üçün Steklov məsələsi. Bakı Universitetinin Xəbərləri, fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, № 2.2012, s.13-20.
2. В.С. Владимиров Уравнения математической физики, Москва: Мир, 1981. 512 с.

BƏZİ CƏBRİ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİNƏ HƏNDƏSİ YANAŞMA

Əliyev Səməd Cahangir oğlu, İsgəndərova Gülnar Nizaməddin qızı,
Mirzəzadə Əsmər Rasim qızı
Bakı Dövlət Universiteti
samed59@bk.ru

Bir sıra cəbri məsələlərin (tənliklərin, bərabərsizliklərin, tənliklər və bərabərsizliklər sistemlərinin, funksiyanın ən böyük və ən kiçik qiymətlərinin tapılmasının, parametr daxil olan tənlik və bərabərsizliklərin və s.) həndəsi interpretasiyaları əhəmiyyətli dərəcədə şərtlərin (verilənlərin) analizini asanlaşdırır, onların həllinə “açar” verir. Belə məsələlərin həlli zamanı məsələ cəbri dildən (“düsturlar dilindən”) həndəsi dilə (“məsafələr dilinə”) keçirilir ki, bu daha effektiv olur [1].

Bəzi bərabərsizliklərin həllində vektorial yanaşma uğurlu olur. Məsələn,

$$3x\sqrt{x+2}+4\sqrt{x+2}\geq\sqrt{9x^2+x+2}\cdot\sqrt{x+18}$$

bərabərsizliyin sol tərəfində $\vec{a}(3x;\sqrt{x+2})$ və $\vec{b}(\sqrt{x+2};4)$ vektorlarının skalyar hasili, sağ tərəfində isə bu vektorların uzunluqları hasili yer almışdır. Orta bərabərsizliyi

$$\vec{a}\cdot\vec{b}\geq|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$$

şəklində yazmaq olar.

İstənilən $\vec{a}$ və $\vec{b}$ vektorları üçün $\vec{a}\cdot\vec{b}\leq|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$ olduğundan $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$ alarıq, yəni $\vec{a}$ və $\vec{b}$ kollinear vektorlardır və

$$\frac{\sqrt{x+2}}{3x}=\frac{4}{\sqrt{x+2}}$$

olar. Burada $x=\dfrac{2}{11}$ tapılar.

Şagirdlərin çətinliklə həll etdikləri parametr daxil olan məsələlərin bəziləri həndəsi yanaşma ilə asanlıqla həll olunur. Belə məsələlər tədqiqat xarakterlidir və şagirdlərdə məntiqi təfəkkürün və riyazi mədəniyyətin formalaşmasında böyük rol oynayır. Deyilənləri aşağıdakı məsələnin həllində şərh edək.

a parametrinin elə ən kiçik qiymətini tapaq ki,

$$\sqrt{x^2-8x+17}+\sqrt{x^2-10x+34}=a$$

tənliyinin heç olmazsa bir kökü olsun.

Bu məsələnin törəmə vasitəsi ilə həlli uzun hesablamalara gətirir. Məsələnin şərtlərini “düsturlar dilindən” “məsafələr dilinə” çevirək. Bunun üçün kökaltı ifadələrdə tam kvadratları ayıraq və sol tərəfə bir funksiya kimi baxaq:

$$f(x)=\sqrt{(x-4)^2+1}+\sqrt{(x-5)^2+9}\,.$$

Məsələni həll etmək üçün $f(x)$ funksiyasının ən kiçik qiymətini tapmaq lazımdır. $\vec{p}(4-x;1)$ və $\vec{q}(x-5;3)$ vektorlarını daxil edək, onda

$$|\vec{p}|=\sqrt{(x-3)^2+1},\quad |\vec{q}|=\sqrt{(x-2)^2+4}$$

olar. $\vec{p}+\vec{q}$ vektorunun koordinatları $(-1;4)$-dür və

$$|\vec{p}+\vec{q}|=\sqrt{(-1)^2+4^2}=\sqrt{17}\,.$$

$|\vec{p}|+|\vec{q}|\geq|\vec{p}+\vec{q}|$ və $a\geq\sqrt{17}$ münasibətlərindən çıxır ki, sonuncu bərabərsizlik $\vec{p}$ və $\vec{q}$ eyni istiqamətli olduqda ödənilir, yəni

$$\frac{4-x}{x-5}=\frac{1}{3}$$

olar. Buradan $x=\dfrac{17}{4}$ tapılar.

Deməli, ən kiçik qiymət $x=\dfrac{17}{4}$ və $a=\sqrt{17}$ olduqda alınır.

İndi isə [2] işində təklif olunan parametrdən asılı bərabərsizliklər sistemini həndəsi yanaşma ilə həll edək.

p parametrinin elə qiymətlərini tapaq ki,

$$\begin{cases} x^2+y^2+2x+8y\leq p^2-17 \\ x^2+y^2-8x-16y\geq 9p^2+24p-64 \end{cases}$$

bərabərsizliklər sisteminin yeganə həlli olsun.

Sistemin bərabərsizliklərini aşağıdakı kimi yazaq:

$$\begin{cases} (x+1)^2+(y+4)^2\leq p^2 \\ (x-4)^2+(y-8)^2\geq(3p+4)^2 \end{cases}$$

$p=0$ olduqda sistem

$$\begin{cases} (x+1)^2+(y+4)^2\leq 0 \\ (x-4)^2+(y-8)^2\geq 4^2 \end{cases}$$

şəklinə düşər və onun yeganə $A(-1;-4)$ həlli vardır.

$p \neq 0$ olduqda sistemin birinci bərabərsizliyi $|p|$ radiuslu və $A(-1;-4)$ mərkəzli dairəni, ikinci bərabərsizliyi isə $|3p+4|$ radiuslu və $B(4;8)$ mərkəzli çəvrə və onun xarici oblastını ifadə edir.

$$AB = \sqrt{(4+1)^2 + (4+8)^2} = 13.$$

Sistemin yeganə həlli o zaman olar ki, A mərkəzli dairə B mərkəzli dairənin daxilində yerləşsin və ona toxunsun. Onda onların toxunma nöqtəsinin koordinatları sistemin yeganə həllini verir. Bu o halda mümkündür ki,

$$|3p+4| - |p| = 13$$

olsun. Tənliyi həll etsək $p = -\frac{17}{2}$ və $p = \frac{9}{2}$ qiymətlərini taparıq. Beləliklə, $-\frac{17}{2}; 0; \frac{9}{2}$ qiymətlərində bərabərsizliklər sisteminin yeganə həlli vardır.

Ədəbiyyat

1. Əliyev S.C., Namazov F.M., Tahirov B.Ö. Elementar riyaziyyat. Bakı: Ləman nəşriyyatı, 2017, 560 s.
2. Namazov F.M. Məktəb riyaziyyat kursunda tənliklərin həlli üsulları. Bakı: Nur, 2008, 543 s.

HƏNDƏSƏ MƏSƏLƏLƏRİNİN HƏLLİ PROSESİNDƏ ÇERTYOJLARIN QURULMASI METODİKASI

Əliyev Səməd Cahangir oğlu, Namazov Faiq Mirzəli oğlu, Əliyeva Sara Güloğlan qızı

Baki Dövlət Universiteti

samed59@bk.ru

Həndəsə məsələlərinin həlli prosesində çertyoj çox mühyüm rol oynayır. Çertyojlardan yeni anlayışların izahı zamanı illüstrativ material kimi istifadə edilir, həmçinin onlar istənilən həndəsə məsələsinin həllində vizual dəstək verir (istənilən həndəsə məsələsinin həlli çertyojun qurulması ilə başlayır). Çertyojların qurulması şagirdlərin fəza təsəvvürlərini və məntiqi təfəkkürlərini inkişaf etdirir [1].

Pedaqoji təcrübə göstərir ki, bəzi şagirdlər həndəsə məsələlərinin həllərinin öhdəsindən ona görə gələ bilmirlər ki, çertyoju necə yerinə yetirməyi və məsələnin həllinə necə yanaşmağı bacarmırlar. Məsələnin çertyojunun qurulması prosesində faydalı olacaq bəzi müddəaları vurqulayaq.

1. Çertyojun (şəklin) ölçüsü kifayət qədər böyük olmalıdır.

Bu heç də o demək deyil ki, çertyoju rəsm alətlərinin köməyi ilə qurmaq lazımdır, müəyyən vərdişlərdən sonra çertyoj əllə yerinə yetirilə bilər.

2. Çertyoj lakonik olmalıdır.

Həndəsi fiqurların yalnız "işlək" hissələri təsvir edilməlidir. Məsələn, əgər üçbucağın hər üç təpə nöqtəsindən çəkilmiş hündürlüklərlə tənbölənlər arasındakı bucaqların cəmini tapmaq tələb olunursa, üçbucağın bir təpə nöqtəsindən hündürlük və tənbölən çəkərək onlar arasındakı bucağı tapmaq kifayətdir (digərləri analogiya ilə tapılır); əgər məsələnin şərtlərində çevrənin nöqtələrindən bəhs edilirsə, onda çevrəni təsvir etmək faydalı olar.

3. Məsələnin həllinin başlanğıc mərhələsində çertyojun qurulması ilə bağlı problemlərin qurtardığını düşünmək olmaz. Kifayət qədər məsələ vardır ki, onların həlli prosesində ardıcıl olaraq baxılan konfiqurasiyanın xüsusiyyətlərini aydınlaşdırmaq, uyğun şəkildə çertyoju tamamlamaq və dəyişdirmək lazımdır.

4. Bəzən bir məsələnin həllində iki çertyojun qurulması zərurəti yaranır: biri düzgün, digəri isə düzgün olmayan.

5. Əgər məsələdə ümumi şəkildəki fiqurlardan bəhs edilirsə (məsələn, ixtiyari üçbucaqdan və ya dördbucaqlıdan), onda çəkilən çertyoj müəyyən xarakterik xassələrə malik olmamalıdır, xüsusi halda üçbucaq düzbucaqlı üçbucaq, bərabəryanlı üçbucaq, bərabərtərəfli üçbucaq kimi çəkilməməlidir, dördbucaqlı isə paraleloqram kimi və s.

6. Müəyyən həndəsi fiqur üçün qoyulmuş məsələni, bəzən bu fiqurun xüsusi hallarının hər birində baxmaq əlverişli olur. Məsələn, əgər məsələ üçbucaq üçün qoyulmuşsa, onda məsələyə itibucaqlı, düzbucaqlı və korbucaqlı üçbucaqlarda baxmaq da olar.

7. Çertyojun həddindən artıq mürəkkəbləşdirilməsindən çəkinmək lazımdır.

8. Məsələdə verilənlər və həll prosesində tapılan xətti kəmiyyətlər dərhal çertyoja qeyd edilməlidir.

9. Planimetriya məsələlərinin çertyojlarında düz bucaq düz bucaq kimi çəkilməlidir, məsələnin şərtindəki kəmiyyətlərlərin nisbətinə diqqət edilməlidir ki, bu məsələnin həllinə kömək edən həndəsi fiqurun xassələrini görməyə kömək edə bilər.

10. Dərsdə fəza fiqurlarının müstəvi üzərində qurulmasına xüsusi diqqət yetirmək lazımdır. Şagirdlər belə şəkilləri başa düşməkdə çətinlik çəkirlər, çünki bu çertyojlarda bucaqların ölçüləri, parçaların uzunluqları və s. təhrif oluna bilər.

Həndəsə təlimində praktika onu göstərir ki, bir qrup şagird çertyojun qurulmasına əhəmiyyət vermirlər, ya da çəkilmiş çertyoj üzərində bütün hesablamaları apararaq, çertyojun rolunu çox şişirirlər və çertyojdakı görünən münasibətlər haqqında nəticə çıxarırlar, çıxardıqları nəticələri elmi şəkildə ciddi əsaslandırılmırlar [2]. Həndəsə fənnini tədris edən hər bir müəllimin vəzifələrindən biri bu nöqsanların qarşısını almaqdır.

Ədəbiyyat

1. Зыкова И.Г. Алгоритмический подход к решению геометрических задач. Просвещение, 1989, 270 с.
2. Иванов С.И. Поиски решения задач. Наука, 1999, 347.

RİYAZİYYAT TƏLİMİNDƏ AXTARIŞ-TƏDQİQAT XARAKTERLİ MƏSƏLƏLƏRİN ROLU

Əliyev Səməd Cahangir oğlu, Namazov Faiq Mirzəli oğlu, Səmədova Pərvanə İlham qızı

Bakı Dövlət Universiteti

samed59@bk.ru

Adətən, təklif olunan riyazi məsələlərin çoxunda məqsəd aydın şəkildə göstərilir: tələb olunanın hesablanması, və ya qurulması, və ya isbatı. Riyaziyyata maraq göstərən şagirdlərlə iş zamanı riyazi məsələlərin belə dar çərçivədə ifadə edilməsi şagirdlərin yaradıcı aktivliyini və fəaliyyət müstəqilliyini məhdudlaşdırır. Təcrübə onu göstərir ki, şagirdlərə sinifdənxaric məşğələlərdə standart tipli məsələlərlə yanaşı axtarış-tədqiqat xarakterli məsələlərin də təklif edilməsi məqsədəuyğundur [1]. Aydındır ki, belə məsələlərlə iş zamanı şagirdlərin aldıqları nəticələr əhəmiyyətli dərəcədə fərqli ola bilər.

Son illər riyaziyyat müsabiqələrində sistematik olaraq müəyyən ümumi problemin tərkib hissələri məsələlər seriyası kimi təklif olunur [2]. Belə məsələlərin həlli zamanı şagirdlər tədqiqat bacarıqlarını daha da dərinləşdirirlər. Təbii ki, ilk başlarda şagirdlərə təklif olunan məsələlər kifayət qədər sadə olmalıdır. Məsələn, yeddinci sinifdə ədədi bərabərsizliklərin xassələri tədris edildikdən sonra riyaziyyat dərnəyində şagirdlərə belə bir məsələ təklif oluna bilər:

Məsələ 1. Müsbət kəsrin surət və məxrəcinə əlavə edilmiş eyni bir natural ədədin onu necə dəyişdiyini tədqiq etməli.

Şagirdlərin əksəriyyəti konkret kəsrlər üzərində müəyyən əməliyyatlar apardıqdan sonra ümumi nəticəyə gəlirlər. Amma, xüsusi hallardan bu şəkildə ümumi nəticə çıxarmaq səhv ola bilər. Tədricən şagirdlər ümumi isbatın zəruriliyinə inanmağa başlayırlar. Bu işin ən maraqlı hissəsi həllin kollektiv şəkildə müzakirəsindən ibarətdir. Aşağıda məsələnin qısa həllini verək.

Tutaq ki, a,b,c natural ədədlərdir. Kəsrlərin fərqinə baxaq:

$$\frac{a+c}{b+c}-\frac{a}{b}=\frac{ab+bc-ab-ac}{b(b+c)}=\frac{c(b-a)}{b(b+c)}.$$

$b>a$ olduqda bu fərq müsbətdir və $b<a$ olduqda isə mənfidir. Buna görə ümumi nəticə belə ifadə edilə bilər: düzgün kəsrin surət və məxrəcinə eyni bir natural ədəd əlavə edildikdə kəsr artır, düzgün olmayan kəsrin surət və məxrəcinə eyni bir natural ədəd əlavə edildikdə isə kəsr azalır.

Bəzi hallarda şagirdlərin tələb olunan tədqiqatları aparmaqları ilə yanaşı, bu tədqiqatların əsasında müstəqil olaraq belə məsələlər tərtib etmələri məqsədəuyğundur. Deyiləni aşağıdakı məsələ ilə şərh edək.

Məsələ 2. Ardıcıl iki natural ədədin hasilinin müəyyən xassələrini tədqiq etməli və bu xassələrə əsasən məsələlər tərtib etməli.

Belə məsələlərin həlli təcrübəsi qazanılana qədər şagirdlərə istiqamətverici suallar verməklə kömək etmək lazımdır. Bu halda, məsələn, belə bir sual yönəltmək olar: ardıcıl iki natural ədədin hasili hansı rəqəmlə qurtara bilər? Suala cavab vermək üçün istənilən natural ədədi $n=10k+r$ şəklində yazaraq

$$10k(10k+1),\ \ (10k+1)(10k+2),\ \ (10k+2)(10k+3),\ \ \dots,$$
$$(10k+8)(10k+9),\ \ (10k+9)(10k+10)$$

hasillərinə baxaq, burada $k \in N_0$, $r = 0,1,2,\dots,9$ və k ilə r eyni zamanda sıfıra bərabər deyillər. Asanlıqla yoxlamaq olar ki, ardıcıl iki natural ədədin hasili 0,2,6 rəqəmlərindən biri ilə qurtarır.

Ardıcıl iki natural ədədin hasılının başqa bir xassəsini də isbat edək.

Məlumdur ki, ardıcıl iki natural ədəddən yalnız biri 3-ə bölünə bilər, ya da hər ikisi də 3-ə bölünməz. İkinci halda $n(n+1)$ hasilini $(3k+1)(3k+2)$ şəklində yazmaq olar, buradan

$$(3k+1)(3k+2) = 9k^2 + 9k + 2 = 9k(k+1) + 2 \qquad (k \in N_0)$$

alarıq, yəni baxılan ədədin $9-a$ bölünməsindən alınan qalıq 2-dir. Beləliklə, ardıcıl iki natural ədədin hasili ya 3-ə bölünür (əgər vuruqlardan biri 3-ə bölünürsə), ya da 9-a böldükdə qalıq 2 olur (əgər vuruqların ikisi də 3-ə bölünmürsə).

Göstərilən xassələrdən bir sıra məsələlər tərtib etmək olar. Məsələn, $n(n+1)$ şəklindəki ədədlər 0,2,6 rəqəmlərindən biri ilə qurtardığı üçün, deyə bilərik ki, n^2+n+1 şəklindəki ədədlər həmişə 1,3,7 ədədlərindən biri ilə qurtaracaqdır, yəni bu ədədlər 5-ə bölünmürlər. Beləliklə, aşağıdakı məsələni almış olduq:

Məsələ 3. İsbat etməli ki, istənilən n natural ədədi üçün n^2+n+1 ədədi 5-ə bölünmür.

Burada ümumi məsələnin həlli yeni məsələnin şərtlərinin meydana gəlməsinə səbəb oldu. Bu üsul məsələlərin tərtib olunmasında çox istifadə edilir. Olimpiada məsələlərinin bəziləri bu üsulla hazırlanmışdır.

Yuxarıda göstərilən xassəyə əsaslanaraq bir məsələni də qeyd edək.

Məsələ 4. İsbat etməli ki, 13579148 ədədinin rəqəmlərinin yerlərini dəyişdirməklə alınan ədədlərin hər biri ardıcıl iki natural ədədin hasili kimi göstərilə bilməz.

Ardıcıl iki natural ədədin hasilinin yalnız 0,2,6 ilə qurtardığını bilən hər bir şagird üçün bu məsələnin həlli aydındır, belə ki, verilmiş ədədin rəqəmləri arasında məhz 0,2,6 rəqəmləri yoxdur. Amma, bu xassəni bilməyənlər üçün məsələnin həlli heç də asan deyildir.

Ədəbiyyat

1. Əliyev S.C., Namazov F.M., Tahirov B.Ö. Elementar riyaziyyat. Bakı: Ləman nəşriyyatı, 2017, 560 s.
2. Kərimov N., Quliyev Ə., Mirzəyev V. Beynəlxalq riyaziyyat olimpiadaları, Bakı Universiteti nəşriyyatı, Bakı,1998, 262 s.

İKİ KRİTERİYALI XƏTTİ PROQRAMLAŞMANIN KONUSA GÖRƏ OPTİMAL VARİANTLARININ QURULMASININ BİR YOLU

Əliyev Ziya Xudamirzə oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

ziyaeliyev2001@mail.ru

Məsələnin qoyuluşu:

$$Ax = b,\ x \ge 0,\ y_1 = \langle c^1, x \rangle \to \max.,\ y_2 = \langle c^2, x \rangle \to \max. \qquad (1)$$

kimi iki kriteriyalı məsələ verilir. Burada $A-(n \times m)$ matrisdir, $x, b, c^1, c^2 \in E_m$. (1)-in

$$Y = \left\{ (y_1, y_2) \,\middle|\, y_1 = \langle c^1, x \rangle,\ y_2 = \langle c^2, x \rangle,\ x \in X \right\}$$

qiymətləndirmələr çoxluğuna baxaq. $Y \subset E_2$. E_2-də $a = (a_1, a_2)$, $d = (d_1, d_2)$ doğuranlarına görə qurulmuş

$$\Lambda = \left\{ y \in E_2 \mid y = \alpha_1 a + \alpha_2 d,\ \alpha_1 \ge 0,\ \alpha_2 \ge 0 \right\}$$

konusuna baxaq.

$y^1, y^2 \in Y,\ \lambda^0 \in \Lambda$. $y^1 = y^2 + \lambda^0$ olduqda deyirlər ki, y^2-ni y^1 Λ-ə görə üstələyir. İşdə məqsəd Y-in Λ-ə görə üstələnməyən variantlar çoxluğunu qurmaqdır. Y-in məhdud olduğunu fərz edəcəyik. Onda Y-in Λ qabarıq olduğunu və onun sərhəddinin bir hissəsinin Λ optimal nöqtələrdən təşkil olunduğunu deyə bilərik. Bu hissəni Y^Λ kimi işarə edək. $X^\Lambda = \left\{ x \in X \,\middle|\, \left(\langle c^1, x \rangle, \langle c^2, x \rangle \right) \subset Y^\Lambda \right\}$ çoxluğu Λ optimal həllər çoxluğudur. Təqdim olunan işdə Λ – optimal həllər və qiymətləndirmələr çoxluqlarının [1]-dəki kimi effektiv yolla qurulmasının mümkünlüyü göstərilmişdir.

$$B = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ d_1 & d_2 \end{pmatrix},\ \alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} c_1^1 & \cdots & c_m^1 \\ c_1^2 & \cdots & c_m^2 \end{pmatrix},\ x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}$$

kimi işarələmələrin köməyi ilə y^1, y^2 variantlar arasında üstələməni $y^1 = y^2 + B\alpha,\ \alpha \ge 0,\ \alpha \ne 0$ kimi də yaza bilərik. Buradan alırıq: $B^{-1}y^1 = B^{-1}y^2 + \alpha,\ \alpha \ge 0,\ \alpha \ne 0$ və ya $B^{-1}Cx^1 = B^{-1}Cx^2 + \alpha,\ \alpha \ge 0,\ \alpha \ne 0$. $\overline{c^1}$ və $\overline{c^2}$ ilə uyğun olaraq, $B^{-1}C$ matrisinin birinci və ikinci sətrlərini göstəririk. $\overline{c^1}$ və $\overline{c^2}$-lərin köməyi ilə (1) məsələsini ona ekvivalent olan aşağıdakı kimi də yaza bilərik:

$$Ax = b,\ x \ge 0,\ \overline{c^1}x \to \max.,\ \overline{c^2}x \to \max. \qquad (2)$$

(2) məsələsinin Paretoya görə effektiv variantlarının çoxluğu (1) məsələsinin verilmiş konusa görə optimal variantları çoxluğu ilə eyni çoxluq olacaqdır. (2)-nin Paretoya görə effektiv variantlarının qurulmasını [1]-dəki alqoritmlə icra edə bilərik. (1) məsələsinin (2) məsələsinə gətirilməsi xüsusi həll üsullarının (bax. [2]) [1]-dəki alqoritmin köməyi ilə icrasına imkan yaradır.

Ədəbiyyat

1. Hamidov R.H., Construction pareto bound for multiobjective problems, Izvestia ANA, Ser. Fiz. Math. Nauk, No.3-4, 1999, pp.37-43.

2. Мееров М.В., Исследование и оптимизация многопараметрических систем, М., Наука, 1986, 235с.

KONSTRUKTİV TƏLİMİN TARİXİ VƏ ƏHƏMİYYƏTİ

Əliyeva Könül Həmid qızı, Əliyeva Ülviyyə Sanqan qızı
Sumqayıt Dövlət Universiteti
rkeliyeva78@gmail.com

Müasir təhsildə Amerika və inkişaf etmiş Avropa ölkələrinin yaradıcı öyrənməyə əsaslanan pedaqoji texnologiyalarının xüsusi rolu vardır. Yeni pedaqoji texnologiyalar, İKT–nin inkişafı, informasiya cəmiyyətinin formalaşması zamanla tədrisin forma və məzmununu dəyişir. Təhsil genişlənərək bəşəri xarakter alır və dünya evində yeni təhsil sistemi yaradır. Bu sistemdə yer tutmaq üçün ölkəmizdə təhsil islahatları aparılır. İslahatların əsas məqsədlərindən biri ənənəvi yaddaş məktəbini təfəkkür məktəbinə çevir-məkdir. Təfəkkürə əsaslanan pedaqoji texnologiyalardan biri konstruktiv təlimdir. Konstruktiv təlimin əsasında konstruktivizm nəzəriyyəsi durur (Konstruktivizm - konstruktor sözündən götürülüb. "Yaradıcı öyrənmə" deməkdir. Konstruktiv təlim böyük Azərbaycan filosofu və alimi N.Tusinin pedaqoji traktına, İsveç alimi jan Piajenin "İdrakın inkişafı" konsepsiyasına və Amerika alimi Spenser Kaqanın kooperativ təliminə əsaslanır. N.Tusinin "Əxlaqi- Nasiri"n-də hər bir insanın əxlaqının saflaşması, onun nəfsinin, xasiyyətinin milli və sivil qaydalara uyğun inkişaf etməsi əsasları götürülür. Konstruktiv təlim prosesində tərbiyənin inkişafı ön plana çəkilir və davranış özü daxili görümün, daxili biliyin xarici görünüşü kimi qəbul olunur. J.Piajenin idrakın inkişaf nəzəriyyəsində fərdin və ya şagird idrakının, təfəkkürünün inkişafı, anadan olandan yetkinlik çağınadək üç səviyyədən keçərək formal əməliyyat quruluşunda olur və bu proses insan ömrünün axırınadək inkişaf edir. Bu fikir Məhəmməd peyğəmbərin (s.ə.s.) beşikdən qəbrə kimi öyrənmək kəlamı ilə üst-üstü düşür. Amerikalı alim Spenser Kaqanın yaratdığı 100-dən çox fəaliyyət strukturlarında işləyən şagird və fərdin inkişafı sosial mühitdən, qarşılıqlı əlaqədən və bu inkişafa təkan verən müəllimin seçdiyi fəaliyyət strukturundan asılıdır. Başqa sözlə desək, sosial-mədəni biliklərin ötürülməsində, şagird və ya fərdin inkişafında sosial şəraitin, yəni ətraf mühitin böyük rolu vardır. XXI əsr- idrak əsri, şəxsiyyətin fərdiyyətçiliyi və texnologiyalar əsridir. İnformasiya əsri insanı öz məlumatlar axını ilə hər tərəfdən əhatə edir, ona təzyiq edir. Yalnız yaddaş qabiliyyətilə- aktiv, passiv yaddasaxlama ilə bunun öhdəsindən gəlmək isə çox çətindir. Hər şeyin, o cümlədən yaddaşın da həddi var. Müasir məktəb biliklərin yadda saxlanılması mövqeyindən çətinliklə uzaqlaşır, ona görə ki, didaktikanın təklif etdiyi hər şey XIX – XX əsrlərin öyrətmə üsullarının davamı, təkmilləşdirilməsi, şəkildəyişməsidir.

Konstruktiv təlim şagird təfəkkürünün yardımı ilə qazanılmış, qazanılmaqda olan və qazanılacaq yeni biliklərin bütövlüyü deməkdir. Konstruktiv təlim fəlsəfəsi amerikalı alim Cerom Brunerin konstruktivizm fəlsəfəsi ilə səsləşir. Qeyd etmək lazımdır ki, C. Brunerin konstruktivizm təlimində fərd öz şəxsi dərkinin nəticəsini, cəmiyyətin əvvəlcədən əldə etdiyi təcrübələrlə əlaqələndirməyə və əsaslandırmağa çalışaraq yeni bilik qazanır.Bünyatovanın konstruktiv təlim fəlsəfəsi həm də Şərq-Qərb təlim sisteminin sintezində ehtiva olunur. Bu təlim fəlsəfəsi hissədən tama, yaxud da tamdan hissəyə çıxmağa, şagirdlərin əldə olunmuş bilikləri ilə yeni qazanılacaq biliklərin birləşməsinə, qovuşmasına əsaslanır. Bu da öz növbəsində şagird biliyinin tamlıq sxemini yaradır. Təfəkkür əməliyyatları üzərində qurulan məntiqi bilik strukturları ilə təmasda olan hər bir şagird idrakı verilən biliklə qarşılıqlı əlaqəyə girərək, öz strukturlarının məntiqi əsaslarını qurur. Məntiqi düşüncəyə sahib olan hər bir şagird düzgün düşünməyə, əsaslı nəticəyə gəlməyə, bir nəticədən o biri nəticəyə çıxma vərdişinə yiyələnmiş olurlar.

Mahiyyətcə konstruktiv təlim şagirdi özünü inkişaf yoluna salır, ona təlimdən və sosial mühitdən qazandığı bilikləri öyrəndiyi və öyrənəcəyi biliklərlə birləşdirməyə, əsaslandırmağa və özü üçün yeni, yüksək formalı bilik qazanmağa şərait yaradır. Çağdaş dünyamızda hər bir fərdin yaradıcı olması, öz bacarığından çıxış edərək yeni fikir, yeni ideya yaradıb, onu həyata tətbiq etməyi önəmli, dəyərli bir bacarıqdır.

Deməli, konstruktiv təlim yaradıcı, səciyyəli əməliyyat təlimidir.Bu təlimdə şagirdlər öz daxili duyğu və idrak səviyyələrindən çıxış etməklə, bilikləri üzərində apardıqları məntiqi əməliyyat nəticəsində yeni bilik qazanaraq yaradıcı olurlar.Həmin yaradıcılıq həm fərdi, həm də kooperativ (yəni birgə fəaliyyət) xarakteri daşıyır. Yəni bu yaradıcılıq uşağın-şagirdin fərdi, yaxud qrup halındakı işindən, fəaliyyətindən asılıdır.

Konstruktiv təlim hər bir şagirdin bir şəxsiyyət kimi, bir vətəndaş kimi özünü dərk edərək, əxlaqını saflaşdıraraq böyüməsinə xidmət edir.. Şagirdin xarici davranışı daxili görümün əksi olduğu üçün müəllim bu davranışı milli mənəviyyat və sivil qaydalar üzrə qurmalıdır. Müəllimin proyektləşdirdiyi hər bir dərsdə ən birinci məqsəd şagirdin tərbiyəsinin, mənəviyyatının saflaşdırılmasına xidmət etməkdir. Bu işdə müəllimə böyük mütəfəkkir filosof Nəsirəddin Tusinin "Əxlaqi-Nasiri" əsərində şərhini verdiyi əxlaqın saflaşdırma yolları kömək edir. Digər tərəfdən də, şagirdin öz daxili qüvvəsindən çıxış edərək, özü inkişafa, özü dərketməyə, özü bilik qazanmağa sövq etməkdir. Bu məqsədə çatmaq üçün konstruktiv təlim üsulu ilə dərs keçən hər bir müəllim konstruktiv təlimin prinsiplərinə riayət edərək dərsi inkişaf etdirici, düşündürücü xətdə qurmalıdır. Müəllim şagirdlərin qarşısına qoyduğu məsələnin bütün cavablarını qəbul edib ümumiləşdirərək onları yeni bir sualla keyfiyyətcə yüksək bir anlayış tərzinə gətirir. Şagirdlər yeni yaranan öz təfəkkür tərzlərini keçmiş səviyyə ilə əlaqələndirərək daha da yüksək təfəkkür səviyyəsinə keçid edirlər.

Konstruktiv təlim – yaradıcı, operasional təlimdir. Onun məqsədi biliklərin anlaşılması və dərk edilməsi üçün onların konstruktiv dəyişilməsindən ibarətdir.

Konstruktiv təlim – şagirdlərin kooperasiyada təfəkkürün dərk etmə fəaliyyətinin köməyilə əldə edilmiş, indi və gələcəkdə əldə edilən (qazanılan) biliklərin vəhdətidir. Təhsil sistemində konstruktiv öyrətmə Amerika alimləri Devey və C. Brunerin, italyan madam Montessori, isveçli Piaje və rus psixoloqu Vıqotskinin nəzəri və praktik əsərlərindən başlanmışdır. Təklif edilən konstruktiv təlimin fəlsəfəsi yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi İsveç alimi J. Piaje ilə çiyin — çiyin tədqiqatlar aparan C. Brunerin pedaqogika və psixologiya fəlsəfəsi ilə asossiasiya edilir. Bu təhsilin fəlsəfəsi – Şərq və Qərb təhsil fəlsəfəsinin sintezidir. (Bütövlükdən xüsusiyə, yaxud xüsusilikdən bütövlüyə çıxış). Təklif edilən konstruktiv təlimin əsas mənbələri XIV əsr Azərbaycan filosofu,riyaziyyatçısı Nəsirəddin Tusinin «Əxlaqi-Nasiri» fəlsəfi pedaqoji traktatı, J.Piaje psixoloji məktəbi və Amerikalı psixoloq S.Kaqanın kooperativ fəaliyyət strukturlarıdır. Bu əsaslar dünya şöhrətli alim Lütfi-zadəni qeyri-səlist məntiqi ilə möhkəmlənərək yeni çalarlar və görümlər yaratmışdı. Keçən əsrin 80-ci illərinin axırında orta məktəbdə müəllim-şagird, şagird-şagird qarşılıqlı əməkdaşlığından yaranan bu təlim prosesi tədricən pedaqoji və psixoloji elmində öz mənbələrini taparaq, konstruktiv təlim kimi pedaqoji mühitdə inkişaf edib, bir çox müəllimlər tərəfindən təlim prosesinə tətbiq olunaraq özünə məxsus yer tutur. Bu yerin aliliyi ondan ibarətdir ki, əgər bəşər övladı ömrünün axırınadək kamilliyə can atırsa,bu pedaqoji məkanda ona kamilliyə çatmaq üçün yol göstərirlər,bu yolda hər bir addımın necə atılması öyrədilir. Konstruktiv təlimin başqa təlimlərdən fərqi burada insan, fərd, şagird amilinin aliliyidir. Vıqotskinin inkişafetdirici təlimi əsasən pedaqoji prosesdə şagirdin inkişafını nəzərdə tutur və yaxud inkişaf ancaq pedaqoji prosesdə gedir. Bu da ondan irəli gəlir ki, müəllim şagirdin sosial mühitdə qazandığı, əldə etdiyi biliyi nəzərə almır. Dərs proqramından asılı olan müəllim şagirdin irəliləyişinə, proqramdan qabaq düşməsinə nə şərait yarada bilir, nə də ki, proqramın quruluş strukturu buna imkan verir. Konstruktiv təlimdə didaktik bilik strukturları üfiqi şəkildə tamlıq çərçivəsində və yaxud tamlıq sxemində qurulduğu üçün şagird müəllimin məntiqi keçdiklərinə əsaslanaraq öz inkişafından və daxili enerjisindən asılı olaraq özünə bilik qazanmaq üçün şərait tapır.

SONSUZ DİFERENSİALLANAN FUNKSİYALAR FƏZASINDA İNTEQRAL OPERATORUN KOMPAKTLIĞI HAQQINDA

Əsədov Tofiq Babulla oğlu, Qumaşova Nuranə Hafiz qızı
Bakı Dövlət Universiteti
nurane.qumasova@gmail.com

Tutaq ki, kompleks müstəvinin vahid çevrəsində (Γ) təyin olunmuş, H Hilbert fəzasında qiymətlər alan bütün vektor funksiyalardan ibarət fəzanı $C_H^\infty(\Gamma)$ ilə işarə edək. Bu fəzada norma

$$\|\varphi\|_n = \sum_{k=0}^{n} \max\left\|\varphi^{(k)}(t)\right\|_H, \qquad n \ge 0 \tag{1}$$

kimidir. H Hilbert fəzasında verilmiş xətti (kompakt) operatorlar fəzasını $L(H)$ ilə işarə edək. Tutaq ki, $k(t,\tau)$ funksiyası sonsuz diferensiallanan iki dəyişənli funksiyadır. $C_H^\infty(\Gamma)$ fəzasından olan aşağıdakı operatora baxaq.

$$(K\varphi)(t) = \int_{\Gamma} k(t,\tau)\varphi(\tau)d\tau \tag{2}$$

Aydındır ki, $C_H^{\infty}(\Gamma)$ fəzasının $n-$ci normaya nəzərən tamamlanması, Γ-də $n-$ci tərtib də daxil olmaqla kəsilməz törəmələri olan $C_H^{(n)}(\Gamma)$ fəzasıdır. H Hilbert fəzası sonlu olduqda $C_H^{(n+1)}(\Gamma) \subset C_H^{(n)}(\Gamma)$. $C_H^{\infty}(\Gamma)$ fəzasında istənilən məhdud çoxluq nisbi kompaktdır.

Göstərmək olar ki, H Hilbert fəzası sonsuz olduqda da K operatoru kompaktdır.

Tutaq ki, X fəzasında aşağıdakı bərabərsizliyi ödəyən cüt-cüt uzlaşdırılmış hesabi normalar sistemi verilmişdir.

$$\|x\|_0 \le \|x\|_1 \le \|x\|_2 \le \ldots \le \|x\|_n \le \ldots \tag{3}$$

Qeyd edək ki, əgər X xətti fəzasının elementlərindən düzələn hər bir ardıcıllıq X xətti fəzasında verilmiş $\|\cdot\|_1$ və $\|\cdot\|_2$ normalarının hər ikisinə nəzərən fundamentaldırsa və onlardan hər hansı birinə nəzərən sıfra yığılmasından digərinə nəzərən də sıfra yığılması alınırsa, onda bu normalar uzlaşmış hesab olunurlar. Eyni zamanda onu da qeyd edək ki, X xətti fəzası yalnız və yalnız $X = \bigcap_{n=1}^{\infty} X_n$ olduqda doludur və bu halda X fəzasına hesabi normalı fəza deyilir.

(1) normasına nəzərən X xətti fəzasının tamamlanması Banax fəzasıdır və onu X_n ilə işarə edək. H Hilbert fəzası sonsuz olduqda K operatorunun kompakt olduğunu göstərmək üçün əvvəlcə bizə lazım olan aşağıdakı lemmanı verək.

Lemma. Tutaq ki, X (3) normalar sistemi ilə hesabi normalı fəzası və onun (1) normasına nəzərən tamamlanması olan X_n Banax fəzası verilmişdir. Tutaq ki, $T: X_0 \to X_n$ xətti kompakt operatordur. Onda T operatorunun X xətti fəzasına daralması X-də kompakt operatordur.

Bu lemmadan istifadə edərək aşağıdakı teoremi isbat etmək olar.

Teorem. Tutaq ki, $k(t,\tau)$ operator-funksiyası $L(X)$ xətti fəzasında sonsuz diferensiallanan operator funksiyadır. Onda $C_H^{\infty}(\Gamma)$ fəzasında (2) münasibəti ilə müəyyən olunan K operatoru kompaktdır.

Ədəbiyyat

1. Антоневич, А.Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения : учебник / А.Б. Антоневич, Я.В. Радыно. 2-е изд., перераб. и доп. Минск : БГУ, 2006. 430 с.
3. Колмогоров, А.Н, Фомин, С.В. Элементы теории функций и функционального анализа :учебник / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. 4-е изд., перераб. М., :Наука, 1976. 544 с.
4. Березанский, Ю.М. Функциональный анализ. Курс лекций : учеб. пособие / Ю.М. Березанский, Г.Ф. Ус, З.Г. Шефтель. К., :Выща шк., 1990. 600 с.
5. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.:Наука, 1966. 544 с.

YÜKLƏNMİŞ İSTİLİKKEÇİRMƏ TƏNLİYİ ÜÇÜN İNTEQRAL ŞƏRTLİ BİR MƏSƏLƏNİN TƏDQİQİ

Əzizova Səbinə Rafail qızı
Bakı Dövlət Universiteti
sabinaazizova2000@mail.ru

Yüklənmiş istilikkeçirmə tənliyi üçün aşağıdakı məsələyə baxaq:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + bu(x,t) + b_1 u(x,\bar{t}_1) + b_2 u(x,\bar{t}_2) + f(x,t),\ 0 < x < l,\ 0 < t \le T \quad (1)$$

tənliyinin

$$\int_0^l c_1(x) u(x,t) dx = \mu_1(t),\ \int_0^l c_2(x) u(x,t) dx = \mu_2(t),\ 0 \le t \le T \quad (2)$$

inteqral şərtlərini və

$$u(x,0) = \phi(x),\ 0 \le x \le l \quad (3)$$

başlanğıc şərtini ödəyən həllini tapmalı.

Burada $a > 0, b, b_1, b_2$-həqiqi ədədlər, $\bar{t}_1, \bar{t}_2 \in (0,T),\ f(x,t), \mu_1(t), \mu_2(t)$ və $\phi(x)-$öz arqumentlərinin məlum kəsilməz funksiyalarıdır.Fərz olunur ki, $c_1(x)$ və $c_2(x)$ funksiyaları aşağıdakı diferensial tənlikləri ödəyir:

$$\begin{cases} c_1''(x) = a_1 c_1(x), \\ c_2''(x) = a_2 c_2(x). \end{cases} \quad (4)$$

Burada $a_1, a_2 -$ ixtiyari həqiqi ədədlərdir.

(2)-dəki birinci inteqral şərtin hər iki tərəfini $t-$yə nəzərən diferensiallayaq:

$$\int_0^l c_1(x) \frac{\partial u}{\partial t} dx = \mu_1'(t).$$

Bu inteqralda $\frac{\partial u}{\partial t}$ törəməsini (1) tənliyinin sağ tərəfi ilə əvəz etsək,sadə çevirmələrdən sonra,aşağıdakı bərabərliyi alarıq:

$$a^2 \int_0^l c_1(x) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} dx + b\int_0^l c_1(x) u(x,t) dx + b_1 \int_0^l c_1(x) u(x,\bar{t}_1) dx + b_2 \int_0^l c_1(x) u(x,\bar{t}_2) dx + \int_0^l c_1(x) f(x,t) dx = \mu_1'(t) \quad (5)$$

Bu bərabərlikdə iştirak edən birinci inteqrala iki dəfə hissə-hissə inteqrallama düsturunu tətbiq etsək və alınmış bərabərlikdə (4)-dəki birinci şərti və sonrakı üç inteqralda (2)-dəki birinci inteqral şərtini nəzərə alsaq,sadə çevirmələrdən sonra

$$c_1(l) \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} - c_1(0) \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} - c_1'(l) u(l,t) + c_1'(0) u(0,t) = \bar{\mu}_1(t) \quad (6)$$

bərabərliyini alarıq. Burada $\bar{\mu}_1(t)$ funksiyası

$$\bar{\mu}_1(t) = \frac{1}{a^2}\left[\mu_1'(t) - b\mu_1(t) - b_1\mu_1(\bar{t}_1) - b_2\mu_1(\bar{t}_2) - \int_0^l c_1(x) f(x,t) dx\right] - a_1\mu_1(t)$$

bərabərliyi ilə təyin olunur.

Analoji qaydada ikinci inteqral şərtindən və (4)-dəki ikinci şərtdən istifadə edərək,aşağıdakı şərti alarıq:

$$c_2(l) \frac{\partial u(l,t)}{\partial x} - c_2(0) \frac{\partial u(0,t)}{\partial x} - c_2'(l) u(l,t) + c_2'(0) u(0,t) = \bar{\mu}_2(t) \quad (7)$$

$$\bar{\mu}_2(t)=\frac{1}{a^2}\left[\mu_2'(t)-b\mu_2(t)-b_1\mu_2(\bar{t}_1)-b_2\mu_2(\bar{t}_2)-\int_0^l c_2(x)f(x,t)dx\right]-a_2\mu_2(t)$$

(6) və (7) şərtlərindən, əvvəlcə $\frac{\partial u(l,t)}{\partial x}$ törəməsini,sonra isə $\frac{\partial u(0,t)}{\partial x}$ törəməsini yox etsək bu şərtləri aşağıdakı şərtlərlə əvəz edə bilərik:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u(0,t)}{\partial x}+\alpha_{11}u(0,t)+\alpha_{12}u(l,t)=\tilde{\mu}_1(t),\\ \dfrac{\partial u(l,t)}{\partial x}+\alpha_{21}u(0,t)+\alpha_{22}u(l,t)=\tilde{\mu}_2(t).\end{cases} \quad (8)$$

Bu şərtlərdə iştirak edən əmsallar və sağ tərəfdəki funksiyalar məlum ədədlər və funksiyalardır.

Beləliklə biz (1)-(4) məsələsini (1),(8),(3) məsələsinin həllinə gətirdik.

Ədəbiyyat

1. З. Ф. Ханкишиев. Решение одной задачи для линейного нагруженного дифференциального уравнения параболического типа с интегральными условиями. Вестник Бакинского Университета, серия физико - математических наук, 2021, № 4, с. 25-38.

MÜƏSSISƏDƏ AVTOMATLAŞDIRILMIŞ INFORMASIYA AXTARIŞ SISTEMININ IŞLƏNMƏSI

Fətəliyev Fuad İsmayıl oğlu

Qərbi Kaspi Universiteti

fuad.feleli2@gmail.com

Müəssisədə avtomatlaşdırılmış məlumat axtarış sistemi dedikdə, təşkilat daxilində müxtəlif mənbələrdən məlumatı səmərəli şəkildə toplamaq, təşkil etmək və təqdim etmək üçün nəzərdə tutulmuş proqram təminatı və ya sistem nəzərdə tutulur. Bu sistemlər böyük həcmdə məlumatların idarə edilməsi və işçilər, qərar qəbul edənlər və müxtəlif maraqlı tərəflər üçün müvafiq məlumatlara sürətli çıxış imkanı yaratmaq üçün çox vacibdir. Müəssisədə avtomatlaşdırılmış məlumat axtarış sistemi üçün əsas komponentlər və mülahizələr bunlardır:

İndeksləmə və Saxlama : Məlumat axtarış sistemləri adətən məlumatları təşkil etmək və saxlamaq üçün indeksləşdirmə mexanizmlərindən istifadə edir. Bu, strukturlaşdırılmış indeksin və ya məlumat kataloqunun yaradılmasını nəzərdə tutur ki, bu da xüsusi məlumatların əldə edilməsini asan və sürətli edir.

Məlumat Mənbələrinin İnteqrasiyası : Müəssisələr verilənlər bazası, sənədlər, e-poçtlar, sosial media və s. kimi müxtəlif mənbələrdən məlumatları toplayır. Effektiv sistem bu müxtəlif mənbələrdən məlumatı problemsiz şəkildə birləşdirə və əldə edə bilməlidir.

Axtarış Alqoritmləri və Axtarış Texnikaları : Alınan məlumatın dəqiqliyini və uyğunluğunu artırmaq üçün səmərəli axtarış alqoritmlərindən (məsələn, açar sözə əsaslanan, semantik axtarış, təbii dil emalı) istifadə edin.

Metadata İdarəetmə : Məlumat daxilolmalarına metadata (teqlər, açar sözlər, təsvirlər kimi) təyin etmək və idarə etmək daha dəqiq axtarışı və kateqoriyalara ayırmağı asanlaşdırır.

Təhlükəsizlik və Girişə Nəzarət : Həssas məlumatların qorunmasını təmin etmək üçün güclü təhlükəsizlik tədbirləri həyata keçirin. Giriş nəzarəti, şifrələmə və istifadəçinin autentifikasiyası mühüm komponentlərdir.

İstifadəçi İnterfeysi və İstifadəçi Təcrübəsi (UI/UX) : İstifadəçi dostu interfeys asan naviqasiya və axtarış sistemindən səmərəli istifadə üçün vacibdir. İntuitiv dizayn və funksionallıq işçilər arasında qəbul nisbətlərini yaxşılaşdırır.

Maşın Öyrənməsi və AI İnteqrasiyası : Qabaqcıl sistemlər axtarış nəticələrini davamlı olaraq təkmilləşdirmək, müvafiq məzmunu tövsiyə etmək və zamanla istifadəçi seçimlərini başa düşmək üçün maşın öyrənməsi və AI üsullarını özündə birləşdirə bilər.

Ölçeklenebilirlik və Performans : Sistem sürət və dəqiqlik baxımından optimal performansı qoruyarkən artan həcmli məlumat və istifadəçiləri idarə etmək üçün miqyaslana bilən olmalıdır.

Monitorinq və Analitika : İstifadə nümunələrini, axtarış meyllərini və sistem performansını izləmək üçün analitik alətləri birləşdirin. Bu məlumatlar sistemi optimallaşdırmağa və məlumat axtarışını yaxşılaşdırmağa kömək edə bilər.

Uyğunluq və İdarəetmə : Sistemin, xüsusən məlumatların məxfiliyi və saxlanması ilə bağlı müvafiq sənaye qaydalarına və daxili idarəetmə siyasətlərinə uyğun olmasını təmin edin.

Davamlı Təkmilləşdirmə və Yeniləmələr : Sistemi effektiv və təhlükəsiz saxlamaq üçün onu müntəzəm olaraq yeni funksiyalar, təkmilləşdirmələr və təhlükəsizlik yamaları ilə yeniləyin.

Təlim və Dəstək : Sistemin səmərəliliyini və effektivliyini artırmaq üçün istifadəçilərə adekvat təlim və dəstək verin.

Müəssisədə avtomatlaşdırılmış məlumat axtarış sisteminin tətbiqi diqqətli planlaşdırma, texnoloji mülahizələr və təşkilatın xüsusi ehtiyacları və məqsədləri ilə uyğunlaşdırılmasını nəzərdə tutur.

Ədəbiyyat

1. Manning, C. D., Raghavan, P., & Schütze, H. (2008). "Introduction to Information Retrieval." Cambridge University Press.
2. Baeza-Yates, R., & Ribeiro-Neto, B. (2011). "Modern Information Retrieval." Addison-Wesley.
3. Chowdhury, G. G. (2010). "Introduction to Modern Information Retrieval." Facet Publishing.
4. Grossman, D. A., & Frieder, O. (2004). "Information Retrieval: Algorithms and Heuristics." Springer.
5. Press, R. E., & Stalder, S. (2014). "Enterprise Information Systems: A Pattern-Based Approach." Springer.

RİMAN ÇOXOBRAZLISI ÜZƏRİNDƏ (1,1) TİPLİ TENZOR LAYLANMASININ (2,0) TİPLİ TENZOR LAYLANMASINA BİR DİFEOMORFİZMİNƏ DAİR

Fəttayev Habil Dövlət oğlu, Əliyeva Aytən Tapdıq qızı
Bakı Dövlət Universiteti
h-fattayev@mail.ru, aytanaliyeva.21@gmail.com

İ.Satonun [1] məqaləsində Riman çoxobrazlısının toxunan və kotoxunan laylanmaları arasında difeomorf uyğunluq qurulmuş və bu uyğunluğun köməyi ilə bəzi diferensial-həndəsi strukturların toxunan laylanmadakı liftlərinin kotoxunan laylanmada obrazları öyrənilmişdir (bax, həmçinin, [2]). Reper və koreper laylanmaları üçün analoji məsələyə A.Səlimovun və H.Fəttayevin [3] məqaləsində baxılmışdır.

$n-$ölçülü (M,g) Riman çoxobrazlısının (1,1) tipli $T_1^1(M)$ tenzor laylanmasına baxılır. $T_1^1(M)$ tenzor laylanmasının (2,0) tipli $T_0^2(M)$ tenzor laylanmasına $g^1 : T_1^1(M) \to T_0^2(M)$ təbii difeomorfizmi lokal koordinatların köməyi ilə

$$x^I = (x^i, x^{\bar{i}}) = (x^i, t_i^j) \to \tilde{x}^K = (\tilde{x}^k, \tilde{x}^{\bar{k}}) = (\delta_i^k x^i, t^{k_1k_2} = g^{k_1m} t_m^{k_2})$$

şəklində təyin olunur, burada $g^{jk} - g$ Riman metrik tenzorunun tərs tenzorunun komponent-ləridir. İsbat olunur ki, g^1 təbii difeomorfizminin Yakobi matrisi

$$(g_*^1) = \left(\frac{\partial \tilde{x}^K}{\partial x^I} \right) = \begin{pmatrix} \delta_i^k & 0 \\ t_m^{k_2} \partial_i g^{k_1m} & g^{k_1i} \delta_j^{k_2} \end{pmatrix}$$

strukturuna malikdir.

Müəyyən edilir ki, $\forall X \in \mathfrak{I}_0^1(M)$ vektor meydanının $T_1^1(M)$ və $T_0^2(M)$ tenzor laylanmalarına, uyğun olaraq, ${}^C X_{T_1^1}$ və ${}^C X_{T_0^2}$ tam liftləri arasında

$$g_*^1 {}^C X_{T_1^1} = {}^C X_{T_0^2} + \gamma(L_X g^{-1})$$

münasibəti vardır, burada $\gamma(L_X g) - T_0^2(M)$ tenzor laylanmasında şaquli vektor meydanıdır.

$g_*^1 {}^C X_{T_1^1}$ vektor meydanı X vektor meydanının $T_0^2(M)$ tenzor laylanmasına tam $g-$lifti adlandırılır.

Teorem. Tutaq ki, (M,g) Riman çoxobrazlısıdır, ${}^C X_{T_1^1}$ və ${}^C X_{T_0^2}$ X vektor meydanının uyğun olaraq, $T_1^1(M)$ və $T_0^2(M)$ tenzor laylanmalarına tam liftləridir. Onda $g_*^1 {}^C X_{T_1^1}$ tam $g-$liftinin ${}^C X_{T_0^2}$ tam lifti ilə üst-üstə düşməsi üçün zəruri və kafi şərt $L_X g^{-1} = 0$ bərabərliyinin ödənilməsidir.

Ədəbiyyat

1. I.Sato. Complete lifts from a manifold to its cotangent bundle. Kodai Math. Sem. Rep. 20 (1967), 458-468.

2. A.A.Salimov, R.Çakan. Problems of g-lifts. Proc. of IMM of NAS of Azerb. 43 (1) (2017), 161-170.
3. A.A. Salimov, H.D.Fattayev. On a new class of lifts in the coframe bundle. Comptes rendus de l'Acade'mie bulgare des Sciences. 71(6) (2018), 743-750.

KOREPER LAYLANMASINDA SANKİ KOMPLEKS STRUKTURLARIN BİR SİNFİ HAQQINDA

Fəttayev Habil Dövlət oğlu
Bakı Dövlət Universiteti
h-fattayev@mail.ru

$n-$ölçülü M Riman çoxobrazlısının $F^*(M)$ koreper laylanmasına baxılır. Bu laylanmada Çiger-Qromol metrikası H.Fəttayev tərəfindən təyin edilmişdir [1]. ${}^{CG}g$ Çiger-Qromol metrikası $\forall X,Y \in \Im_0^1(M), \forall \omega,\theta \in \Im_1^0(M)$ üçün aşağıdakı şərtləri ödəyir:

$${}^{CG}g({}^H X, {}^H Y) = {}^V(g(X,Y)) = g(X,Y)\circ\pi,$$

$${}^{CG}g({}^{V_\alpha}\omega, {}^H Y) = 0,$$

$${}^{CG}g({}^{V_\alpha}\omega, {}^{V_\beta}\theta) = 0,\ \alpha \neq \beta,$$

$${}^{CG}g({}^{V_\alpha}\omega, {}^{V_\alpha}\theta) = \frac{1}{1+r_\alpha^{\ 2}}(g^{-1}(\omega,\theta) + g^{-1}(\omega, X^\alpha) g^{-1}(\theta, X^\alpha)),$$

burada $r_\alpha^{\ 2} = \left|X^\alpha\right|^2 = g^{ij} X_i^\alpha X_j^\alpha$.

$F^*(M)$ koreper laylanmasında ${}^{CG}g$ Çiger-Qromol metrikasına adaptə olunmuş $J_\beta, \beta = 1,2,...,n,$ sanki kompleks strukturları $\forall X \in \Im_0^1(M), \forall \omega \in \Im_1^0(M)$ üçün aşağıdakı şərtlərin köməyi ilə təyin edilir:

$$J_\beta {}^H X = \sqrt{h_\beta}\,{}^{V_\beta}\tilde{X} - \frac{1}{\sqrt{h_\beta}+1} X^\beta(X)^{V_\beta} X^\beta,$$

$$J_\beta {}^{V_\gamma}\omega = 0,\ \beta \neq \gamma$$

$$J_\beta {}^{V_\beta}\omega = -\frac{1}{\sqrt{h_\beta}}\left({}^H\tilde{\omega} + \frac{1}{\sqrt{h_\beta}+1} g^{-1}(X^\beta, \omega)\, {}^H\tilde{X}^\beta\right),$$

burada $h_\beta = 1 + r_\beta^{\ 2}, \tilde{X} = g\circ X, \tilde{\omega} = g^{-1}\circ\omega$ işarə olunmuşdur.

Teorem 1. $(F^*(M), {}^{CG}g, J_\beta)$ üçlüyü istənilən $\beta = 1,2,...,n$ üçün sanki Ermit çoxobrazlısıdır.

Teorem 2. Hər bir $\beta = 1,2,...,n$ üçün J_β sanki kompleks strukturu onda və yalnız onda inteqrallanandır ki, $N_{J_\beta}({}^H X, {}^H Y) = 0$ bərabərliyi ödənilmiş olsun., burada N_{J_β} – Nijenhuis tenzorudur [2,s. 118] və $X,Y \in \Im_0^1(M)$.

Ədəbiyyat

1. H. Fattayev. On the differential geometry of coframe bundle with Cheeger-Gromoll metric. Int. Electr. Journ. of Geom. 15(2) (2022), 287-303.
2. K. Yano, S. Ishihara. Tangent and cotangent bundles. Marcel Dekker Inc., N.Y., 1973.
3. A. Salimov, F. Agca. Some notes concerning Cheeger-Gromoll metrics. Hacet. Journ. of Math. and Stat. 42(5) (2013), 533-549.

YAN TƏRƏFLƏRİ BƏRK BAĞLANMIŞ LÖVHƏNİN ƏYİLMƏ MƏSƏLƏSİ

Fətullayeva Laura Faiq qızı, Cəfərli Arzu Əliəskər qızı
Bakı Dövlət Universiteti
ceferliarzu2000@gmail.com

Müasir konstruksiya və maşınların layihələşdirilməsi zamanı onların deformasiyaya məruz qalmış elementlərinin əyilmə və qabarma məsələlərinin tədqiqi aktual problemlərdən biridir. Tədqim olunan işdə yan tərəfləri bərk bağlanmış lövhənin əyilmə məsələsi araşdırılmış və əyilmə funksiyası qurulmuşdur.

Müntəzəm $q = const$ intensivliyinə malik olan yükün təsiri altında olan və en kəsiyinin ölçüsü 2a olan kvadrat şəkilli lövhənin əyilməsi məsələsinə baxaq.Lövhənin orta səthinin əyilməsini $W(x, y)$ ilə işarə etsək,aydındır ki,

$$\Delta^2 W(x, y) = \frac{q}{D} \qquad \frac{q}{D} = p \tag{1}$$

Burada D-lövhənin silindrik sərtliyini xarakterizə edən kəmiyyətdir.

Müəyyənlik üçün fərz edək ki, yan tərəfləri sərt bağlanıb:

$$W|s = 0 \ ; \ \frac{\partial W}{\partial \nu}\bigg| s = 0 \tag{2}$$

(1)-(2) məsələsinin həlli, minimal funksional haqqında teorəmə əsasən, aşağıdakı kimi təyin edilmiş

$$\int_a^{-a} dx \int_a^{-a} \left\{ (\Delta W)^2 - 2pW \right\} dy \tag{3}$$

funksionalının (2) şərtini ödəyən funksiyalar sinfində minimalının tapılması məsələsinə gətirilir. [1, 2, 3]

Sonuncu məsələni Rits üsulu ilə həll edək.

Koordinat funksiyalarını aşağıdakı qaydada seçmək olar:

$$\left(x^2 - a^2\right)^2 \left(y^2 - a^2\right)^2 \left(a_1 + a_2 x^2 + a_3 y^2 + \ldots\right) \tag{4}$$

Qeyd edək ki, $W(x, y)$ funksiyası x və y dəyişənlərinə nəzərən cüt funksiya olduğundan (4)-də x və y-in tək dərəcələrini yazmırıq.

(4)-ə əsasən koordinat funksiyalarını aşağıdakı qaydada seçək:

$$\varphi_1 = \left(x^2 - a^2\right)^2 \left(y^2 - a^2\right)^2; \varphi_2 = x^2 \varphi_1 \; ; \varphi_3 = y^2 \varphi_1 \; ;$$

Aşağıdakı kimi işarələmə aparaq:

$$W \approx W_3 = a_1\varphi_1 + a_2\varphi_2 + a_3\varphi_3 \; ;$$

Rits üsulunu tətbiq etməklə, Rits sistemini tərtib edək:

$$\sum_{k=1}^{3} \left(\Delta\varphi_k ; \Delta\varphi_m\right) a_k = p\left(1; \varphi_m\right) \left(m = 1;2;3\right) \tag{5}$$

(5)-i müəyyən sadələşdirmədən sonra aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\begin{cases} \frac{18}{7} a_1 + \frac{18}{77} a^2 a_2 + \frac{18}{77} a^2 a_3 = \frac{7}{128 a^4} p \\ \frac{18}{77} a_1 + \frac{502}{1001} a^2 a_2 + \frac{2}{77} a^2 a_3 = \frac{1}{128 a^4} p \\ \frac{18}{77} a_1 + \frac{2}{77} a^2 a_2 + \frac{502}{1001} a^2 a_3 = \frac{1}{128 a^4} p \end{cases} \tag{6}$$

(6)-nı həll etsək,

$$W \approx W_3 = pa^{-4}\left(x^2 - a^2\right)^2 \left(y^2 - a^2\right)^2 \left(0{,}02067 + 0{,}0038\, a^{-2}\left(x^2 + y^2\right)\right)$$

olduğunu alarıq.

Ədəbiyyat

1. Е.А.Андреева. Вариационное исчисление и методы оптимизации.Учебное пособие для университетов / Е.А. Андреева, В.М. Цирулева. – М.: Высшая школа, 2006, 583 с.
2. Л.Э.Эльсгольц. Вариационное исчисление.Учебник для физических и физико-математических факультетов университетов / Л.С. Эльсгольц. – М.: URSS, 2008, 205 с.
3. R.Yu.Amenzade, G.Yu.Mekhtiyeva, L.F.Fatullaeva.Variational method of nonlinear hereditary mechanics of solids // Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University. A series "Mechanics of the limiting state", 2010, № 2 (8), p.42-53.

ORTA MƏKTƏBLƏRDƏ HƏNDƏSİ MATERİALLARIN ÖYRƏNİLMƏSİNƏ İKT ASPEKTİNDƏN BAXIŞ

Sərməsli Fidan Süleyman qızı

Bakı Dövlət Universiteti

fidan.sarmasli@bsu.edu.az

Elementar həndəsənin konsepsiyası biliyin qavrayış formasına əsasən "təbiət modeli" adlanan elmi anlayışlarla təmsil olunur. Yəni bu konsepsiya dedikdə, orta ümumtəhsil məktəblərində riyaziyyat fənninin həndəsə məzmun xətti qavrayışının şagirdlər tərəfindən mənimsənilməsini “Mücərrəd olmayan həndəsi cisimlər modeli” anlayışıyla eyni götürmək olar. Burada həndəsi fiqurların növləri onların bərabərlik və oxşarlıq əlaqələri, fiqurların müstəvidə və fəzada nisbi yerləşməsi, həndəsi kəmiyyətlərin növləri, həndəsi çevrilmələrin növləri kimi anlayışlarla xarakterizə olunur. Bunlar Evklid tərəfindən həyat təcrübəsinə əsaslanaraq tərtib edilmişdir. Konseptual forma məhz anlayışlar və kateqoriyalar kompleksi kimi nəzərə alınaraq, məntiq qanunları ilə bağlı olan anlayışlar arasında müxtəlif münasibətlərə əsaslanır. Bu təlim modelinə əsasən tədrisin məqsədi - şagirdlərə müəyyən bir fənn üzrə idrak və öyrənmə prosesində anlayışlar arasında əlaqə yaratmağıümumiləşdirmə, sistemləşdirmə və müqayisə etmək yolu ilə öyrətməkdir [1].

Həndəsə məzmun xəttinin elementlərinin mənimsənilməsi üçün tədris vəsaitlərinin və istinad materiallarının tam bazasının işlənib hazırlanmasına və həndəsə kursunun bütün mövzuları üzrə onlayn dərslərin dərc olunmasına baxmayaraq, maraq itkisi ilə əlaqədar şagirdlər (tələbələr) tərəfindən bu mövzunun başa düşülməsində konseptual böhran problemi mövcuddur.

Bu vəziyyət göstərir ki, problem məhz konseptual biliyə yiyələnməməkdən, öz bilik və ideyalarını mücərrədləşdirə bilməməkdən yaranır.

Bütün siniflərdə həndəsə məzmun xətti dərsliklərində nəzəri material (tərif, teorem, aksiom, isbat) şəkillərlə (qrafiklərlə) tamamlanır. Elmi anlayışların nəzəri formalaşdırılmasını tamamlayan şəkillər nəzəriyyənin bütün məzmunlu aspektlərini izləməyə imkan verir və bu elm sahəsində istiqamət götürməyə kömək edir [2].

Şagirdlərin öz-özünə qura bildiyi həndəsi rəsmlər mətn məlumatlarını asan başa düşülən formada şərh etməyə imkan verir.

Riyazi anlayışların, o cümlədən, həndəsənin tədrisi zamanı iki amilin təsiri altında vizual təfəkkür formalaşır və istifadə olunur.

Birincisi, bu, anlayışların məzmunu, tədqiq olunan faktların nümayiş etdirilməsi şərtləri və formalarıdır.

İkincisi, obrazla işləmək üçün subyektiv seçicilik, bilinən faktlara idraki münasibət. Məzmunun görünməsi şagirdlərin (tələbələrin) vizual təfəkkür ehtiyatlarından istifadə etməyə imkan verir.

Həndəsi anlayışları mənimsəyərkən vizual təfəkkürün spesifikliyi müxtəlif növ və formalı vizual təsvirlər (müxtəlif həndəsi fiqurlar, onların xassələri, əlamətləri, fəza cisimlərin nisbi mövqeləri) əsasında yaradılmış təsvirlərin yenidən işlənib hazırlanmasıdır.

Həndəsi cisimlərin əyani təsvirləri həm öyrənmə predmeti, həm də həndəsə məzmun xətti tədrisi vasitəsi kimi xidmət edə bilər.

Həndəsə məzmun xəttində işləməyə xüsusi diqqət yetirilməlidir, çünki bu halda əldə edilən nəzəri biliklər həndəsi məsələləri həll etmək və mövcud teoremləriisbat etmək üçün istifadə olunur.

Bununla belə, bütün həndəsi təsvirləri başa düşmək , xüsusən də orta məktəbdə stereometriyanı öyrənərkən problemi həll etməyə kömək etmir. Məsələn, lövhənin və ya noutbukun müstəvisindəki təsvirlər dinamik xüsusiyyətlərə malik deyil. Şagirdlərin əksəriyyəti müstəvidə şəkilə baxır və cisimlərin fəzadakı nisbi mövqeyinin təsviri haqqında çox az qavrayışa malik olurlar. Bu sadalanan situasiyalar artıq tarix olmağa başlayır. İKT bacarıqlarını genişləndirmək həm fiziki olaraq rahat, həm də maddi baxımdan daha əlverişlidir. Ona görə də həndəsi materialların hazırlanmasında İKT dəstəkli proqramdan istifadə labüdlüyü artır.

Ədəbiyyat

1. John A.Adam, Mathematics in Nature: Modeling Patterns in the Natural World, Copyright Date: 2003 Published by: Princeton University Press, 416p.
2. Patricio Herbst, Teaching geometry with problems: Negotiating instructional situations and mathematical tasks, Journal for Research in Mathematics Education July 2006, 37(4), p.313-347

FURYE SIRASININ BİHARMONİK TƏNLİKLƏRƏ TƏTBİQİ

Hadıyeva Sevinc Sabir qızı

Sumqayıt Dövlət Universiteti

Smsff125@mail.ru

Fərz edək ki,

$$\frac{\partial^4\varphi(x,y)}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\varphi(x,y)}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\varphi(x,y)}{\partial y^4}=0 \tag{1}$$

tənliyinin həllini tapmaq tələb olunur. Tənliyin həllini Furyenin triqonometrik sırasının köməyi ilə təyin edəcəyik, yəni həlli

$$\varphi(x,y)=g(y)\sin\frac{\pi mx}{e} \tag{2}$$

şəklində axtaracağıq. Burada m-ixtiyari tam ədəddir, $g(y)$-isə yalnız y-dəyişəninndən asılı funksiyadır.

Əgər (2) bərabərliyini (1) tənliyində nəzərə alsaq,

$$g^{IV}(y)-2\alpha^2g''(y)+\alpha^4g(y)=0 \tag{3}$$

tənliyini alarıq. Burada $\alpha=\frac{\pi m}{e}$ işarə edilmişdir. (3) tənliyi dördüncü tərtib sabit əmsallı adi diferensial tənlikdir. Bu tənliyin ümumi həlli

$$g(y)=c_1ch\alpha y+c_2sh\alpha y+c_3ych\alpha y+c_4ysh\alpha y \tag{4}$$

şəklində təyin olunur. (4) bərabərliyində iştirak edən c_1,c_2,c_3 və c_4 əmsallarını tapmaq üçün sərhəd şərtlərini aşağıdakı kimi qəbul edək. Tutaq ki,

$$\begin{aligned} &y=c\,olduqda\frac{\partial^2\varphi(x,y)}{\partial x\partial y}=0;\frac{\partial^2\varphi(x,y)}{\partial x^2}=-B\sin\alpha x\\ &y=-c\,olduqda\frac{\partial^2\varphi(x,y)}{\partial x\partial y}=0;\frac{\partial^2\varphi(x,y)}{\partial x^2}=-A\sin\alpha x \end{aligned} \tag{5}$$

şərtləri ödənir.

Əgər (4) həllini (5) sərhəd şərtlərindən ilk bircins bərabərliklərində nəzərə alsaq,

$$c_4 = -c_1 \frac{\alpha sh\alpha c}{sh\alpha c + \alpha c ch\alpha c}; c_3 = -c_2 \frac{\alpha ch\alpha c}{ch\alpha c + \alpha c sh\alpha c} \qquad (6)$$

bərabərliklərini alarıq. Əgər (5) sərhəd şərtlərində qeyri-bircins şərtlərdən istifadə etsək, c_1 və c_2, c_3 və c_4 əmsallarını təyin etmək üçün

$$\alpha^2 \left(c_1 ch\alpha c + c_2 sh\alpha c + c_3 c ch\alpha c + c_4 c sh\alpha c\right) = B$$
$$\alpha^2 \left(c_1 ch\alpha c - c_2 sh\alpha c - c_3 c ch\alpha c + c_4 c sh\alpha c\right) = B$$

tənliklər sistemini alarıq. Əgər (6) bərabərliklərini sonuncu sistemdə nəzərə alsaq, inteqrallama sabitlərini aşağıdakı şəkildə təyin edirik:

$$c_1 = \frac{A+B}{\alpha^2} \cdot \frac{sh\alpha c + \alpha c ch\alpha c}{sh 2\alpha c + 2\alpha c}; c_2 = -\frac{A-B}{\alpha^2} \cdot \frac{ch\alpha c + \alpha c sh\alpha c}{sh 2\alpha c - 2\alpha c}$$
$$c_3 = \frac{A-B}{\alpha^2} \cdot \frac{\alpha ch\alpha c}{sh 2\alpha c - 2\alpha c}; c_4 = -\frac{A+B}{\alpha^2} \cdot \frac{\alpha sh\alpha c}{sh 2\alpha c + 2\alpha c}$$

Əgər sabitlərin bu qiymətlərini (4) bərabərliyində nəzərə alsaq, (1) tənliyinin (5) sərhəd şərtlərini ödəyən həllini

$$\varphi(x,y) = \sin \alpha x \left[\frac{A+B}{\alpha^2} \frac{sh\alpha c ch\alpha y + \alpha c ch\alpha c ch\alpha y - \alpha y sh\alpha c sh\alpha y}{sh 2\alpha c + 2\alpha c} + \right.$$
$$\left. + \frac{A-B}{\alpha^2} \frac{\alpha y ch\alpha c ch\alpha y - ch\alpha c sh\alpha y - \alpha c sh\alpha c sh\alpha y}{sh 2\alpha c - 2\alpha c} \right]$$

şəklində təyin edirik. Həlli daha sadə şəklə salmaq üçün fərz edək. $A = B$-dir, onda sonuncu bərabərlikdən həlli

$$\varphi(x,y) = \frac{2A}{\alpha^2} \sin \alpha x \frac{sh\alpha c ch\alpha y + \alpha c ch\alpha c ch\alpha y - \alpha y sh\alpha c sh\alpha y}{sh 2\alpha c + 2\alpha c}$$

alırıq. Əgər $y = 0$ olduğunu qəbul etsək sonuncu bərabərlikdən

$$\varphi(x,y) = 2A \frac{\alpha c ch\alpha c + sh\alpha c}{sh 2\alpha c + 2\alpha c} \sin \alpha x$$

alarıq. Bu bərabərlikdə chz və shz-funksiyasının ayrılışından yəni

$$sh\alpha c = \alpha c + \frac{(\alpha c)^3}{6} + \frac{(\alpha c)^5}{120} + \ldots, ch\alpha c = 1 + \frac{(\alpha c)^2}{2} + \frac{(\alpha c)^4}{24} + \ldots$$

ayrılışlartından istifadə etsək və m-ədədi böyük olduqda $\frac{m\pi c}{e}$-ədədi kiçik olduğundan tənliyin təqribi həllini

$$\varphi(x,y) \approx A \sin \frac{\pi m x}{e} \left[1 - \frac{(\alpha c)^4}{24} \right]$$

şəklində təyin edirik. Bu düstur tənliyin həllini araşdırmaq üçün daha münasibdir.

Ədəbiyyat

4. Л.В. Канторович, В.И. Крылов “Приближенные методы высшего анализа”. М. “Физмат из”. 1962.

5. А.Д. Кудрявиев “Курс математического анализа”. I и II том. Москва. “Высшая школа”. 1981.

BİR TƏRTİB SİNQULYAR İNTEQRAL TƏNLİKLƏR SİSTEMİNİN HƏLLİNİN STRUKTURU HAQQINDA

Hüseynli Aynur Fizuli qızı, Hasilova Fidan Kamil qızı

Bakı Dövlət Universiteti

aynurhuseynli88@gmail.com , hasilovafidan9@gmail.com

Aşağıdakı tənliklər sisteminə baxılır:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\pi}\int_1^\infty \frac{b(s)\varphi(s)ds}{s-x} + \frac{1}{\pi}\int_1^\infty \frac{c(s)\varphi(s)ds}{s+x} = f(x),\ \ x \in [-\infty;\infty], \qquad (1)$$

burada, b və c m- ölçülü kvadrat matrislərdir və $xf\left(xf_1, xf_2, \ldots, xf_m\right)$ vektor funksiyaları uyğun olaraq $[1;\infty]$və $[-\infty;\infty]$ intervallarında Hölder mənada kəsilməzdirlər , yəni kifayət qədər böyük x_1 və x_2 üçün $\left|f(x_1) - f(x_2)\right| \le const\left|\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right|^\alpha$, $\alpha > 0$.

Əgər a və b dioqanal matrislər olarsa və

$$\varphi(x) + \frac{1}{\pi i}\int_1^\infty \frac{b(s)\varphi(s)ds}{s-x} = f_1 \equiv f(x) - \frac{1}{\pi i}\int_1^\infty \frac{c(s)\varphi(s)ds}{s+x} = f(x),\ \ x \in [1;\infty) \qquad (2)$$

tənliyi həll olunandırsa, onda (1) sistemini onunla ekvivalent ikinci növ Fredholm inteqral tənliyinə gətirmək olar.

Əgər a və b dioqanal matrislər deyilsə, onda (2) tənliyinin həllini ümumiyyətlə desək qapalı formada almaq mümkün deyil (bax [1]). Lakin sinqulyar inteqral tənliklərin ümumi nəzəriyyəsi həllin mümkün strukturu-həllin hamarlıq dərəcəsi, müəyyən nöqtələrdə mövcudluğu haqıında fikir yürütməyə imkan verir. Bu istiqamətdə aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem. (1) tənliyinin $\int_1^\infty \left|\frac{\varphi_j(x)}{x}\right| dx < \infty$ şərtini ödəyən ixtiyari $\varphi(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m)$ həllinin sonsuzluqda sıfıra getmə tərtibi $x^{-\mu}$, $\mu > 0$ tərtibindən az deyil, ədəd oxunun $x = \pm 1$ nöqtələri istisna olmaqla istənilən sonlu nöqtəsində Hölder mənada kəsilməzdir, $x = \pm 1$ nöqtələrinin ətrafında isə

$$\left|\varphi_j(x)\right| < \frac{const}{\left|x \pm 1\right|^\alpha},\ \ \alpha < 1,\ \ j = 1, 2, \ldots, m$$

bərabərsizliyi ödənilir.

Ədəbiyyat

1. Векуа Н. П.- В кн.: Труды Тбилисского математического института АН ГрузССР, 1957, 24, 135-147.

KƏSR – XƏTTİ NƏQLİYYAT MƏSƏLƏSİNİN STANDART NƏQLİYYAT MƏSƏLƏSİ KİMİ HƏLLİNİN BİR YOLU

Həmidov Rafael Hüseyn oğlu, Şərifova Hilal Rəhim qızı
Bakı Dövlət Universiteti
saharifovasarifova@gmail.com

Standart yolla kəsr-xətti proqramlaşdırma məsələsinin həlli məhdudiyyətlər şərtinin ilkin formasının pozulması ilə nəticələnən yeni alınan xətti proqramlaşdırma məsələsinin həlininköməyi ilə bərpa olunur [1]. Lakin böyük ölçülüvə xətti kriteriyalı halda effektiv yolla həll olunan belə məsələ üçün bu cür həll yolu çox vaxt arzu olunan nəticəni vermir. Çünki effektivlik adətən məsələnin şərtlərinin spesifikasını nəzərə almaqla əldə olunur. Kəsr-xətti nəqliyyat məsələsi də belə məsələlərdəndir.

Təqdim olunan işdə kəsr-xətti nəqliyyat məsələsinin həllinin ilkin məhdudiyyətli nəqliyyat məsələsi kimi həll olunmasının mümkünlüyü göstərilir.

Məsələnin qoyuluşu aşağıdakı kimidir:

$$\frac{y_1(x)}{y_2(x)} \to \min ., x \in X \tag{1}$$

Burada X mümkün həllər çoxluğu olub aşağıdakı münasibətlərin köməyi ilə təyin olunur:

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = a_i,$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j,$$

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1,n}, \; j = \overline{1,m}$$

$$y_1(x) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} c_{ij}^1 x_{ij} + c^1,$$

$$y_2(x) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} c_{ij}^2 x_{ij} + c^2.$$

Ümumiliyi pozmadan, ödənilməsi həmişə asanlıqla təmin oluna bilən aşağıdakı şərtlərin ödənildiyini fərz edəciyik:

1) $\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j,$

2) $y_1(x) > 0, \; y_2(x) > 0, \; x \in X$

$Y = \{ y(x) = (y_1(x), y_2(x)) \mid x \in X \}$ olsun.

1) şərti məsələ (1)-in həllinin varlığını təmin edir.

2) şərti isə $Y \subset R^2$ çoxluğunun R^2 – nin birinci rübündə yerləşən çoxbucaqlı olduğunu göstərir. Koordinat başlanğıcından keçib Y çoxluğunu özündən sağda saxlayan dayaq $y^2 = k^* y^1$ düz xəttinin hər hansı $y^* = (y_1^*(x^*), y_2^*(x^*)) \in Y$ nöqtəsini götürək. Onda $k = y_1^* / y_2^*$ olduğunu və $x^* \in X$ optimal variantının məsələnin həlli olduğunu hökm edirik.

<u>x^* həllinin qurulması</u>

1) [2]-dəki sxemə əsaslanaraq əvvəlcə məsələ (1)-in hər hansı ilkin $x^1 \in X$ mümkün variantını seçirik (məsələn, şimal – qərb üsulunun köməyi ilə)

2) $y^1 = \left(y_1\left(x^1\right), y_2\left(x^1\right)\right) \in R^2$ – nin köməyi ilə $y_2^1 y_1(x) - y_1^1 y_2(x) \to \max., x \in X$ nəqliyyat məsələsinin x^2 optimal həllini qururuq və $y^2 = \left(y_1\left(x^2\right), y_2\left(x^2\right)\right)$ ilə y^1 arasında $y_1^1 / y_2^1 = y_1^2 / y_2^2$ bərabərliyinin doğruluğunu yoxlayırıq. Cavab müsbət olduqda $x^* = x^2$ olaraq qəbul edirik və keçid alırıq 3)-ə. Əks halda $x^1 = x^2$ qəbul edib keçid alırıq 1)-ə.

3) son.

Beləliklə sonlu sayda X məhdudiyyətli nəqliyyat məsələsini həll etməklə verilmiş (1) məsələsini həll etmiş oluruq. Prosesin sonlu olması ciddi monotonluğun, yəni $y_1^{i+1} / y_2^{i+1} > y_1^i / y_2^i$ ödənilməsinin və seçimin bazis həllər içərisindən aparılmasının nəticəsidir.

Ədəbiyyat

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1986. – 319с.
2. Гамидов Р. Г. Построение поретовой границы многокритериальных задач. Изв. АНА, серия физ.тех. и мат. наук, 1999, № 3-4, стр. 37-44.

RİYAZİYYATIN TƏDRİSİ PROSESİNDƏ İNNOVATİV TEXNOLOGİYALARIN İSTİFADƏSİNƏ MÜASİR YANAŞMALAR

Həsənova Xalidə Sidqəli qızı, Heydərova Məftun Nizami qızı

Sumqayıt Dövlət Universiteti

hesenova_1975@list.ru , *meftun.heyderova.82@mail.ru*

İnformasiya texnologiyaları uzun müddətdir ki, riyaziyyatın tədrisi vasitələri arasında mühüm yer tutur. Multimedia təqdimatlarının, test tapşırıqlarının, elektron dərsliklərin, funksiyaların və ya həndəsi cisimlərin qurulması üçün tətbiq olunan proqramların istifadəsi riyaziyyatın tədrisi prosesinin ayrılmaz hissəsinə çevrilmişdir.

Riyaziyyat fənninin tədrisi zamanı informasiya texnologiyalarının tədris prosesində istifadəsi üçün böyük imkanlar vardır. Bunlar həm tədris prosesinin müxtəlif mərhələlərində (yeni materialı öyrənərkən, əvvəllər öyrənilmiş məlumatları sistemləşdirərkən, materialı ümumiləşdirərkən və təkrarlayarkən), həm də dərsin müxtəlif mərhələlərində (öyrənilən bilikləri yeniləyərkən, təqdim edərkən), eyni zamanda təlim prosesinin ayrılmaz hissəsi olan sinifdənkənar işlərdə istifadə edilə bilər.

Riyaziyyatın tədrisi prosesində ənənəvi olaraq istifadə olunan əsas informasiya texnologiyaları vasitələrinə aşağıdakılar daxildir:

- nəzəri materialın öyrənilməsini və onun ilkin möhkəmləndirilməsini ən çox müşayiət edən multimedia təqdimatları;

- yerləşdirilmiş video klipləri, test sualları və özünə yoxlama sualları olan elektron dərsliklər;

- riyaziyyatın tədrisi prosesində istifadə olunan proqramlar (PhET, Excel, Mathematica, Graphing Calc, MathCad və s.);

- həndəsənin tədrisində istifadə olunan virtual konstruktorlar (Geogebra, WinGeom, Stereokonstruktor və s.);

- test tapşırıqları.

Dünyada, eyni zamanda təlim prosesində uğurla istifadə edilə bilən informasiya texnologiyalarının hazırkı sürətli inkişafı bu siyahını əhəmiyyətli dərəcədə yeniləyir.

Aşağıdakı çətinliklər riyaziyyat müəllimlərinin informasiya texnologiyalarını tədris prosesinə gətirməsi prosesini əngəlləyir:

- lazımi maddi-texniki dəstəyin olmaması: məktəblərdə hər zaman lazımi avadanlıqlar olmur (əsasən informatika otaqları təchiz olunur) və ya tədris prosesində istifadə olunan avadanlıqlar informasiya texnologiyalarının mövcud imkanlarının reallaşmasına imkan vermir;

- müəllimlərin müasir informasiya texnologiyalarından istifadəyə dair lazımi təliminin olmaması;

- informasiya texnologiyalarının istifadəsinə yönəlmiş müasir yanaşmaların metodik cəhətdən kifayət qədər işlənməməsi və tədris materiallarının müstəqil hazırlanmasına sərf olunan vaxtın məhdudluğu.

Sosial-iqtisadi yeniliklər, akademik fənlərin tərkibində və həcmində sistematik dəyişikliklər, habelə müasir müəllimin rolunun dəyişməsi Azərbaycan təhsilində bütün fənlərin, o cümlədən riyaziyyat fənninin tədrisində yeni İKT vasitələrinin istifadəsinəyeni yanaşmalar tələb edir.

R.S.Xatayeva və D.A.Abdullaevin qeyd etdikləri kimi, rəqəmsal təhsil mənbələrinin aktiv istifadəsi təhsilin məzmununun, tədris texnologiyasının və təhsil prosesi iştirakçıları arasındakı münasibətlərin dəyişməsinə gətirib çıxarır, təliminin tələbələrin qabiliyyət və qavrayış tempinədaha uyğun olmasına imkan verir.

Bu baxımdan, informasiya texnologiyalarının müasir imkanlarını öyrənmək və onların məktəbdə, daha sonra orta ixtisas və ali təhsil müəssisələrində riyaziyyatın tədrisi prosesində tətbiqi üçün təlimatların hazırlanması ehtiyacından ibarət olan bir problem ortaya çıxır.

Bu problemin həlli müəllim və şagirdlər arasında qarşılıqlı əlaqələrin yeni yollarından, metod və üsullarından istifadə etməyi və pedaqoji fəaliyyətin nəticəsinə effektiv nail olmağı təmin edəcək müasir texnologiyaların tədris prosesində tətbiqindən danışmağa imkan verəcəkdir.

Məqalənin məqsədi müasir informasiya texnologiyaları vasitələrini təhlil etmək, riyaziyyatın tədrisi prosesində informasiya texnologiyalarının tətbiqi üçün müasir istiqamətləri nəzərdən keçirməkdən ibarətdir.

Təhsil sahəsindəki yeniliklər informasiya texnologiyalarından istifadə daxil olmaqla müxtəlif şərtlərlə əlaqələndirilə bilər. V.A.Krasilnikova qeyd etdiyi kimi: "... tədrisin kompüter texnologiyaları müasir təhsil texnologiyalarının əsasına çevrilir, çünki təhsil və davamlı peşə inkişafı şagirdin fərdi istəklərinin yerinə yetirilməsinə, şəxsiyyət kimi inkişafını təmin etməyə və onun əlçatanlıq səviyyəsini artırmağa imkan verir.

İnternetin artan imkanlarını nəzərə alaraq, təhsil sistemindəki informasiya texnologiyaları qlobal şəbəkənin texniki vasitələri və imkanları məcmusu kimi başa düşüləcək, öyrənənlərin biliklərini genişləndirmək məqsədilə istifadə etmək üçün məlumatların davamlı qəbulunu və işlənməsini təmin edəcəkdir. S.A.Sokolovanın verdiyi məlumata görə, müasir informasiya texnologiyaları ümumi məlumatların şəxsi bilik və bacarıqlara çevrilməsinə kömək edən informasiya texnologiyaları və interaktiv avadanlıqlardan istifadə edərək müəllim və şagirdlər arasında qarşılıqlı əlaqə və metodlardan istifadə edilməsinə yönəlmiş tədris və öyrənmə metodlarıdır.

İnnovativ informasiya texnologiyalarını nəzərə alan S.A.Sokolova təhsil fəaliyyətində aşağıdakı yenilikləri müəyyənləşdirir: məlumat təqdim etmək üçün hipermətn texnologiyaları; interaktiv avadanlıqların (elektron lövhələrin) istifadəsi; təqdimatların yaradılması və nümayişi; distant təhsil texnologiyalarının istifadəsi, videokonfranslar; interaktiv təhsil komplekslərinin inkişafı.

Beləliklə, riyaziyyatın tədrisində informasiya texnologiyalarının istifadəsinə müasir yanaşmalar dedikdə, təhsil prosesinin bütün iştirakçılarının interaktivliyini, məsafəsini və hərəkətliliyini təmin edən kompüter proqramlarının, xüsusi tətbiqetmələrin və internet resurslarının istifadəsi nəzərdə tutulur.

Təhsil prosesi iştirakçıları arasında qarşılıqlı əlaqələrin təşkil edilməsinin yeni yollarına internetin müxtəlif onlayn xidmətlərini, interaktiv onlayn lövhələri, müxtəlif növ funksiyaları birləşdirə bilən təhsil platformalarını və s. aid etmək olar. Sadalananların bir neçə səbəbi var: birincisi, burada hər bir tələbənin zehni fəaliyyəti nəzərdə tutulur; ikincisi, təhsil müəssisəsinin yerləşməsindən asılı olmayaraq hər bir tələbənin təhsil almaq imkanı olur; üçüncüsü, təhsil müəssisələrində istifadə edilə bilən pulsuz proqram təminatı siyahısı ilə əlaqəli informasiya texnologiyaları vasitələrinin istifadəsindəki məhdudiyyətləri aradan qaldırır.

Qeyd etmək lazımdır ki, müasir informasiya texnologiyalarından istifadə öyrənənlərin təkcə müəyyən bir bilik və fənn bacarıqları sistemini deyil, həm də orta ixtisas və ali təhsil müəssisələrində təhsillərini davam etdirərkən istifadə edə biləcəkləri zəruri İKT bacarıqlarının formalaşmasına imkan verəcəkdir.

SİNQULYAR İNTEQRAL OPEERATORUN BİR ƏDƏDİ APPROKSİMASİYASI HAQQINDA

Hüseynli Aynur Fizuli qızı, Hasilova Fidan Kamil qızı

Bakı Dövlət Universiteti

aynurhuseynli88@gmail.com , hasilovafidan9@gmail.com

Sinqulyar inteqral tənliklərin konstruktiv həllini araşdırarkən bəzi hallarda inteqralaltı funksiyanın nisbi sıxlığının minimal hamarlıq şərti daxilində , məsələn, nisbi sıxlığın $H(\alpha,\Gamma),\ 0<\alpha\le 1$ Hölder sinfinə daxil olduğu halda təqribi həll olunması məsələsinə baxılır. (bax [1])

Tutaq ki, ucları a və b nöqtələrində, uzunluğu L olan Γ qövsü verilmişdir. Γ qövsünü $a=t_1,t_2,\dots,t_{n+1},t_{n+2}=b,\ |t_{j+1}-t_j|=|t_j-t_{j-1}|,\ j\ne n+1,\ |t_{n+2}-t_{n+1}|\le|t_{n+1}-t_n|$ nöqtələri vasitəsilə hissələrə bölək. t nöqtəsinin qövsi hissəsini s, $\max\limits_{t,t_0\in\Gamma}\left|\dfrac{s-s_0}{t-t_0}\right|$ ədədiniisə M ilə işarə edək və fərz edək ki, $|t_{j+1}-t_j|=\dfrac{L}{4n},\ j\ne n+1,\ |t_{j+1}-t_j|\le|t_k-t_j|,\ k\ne j$ və (t_j,t_{j+1}) qövsündə $|s_j-s|\le 2|t_j-t|\le 4|t_j-t_{j+1}|$.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem. Yuxarıda deyilən şərtlər və işarələmələr daxilində ixtiyari $\varphi(t)\in H(\alpha,\Gamma)$ funksiyası üçün

$$\Delta=\left|\frac{1}{\pi i}\int_\Gamma\frac{\varphi(t)}{t-t_k}dt-\frac{1}{\pi i}\varphi(t_k)\ln\frac{b-t_k}{t_k-a}-\sum_{j=1}^{n+1}\frac{\varphi(t_j)-\varphi(t_k)}{t_j-t_k}\cdot\frac{1}{\pi i}\left(t_{j+1}-t_j\right)\le\right|$$
$$\le\frac{8}{\pi}H_\varphi^\alpha\left(\frac{1}{\alpha}+M\ln 2n\right)\left(\frac{L}{n}\right)^\alpha$$

bərabərsizliyi ödənilir,burada $\sum$ bütün $j\ne k,k-1;\ k=1,2,\dots,n+1$ indeksləri üzrə cəmləməni işarə edir.

Ədəbiyyat

1. В.В. Иванов, Теория приближенных методов и ее применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений, Издательство «Наукова Думка», Киев-1968.

QEYRİ-MÜƏYYƏNLİK ŞƏRAİTİNDƏ TƏBİİ VƏ TEXNOLOJİ PROSESLƏRƏ UYĞUN MƏSƏLƏLƏRİN TƏDQİQİ HAQQINDA

İbrahimova Məlahət Şahnur qızı
Qərbi Kaspi Universiteti
Melahetibrahimova500@gmail.com

Ətraf mühitin vəziyyətinin monitorinqinə getdikcə daha çox diqqət yetirilir. Çox vaxt bu proses bir və ya bir neçə həssas göstərici növünün seçilməsini və onlardan ümumi ətraf mühitin sağlamlığının ölçüsü kimi istifadə edilməsini nəzərdə tutur. Bununla belə, onların hamısına birbaşa nəzarət etmək üçün çoxlu ekoloji amillər və şərtlər var.

Təbii ehtiyatların idarə edilməsində qeyri-müəyyənlik təbiətin alternativ vəziyyətlərinin və təbii proseslərin zamanla proqnozlaşdırılmasında xas dəyişkənlikdən irəli gəlir. O, adətən mərkəzi meyl ölçüsü (orta) və bu orta ilə bağlı alternativ nəticələrin dispersiyası (variasiya) ilə xarakterizə olunan ehtimal bölgüsü ilə xarakterizə olunur. Müxtəlif nəticələrin paylanmasının müqayisəsi alternativlərin ətraf mühit həddini keçib-aşmadığına dair səlahiyyətli mühakimə yürütməyin və ya bir neçə proqnozlaşdırılan alternativlərdən ən etibarlını müəyyən etməyin yeganə yoludur. Qeyri-müəyyənliyin qiymətləndirilməsinin, yəni məlumatlarda, alətlərdə və nəticə sistemlərində qeyri-müəyyənliyin bütün mənbələrinin qiymətləndirilməsinin dəyəri ondan ibarətdir ki, o, nəticələnən proqnozların və ya alternativlərin etibarlılığının müqayisəsi üçün real əsas verir.

Bu yazının məqsədi qeyri-müəyyənliyi təsvir etmək üçün istifadə olunan terminlər, onu qiymətləndirmək üçün istifadə olunan bir neçə ümumi metodlar və qərar qəbulu prosesində qeyri-müəyyənliyin kontekstinə və əhəmiyyətinə dair əsas anlayışı təmin etməkdir.

Ədəbiyyat

1. Aven, T. (2016). Risk assessment and risk management: Review of recent advances on their foundation. European Journal of Operational Research, 1(16), 1-13.
2. Das, D., Kannadhasan, M., & Bhattacharyya, M. (2019). Do the emerging stock markets react to international economic policy uncertainty, geopolitical risk and financial stress alike? The North American Journal of Economics and Finance, 48, 1-19

İKIDƏYIŞƏNLI HAMAR FUNKSIYALARIN RIDGE FUNKSIYALARINCƏMI ŞƏKLİNDƏTƏSVIRI HAQQINDA

İsgəndərli Fidan Müşviq qızı

Bakı Dövlət Universiteti

fidanisgandarli100@gmail.com

Fərz edək ki, $f: R \to R$ birdəyişənli funksiya və $\mathrm{a} = (a_1,...,a_d) \in R^d \setminus \{0\}$ qeyd olunmuş vektordur,

$$F(\mathrm{x}) = f(\mathrm{a} \cdot \mathrm{x}) = f(a_1 x_1 + ... + a_d x_d)$$

şəklində olan $F: R^d \to R$ çoxdəyişənli funksiyasına ridge funksiyası deyilir, burada $\mathrm{x} = (x_1,...,x_d) \in R^d$ (bax [1,2]).

Fərz edək ki, ikidəyişənli $F(x, y)$ funksiyası R^2 fəzasında təyin edilib. Aşağıdakı məsələyə baxaq:

Hansı şərt daxilində $F(x, y)$ funksiyasını

$$F(x, y) = \sum_{k=1}^{n} f_k(a_k x + b_k y) \tag{1}$$

ridge funksiyaların cəmi şəklində göstərmək olar, burada $l_k=(a_k,b_k)$, $k=\overline{1,n}$ vektorları cüt-cüt xətti-asılı olmayan vektorlardır.

$n=1$ və $n=2$ halında məsələnin həlli trivialdır. $n=1$ halında $l_1=(a_1,b_1)$ vektoruna perpendikulyar $l_1^{\perp}=(-b_1,a_1)$ vektoru götürsək $F(x,y)$ üçün (1) ayrılışının ödənilməsi $\forall\lambda,x,y\in R$ ədədləri üçün

$$\Delta_{\lambda l_1^{\perp}}F(x,y)=0 \qquad (2_1)$$

şərtinin ödənilməsi ilə eynigüclüdür. $n=2$ halında $l_1=(a_1,b_1)$ və $l_2=(a_2,b_2)$ vektorlarına perpendikulyar olan $l_1^{\perp}=(-b_1,a_1)$ və $l_2^{\perp}=(-b_2,a_2)$ vektorlarını götürsək $F(x,y)$ funksiyası üçün (1) ayrılışının ödənilməsi $\forall\lambda_1,\lambda_2,x,y\in R$ ədədləri üçün

$$\Delta_{\lambda_1 l_1^{\perp}}\Delta_{\lambda_2 l_2^{\perp}}F(x,y)=0 \qquad (2_2)$$

şərtinin ödənilməsi ilə eynigüclüdür.

$n\geq 3$ halında məsələ kifayət qədər qəlizləşir. Belə ki, $n\geq 3$ halında $F(x,y)$ funksiyasının (1) ayrılışını ödəməsi üçün (2_1) və (2_2) şərtlərinin ümumiləşməsi olan $\forall\lambda_1,\ldots,\lambda_n,x,y\in R$ ədədləri üçün

$$\Delta_{\lambda_1 l_1^{\perp}}..\Delta_{\lambda_n l_n^{\perp}}F(x,y)=0 \qquad (2)$$

şərti zəruri olsa da, kafi deyil, burada $l_k^{\perp}=(-b_k,a_k)$, $k=\overline{1,n}$ Məsələn, $n=3$, $l_1=(1,0)$, $l_2=(0,1)$, $l_3=(1,1)$ götürsək ixtiyari biadditiv funksiya $\forall\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,x,y\in R$ üçün

$$\Delta_{(0,\lambda_1)}\Delta_{(\lambda_2,0)}\Delta_{(\lambda_3,-\lambda_3)}F(x,y)=0$$

şərtini ödəyir. Lakin hər bir biadditiv funksiyanı $f_1(x)+f_2(y)+f_3(x+y)$ şəklində göstərmək olmur.

Bu onu göstərir ki, $n\geq 3$ halında (1) ayrılışının ödənilməsi (2) şərti ilə eynigüclü deyil. Buradan aşağıdakı təbii sual meydana gəlir:

Hansı hamarlıq siniflərində (1) ayrılışının ödənilməsi (2) şərti ilə eynigüclü olur? Başqa sözlə desək, $F(x,y)$ funksiyası hansı hamarlıq sinfinə daxil olduqda (2) şərtindən $F(x,y)$ funksiyası üçün (1) ayrılışının ödənilməsi alınır?

Asanlıqla yoxlaya bilərik ki, əgər $F\in C^{(n)}(R^2)$ olarsa, onda (2) şərtindən (1) ayrılışının ödənilməsi alınır, yəni $C^{(n)}(R^2)$ sinfində (1) ayrılışı ilə (2) şərti eynigüclüdür. Doğrudan da, əgər $F\in C^{(n)}(R^2)$ funksiyası üçün (2) şərti ödənilərsə, onda (2) bərabərliyinin hər tərəfini $\lambda_1\cdot\ldots\cdot\lambda_n$ hasilinə bölüb, $\lambda_1\to 0,\ldots,$ $\lambda_n\to 0$ şərtləri daxilində limitə keçsək, alarıq ki, $\forall x,y\in R$ üçün

$$\frac{\partial^n F}{\partial l_1^{\perp}..\partial l_n^{\perp}}(x,y)=0 \qquad (3)$$

bərabərliyi ödənilir. (3) diferensial tənliyini həll etməklə alarıq ki, $F(x,y)$ funksiyası üçün (1) ayrılışı ödənilir.

Məqsədimiz (1) ayrılışının (2) şərti ilə eynigüclü olduğu daha geniş siniflər tapmaqdır. Biz göstərəcəyik ki, $n \geq 3$ halında $C^{(n-3)}(R^2)$ sinfindən olan funksiyalar üçün də (1) ayrılışı ilə (2) şərti eynigüclüdür.

Teorem. Fərz edək ki, $l_k = (a_k, b_k)$, $k = \overline{1,n}$ vektorları cüt-cüt xətti-asılı olmayan vektorlardır. Onda $F \in C^{(n-3)}(R^2)$ funksiyasının (1) ayrılışı şəklində göstərilə bilməsi üçün zəruri və kafi şərt $\forall \lambda_1, \ldots, \lambda_n, x, y \in R$ üçün (2) bərabərliyinin ödənilməsidir.

Ədəbiyyat

1. Pinkus, A.: Ridge functions. Cambridge Tracts in Mathematics, 205. Cambridge University Press, 2015, 207 pp.
2. Ismailov, V.E.: Ridge Functions and Applications in Neural Networks. AMS book series: Mathematical surveys and monographs, vol. 263 (2021), 186 pp.

HIPERBOLIK TƏNLIKLƏR SISTEMI ÜÇÜN YARIMOXDA TƏRS MƏSƏLƏNIN HƏLLININ YEGANƏLIYI

İsgəndərov Nizaməddin Şirin oğlu, Əhmədov Etibar Məhəmməd oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

nizameddin_isgenderov@mail.ru, etibar.aze03@gmail.com

Aşağıdakı

$$A\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} - \frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x} = C(x,t)\,\psi(x,t)\,, \tag{1}$$

tənliklər sisteminə baxaq, burada

$A = diaq\{\xi_1, .., \xi_n\}$, $\psi(x,t) = \{\psi_1(x,t), ..., \psi_n(x,t)\}\ t-$ transponirə işarəsidir,

$C(x,t) = \left\|C_{ij}(x,t)\right\|_{i,j=1}^{n}$, $C_{ii}(x,t) = 0$,

$\xi_1 > .. > \xi_{n-2} > 0 > \xi_{n-1} > \xi_n$ və

$$\left|C_{ij}(x,t)\right| \leq C\left[(1+|x|)(1+|t|)\right]^{-1-\varepsilon} \tag{2}$$

$C_{ij}(x,t)$, $(i,j = \overline{1,n})$kompleks dəyişənli ölçülən funksiyalardır. Yarımoxda

$$\{\psi_1^k(x_i,t), \ldots, \psi_{n-2}^k(x,t)\}^t = \{a_1(t+\xi_1 x), \ldots, a_{n-2}(t+\xi_{n-2}x)\}^t + o(1), x \to +\infty \tag{3}$$

və

$$\psi_{n-1}^k(0,t) = \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{n-2}\psi_j^k(0,t),\quad \psi_n^k(0,t) = \psi_k^k(0,t),\quad k = \overline{1,n-2}. \tag{4}$$

şərtlərini ödəyən $n-2$ sayda səpilmə məsələsinə baxılır. Göstərmək olur ki, $x \to \infty$ üçün

$$\{\psi_{n-1}^k(x,t), \psi_n^k(x,t)\}^t = \{b_{n-1}^k(t+\xi_{n-1}x), b_n^k(t+\xi_n x)\}^t + o(1) \tag{5}$$

Asimptotikası doğrudur. Onda

$$\{a_1(t),\ldots,a_{n-2}(t)\}\xrightarrow{S^k}\{b_{n-1}^k(t),b_n^k(t)\}\,,k=\overline{1,n-2} \tag{6}$$

$S=(S',\ldots,S^{n-2})$, səpilmə operatoru təyin olunur.

Çevirmə operatorlarının köməyi ilə göstərilir ki,

$$\{a_1(t),\ldots,a_{n-2}(t)\}^t\xrightarrow{R^k}\{b_n^k(t),b_{n-1}^2(t)-b_{n-1}^1(t),,\ldots,b_{n-1}^{n-2}(t)-b_{n-1}^1(t)\},k=\overline{1,n-2}$$

operatorları və onların baş minorlarının tərsi var, onların müəyyən elementləri və kombinasiyaları faktorizasiya oluna biləndirlər. Bu operatorların və onun faktorizasiya elementlərinin köməyi ilə tərs səpilmə məsələsi birqiymətli həll olunur və konstruktiv alqoritm verilir. $n-1$ gələn və bir səpilən dalğa halına [1] – də baxılıb.

Ədəbiyyat

1. Н.Ш.Искендеров. Нестационарные обратные задачи рассеяния для системы гиперболических уравнений первого порядка, Баку, Элм, 2000, 185 с.

ÜCÜNCÜ TƏRTİB YARIMXƏTTİ PSEVDOPARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN HƏLLİNİN VARLIĞI

İsmayılov Arif İbat oğlu, Paşayeva Nəzrin Ehtibar qızı

Bakı Dövlət Universiteti

ismayılovarif@icloud.com, pyevanezrin00@gmail.com

İşdə birölçülü yarimxətli xüsusi törəməli tənlik üçün qarışıq məsələnin varlığı tədqiq olunmuşdur. Üçüncü tərtibtənlik üçün aşağıdakı kimi qarışıq məsələyə baxaq:

$$u_t(t,x)-\alpha\cdot u_{txx}(t,x)=F(t,x,u(t,x),u_x(t,x),u_{xx}(t,x)) \quad (0\le t\le T,\ 0\le x\le 1), \tag{1}$$

$$u(0,x)=\varphi(x) \qquad (0\le x\le \pi), \tag{2}$$

$$u(t,0)=u(t,\pi)=0 \qquad (0\le t\le T), \tag{3}$$

harada ki, $\alpha>0$ verilmiş ədəd, $0<T<+\infty$; F,φ- məlum funksiyalar, $u(t,x)$ axtarılan funksiyadır.

(1)-(3) məsələsinin sanki hər yerdhəlli dedikdə aşağıdakını başa düşürük:

a) $u(t,x),\ u_x(t,x),\ u_t(t,x),\ u_{tx}(t,x)\in C\,([0,T]\times[0,\pi])$;

$u_{xx}(t,x),\ u_{txx}(t,x)\in C([0,\pi]:L_2(0,\pi))$;

b) (2) və (3) şərtləri adi mənada ödənilir;

v) (1) tənliyi $[0,T]\times[0,\pi]$-də sanki hər yerdə ödənilir.

İşdə ümumiləşmiş sıxılmış inikas prinsipini tərpənməz nöqtə haqqında Şauder prinsipi ilə kombinasiya etməklə (1)-(3) məsələsinin sanki hər yerdə lokal həllinin varlığı haqqında aşağıdakı teorem isbat edilir.

Teorem. Tutaq ki,

1. $\varphi(x)\in C^{(1)}([0,\pi])$, $\varphi''(x)\in L_2(0,\pi)$ və $\varphi(0)=\varphi(\pi)=0$.

2. $F(t,x,u_1,u_2,u_3) \in C\left([0,T]\times[0,\pi]\times(-\infty,\infty)^3\right)$.

3. İstənilən $R>0$ üçün $[0,T]\times[0,\pi]\times[-R,R]^2\times(-\infty:\infty)$ oblastında

$|F(t,x,u_1,u_2,u_3)-F(t,x,u_1,u_2,\tilde{u}_3)| \le C_R\cdot|u_3-\tilde{u}_3|$,

burada $C_R>0$ sabitdir.

Onda T-nin kafi qədər kiçik qiymətləri üçün (1)-(3) məsələsi sanki hər yerdə hədlə malikdir.

Ədəbiyyat

1. А.И.Кожанов, Смешанная задача для одного класса квазилинейных эволюционных уравнений третьего порядка// «Краевые задачи для нелинейных уравнений», Новосибирск, 2013, с.118-128.

QRAND LEBEQ FƏZALARINDA QÜVVƏT ÇƏKİLİ EKSPONENSİAL SİSTEMİNBANAX FREYMLİYİ HAQQINDA

İsmayılov Miqdad İmdad oğlu, Terçiyeva Pitimat Labazan qızı

Bakı Dövlət Universiteti

migdad-ismailov@rambler.ru, pitimatterchieva@gmail.com

Tutaq ki, $L_{p)}(-\pi,\pi)$, $p>1$, qrand Lebeq fəzasıdır, $G_{p)}(-\pi,\pi)$ isə $L_{p)}(-\pi,\pi)$ fəzasının bu fəzada sürüşmə operatorun doğurduğu alt fəzasıdır. Təqdim edilən işdə $G_{p)}(-\pi,\pi)$, $p>1$ fəzasında $\{e^{int}\}_{n\in Z}$ sitemin uyğun əmsallar fəzalarına nəzərən

$$\{\rho(t)e^{int}\}_{n\in Z} \tag{1}$$

sisteminBanax freymliyiöyrənilir, buradaçəki funksiyası

$$\rho(t)=\prod_{k=0}^{r}|t-t_k|^{\alpha_k}$$

şəklindədir və$t_k\in[-\pi,\pi]$,$\overline{k=0,r}$, müxtəlif nöqtələrdir. (1) sistemin $L_p(-\pi,\pi)$, $p>1$, Lebeq fəzalarında freymlik xassələri [1-3] işlərində öyrənilmişdir.

Məlumdur ki ([4]), klassik $\{e^{int}\}_{n\in Z}$ eksponensial sistemi $G_{p)}(-\pi,\pi)$, $p>1$ fəzasında bazis əmələ gətirir. $K_{p)}$ ilə $G_{p)}(-\pi,\pi)$, $p>1$ fəzasında $\{e^{int}\}_{n\in Z}$ bazisin əmsallar fəzasını işarə edək.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem. (1) sistemin $G_{p)}(-\pi,\pi)$ fəzasında Banax $K_{p)}$-freymi olması üçün zəruri və kafi şərt $\alpha_k=0$,$\overline{k=0,r}$,olmasıdır.

Ədəbiyyat

1. Е.С. Голубева, Фреймы экспонентсо степенным весом, Вестник СамГУ, Естественнонаучная серия ,2011, №2(83), 15-25.
2. G.J. Yoon, C. Heil, Duals of Weighted Exponential Systems. Acta Appl Math 119, 2012, 97–112.

3. B. T. Bilalov and Z. V. Mamedova, On the frame properties of some degenerate trigonometric systems, Dokl. Nats. Akad. Nauk Azerb., 68(5) (2012), 14–18.
4. M.I.Ismailov , Y. Zeren , Acar K, Aliyarova I., On basicity of exponential trigonometric systems in grand Lebesque spaces, J. Math, 2022, 1-11.

QÜVVƏT ÇƏKİLİ EKSPONENSİAL SİSTEMİN K−FREYMLİYİ HAQQINDA

İsmayılov Miqdad İmdad oğlu, Cəfərof Elsevər Ceyhun oğlu
Bakı Dövlət Universiteti
migdad−ismaılov@rambler.ru, cfrovelsevr@gmail.com

Tutaq ki, $L_2(-\pi,\pi)$ Lebeq fəzasıdır, və K bu fəzada məhdud operatordur. $L_2(-\pi,\pi)$ fəzasında çəkili eksponensial

$$\{\rho(t)e^{int}\}_{n\in Z} \tag{1}$$

sistemə baxaq, burada çəki funksiyası

$$\rho(t)=\prod_{k=0}^{r}|t-t_k|^{\alpha_k},$$

$-\pi=t_0<t_1<\cdots<t_r=\pi$, şəklindədir. [1] işin nəticələrinə əsasən (1) sistemi yalnız və yalnız $\alpha_k=0$, $\overline{k=0,r}$ ödəndikdə $L_2(-\pi,\pi)$ fəzasında freym əmələ gətirir. İşdə (1) sistemin K-freymliyi öyrənilir.

Aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem. Tutaq ki,K operatoru $ImK=L_2(-\pi,\pi)$ şərtini ödəyir. Onda (1) sistemin $L_2(-\pi,\pi)$ fəzasında K-freym olması üçün zəruri və kafi şərt $\alpha_k=0$,$\overline{k=0,r}$,olmasıdır.

Ədəbiyyat

1. .J. Yoon, C. Heil, Duals of Weighted Exponential Systems. Acta Appl Math 119, 2012, 97–112.
2. O. Christensen, An Introduction to Frames andRiesz Bases, Birkhäuser, 2003.
3. L.Gavruta, Frames for Operators, Appl . comput. Harmon. Anal. 32 (2012),139-144.

KOMPÜTER ŞƏBƏKƏLƏRİNİN VƏ TEXNOLOGİYALARININ MÜHAFİZƏSİNİN TƏMİN EDİLMƏSİ MƏSƏLƏLƏRİNİN TƏKMİLLƏŞDİRİLMƏSİ.

İsmayılova Fidan Abdurəhim qızı
Bakı Dövlət Universiteti
fidanismayilova980@gmail.com

Müasir dünyada informasiya texnologiyalarının inkişafı, kompüter şəbəkələrinin və texnologiyalarının mühafizəsi məsələsini daha da aktual və vacib edir. Kompüter şəbəkələri və texnologiyaların mühafizəsi günümüzün informasiya cəmiyyətində əhəmiyyətli bir məsələdir. Bu mühafizə, təhlükəsizlik tədbirləri və texnolojik rifahı birləşdirənperspektivdə yanaşılan bir sahədə tədqiqat və inkişaf mövzusudur. Məqalə, texnologiya infrastrukturlarının təhlükəsizliyini təmin etmək və texnolojik rifahi dəstəkləmək üçün müstəqil tədbirlərin və tədbirlər bütünü ilə bağlı araşdırmalara həsr olunmuşdur.

Kompüter şəbəkələrinin mühafizəsi, fərqli təhlükə faktorları ilə mübarizə üçün ən son tədbirlərə nəzarət etməyi tələb edir. Viruslar, malver təhlükəsi, kiber hücumlar və identifikasiya qurğuları kimi əsas təhlükə faktorlarına qarşı mübarizə üçün ən effektiv və güncəl tədbirlərin araşdırılması bu mövzunun əsasını təşkil edir. Mövcud mühafizə tədqiqatlarının və texnologiya təhlükəsizliyi standartlarının müzakirəsi aparılır. Həmçinin, bu standartların və yanaşmaların güncəllənməsi və effektivliyin qiymətləndiirlməsi üçün nəzərdə tutulan aktual problemlər və həll yolları araşdırılır. Kompüter şəbəkələrinin mühafizəsi, fərqli təhlükə faktorları ilə mübarizə üçün ən son tədbirlərə nəzarət etməyi tələb edir. Kriptoqrafiya tədbirləri, antivirüs proqramları, firewall sistemləri və sürətli təhlükəsizlik yüksəltmək üçün yeni ideyalar bu mövzuda ətraflı şəkildə təhlil olunur. Kompüter şəbəkə və texnologiyalarının mühafizəsinin təkmilləşdirilməsi üçün müasir və innovativ yanaşmaların tətbiqi üçün potensial sahələr vurğulanır. Bu süni intellekt, maşın öyrənməsi və avtomatlaşdırma texnologiyalarını əhatə edir.

Təhlükəsizlik tədbirləri inkişaf etdikcə, texnologiyaların da inkişaf etməsi tələb olunur. Texnologiya sahəsindəki sürətli inkişaf, eyni zamanda müxtəlif təhlükələri də artırır. Bu baxımdan, mühafizə tədbirlərinin əhəmiyyəti daha da artmaqdadır. Təhlükəsizlik yenilikləri, digər texnologiya sahələrində olduğu kimi, müasir təhlükələrə qarşı qoruma tədbirlərini daha effektiv və dayanıqlı hala gətirmək üçün aparılan inkişaf və tədqiqatları əhatə edir. Təhlükəsizlik sahəsindəki yeniliklər, şəbəkələrdə, proqramlarda, məlumatların saxlanılmasında və istifadəçi təcrübəsində qorunmanın təminatını artırmağı hədəfləyir. Sürətli təhlükəsizlik vasitələri, müxtəlif mənbələrdən gələn təhlükəsizlik məlumatlarını sürətli şəkildə icma edərək təhlükələrin yaranmasını və yayılmasının qarşısının alınmasına nail olur. Potensial təhlükələrin qısa zamanda təyin edilməsinə və anında müdafiə tədbirlərinin görülməsinə kömək edir. Təhlükəsizlik yenilikləri, müasir texnologiyaların inkişafına paralel olaraq müəyyən təhlükələrə qarşı daha effektiv müdafiə tədbirlərini təmin etməyə nail olur. İstifadə olunan yeni texnologiyalar və tədbirlər, təhlükəsizlik sahəsindəki mübarizəni daha da gücləndirir və müasir təhlükəsizlik standartlarını artırır.

Bu məqalə təhlükəsizlik sahəsindəki ən son inkişafları təhlil edərək, giriş nəzarəti, məlumat şifrələməsi və firewall sistemləri kimi əsas təhlükəsizlik prinsipləri ətrafında birləşmişdir. Sürətli təhlükəsizlik iraqiyyəsi və təhlükəsizlik təhlil alətləri ilə birgə işləyən inkişaf edən texnologiyaların tətbiqi, potensial təhlükələrə qarşı proaktiv müdafiəni daha da möhkəmləndirir. Biometrik təhlükəsizlik modelləri, istifadəçilərin biometrik parametrlərini tətbiq edərək məlumatlara qarşı daha effektiv bir müdafiə təmin edir. Blockchain və məlumat zənciri təhlükəsizliyi isə məlumatın təhlükəsiz bir şəkildə şifrələnməsi və dağılmasının qarşısını alan əsas proseslərdir. Sürətli təhlükəsizlik tədbirləri, müasir təhlükəsizlik standartlarını artırmağa kömək edir. İşçilərin və istifadəçilərin yeniliklərdən xəbərdar olması üçün yüksək səviyyədə keçirilmiş təlimlər təhlükəsizlik tədbirlərinin effektiv şəkildə tətbiq olunması üçün əhəmiyyətli bir faktordur.

Ən əsası, bu məqalə, mühafizə və təhlükəsizlik sahəsində aparılan yenilikləri təhlil edərək, kompüter şəbəkələri və texnologiyalarının hər bir təhlükəyə qarşı daha möhkəmlənmiş bir versiyatəqdim etmək məqsədini daşıyır. Bu yeniliklər, müstəqil və dörd bir tərəfli müdafiə tədbirləri ilə müasir informasiya təhlükəsizliyini daha da artırmağa nail olur.

Ədəbiyyat

1. X. Wang, S. Zhang., "Research about Optimization of Campus Network Security System", Procedia Engineering, CEIS 2011, Vol. 15, 1802-1806, 2011.
2. E. Karaarslan, A. Teke, H. Şengonca, "Bilgisayar Ağlarında Güvenlik Politikalarının Uygulanması", İletişim Günleri, 2003.

SİMİN MƏCBURİ RƏQSİ HƏRƏKƏT TƏNLİYİNİN HƏLLİNİN ARAŞDIRILMASI

İsmayılova Günay Qəfil qızı
Sumqayıt Dövlət Universiteti
Gunay_ismayilova_83@mail.ru

Tətbiqi elmlərin bir sıra məsələlərinin həlli xüsusi törəməli diferensial tənliklərin həllinə gətirilir. Simin məcburi rəqsi aşağıdakı şəkildə xüsusi törəməli iki tərtibli diferensial tənliyin həllinə gətirilir.

Tutaq ki, simə xarici $f(t)$ qüvvəsi təsir edir. Onda rəqsi hərəkəti təsvir edən tənlik

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + f(t) \tag{1}$$

olar. Tutaq ki, simin ucları möhkəm bərkidilmişdir, yəni uclar tərpənməzdir. Onda sərhəd şərtlərini

$$u(x,t)\big|_{x=0} = 0\,;\; u(x,t)\big|_{x=l} = 0 \tag{2}$$

şəklində yaza bilərik. Əgər xarici qüvvə $t = 0$ anında təsir etmişdirsə, başlanğıc şərti

$$u(x,t)\big|_{t=0} = g(x);\; \left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = \varphi(x) \tag{3}$$

şəklində qəbul edirik. Burada $u(x,t)$-axtarılan funksiya, a-dalğanın yayılma sürəti, $f(x)$, $g(x)$ və $\varphi(x)$-funksiyaları isə həqiqi dəyişənli məlum funksiyalardır. Deməli, baxılan məsələnin həlli (1) tənliyinin (2) və (3) şərtini ödəyən həllinin tapılmasından ibarətdir. Əgər Laplasın inteqral çevirməsini t-yə görə

$$\overline{F}(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt$$

(1) tənliyinə tətbiq etsək, uyğun operator tənliyi aşağıdakı kimi təyin edirik.

$$\frac{d^2 \overline{u}(x,p)}{dx^2} - \frac{p}{a^2}\overline{u}(x,p) = \overline{z}(p,x) - p\varphi(x) \tag{4}$$

Burada p-Laplas çevirməsinin parametridir və $\bar{z}(p,x)=-\bar{f}(p)-g(x)$ (4) tənliyi qeyri-bircins adi diferensial tənlikdir. Onu həll etmək üçün əvvəlcə bircins tənliyi

$$\frac{d^2\bar{u}(x,p)}{dx^2}-\frac{p}{a^2}\bar{u}(x,p)=0$$

həll edək. Onun həlli

$$\bar{u}_1(x,p)=c_1e^{-\frac{p}{a}x}+c_2e^{\frac{p}{a}x} \tag{5}$$

şəklində təyin edilir. Burada c_1 və c_2 inteqrallama sabitləridir və sərhəd şərtlərindən tapılır.

$$c_1=\frac{1}{2}f(p)e^{\frac{pl}{a}}+\frac{a}{2p}\int_0^l(g(x)+p\varphi(x))e^{\frac{px}{a}}dx$$

$$c_1=\frac{1}{2}f(p)e^{-\frac{pl}{a}}-\frac{a}{2p}\int_0^l(g(x)+p\varphi(x))e^{-\frac{px}{a}}dx$$

(6)

olar. Bu qiymətləri (5) bərabərliyində nəzərə alsaq, həllin surətini təyin etmiş olarıq. həllin orjinalını hesablamaq üçün fərz edək ki, başlanğıc şərtlər $t=0$ anında

$$g(x)=c=const;\ \varphi(x)=d=const$$

şəklində verilmişdir. Onda c_1 və c_2 sabitləri üçün (6) bərabərliklərindən

$$c_1=e^{\frac{pl}{a}}\left(\frac{a^2}{2p^2}f(p)+\frac{a^2}{2p^2}c+\frac{a^2}{2p^2}d\right)=\frac{a^2}{2}e^{\frac{pl}{a}}\left(\frac{1}{p^2}f(p)+\frac{1}{p^2}c+\frac{1}{p^2}d\right)$$

$$c_1=\frac{a^2}{2}e^{\frac{pl}{a}}\left(\frac{1}{p^2}f(p)-\frac{1}{p^2}c-\frac{1}{p^2}d\right)$$

alarıq. Onda (5) bərabərliyindən

$$\bar{u}_1(x,p)=\frac{a^2}{2}M_1e^{-\frac{p}{a}(x-l)}+\frac{a^2}{2}M_1e^{-\frac{p}{a}(l-x)}$$

olar. Burada $M_1(p)=\frac{1}{p^2}f(p)+\frac{1}{p^2}c+\frac{1}{p^2}d$, $M_2(p)=\frac{1}{p^2}f(p)-\frac{1}{p^2}c-\frac{1}{p^2}d$ işarə edilmişdir. Əgər funksiyaların gecikmə xassəsindən istifadə etsək, həllin orjinalını

$$u(x,t)=\frac{a^2}{2}\left[M_1\left(t-\frac{x-l}{a}\right)+M_2\left(t-\frac{l-x}{a}\right)\right]$$

şəklində təyin edirik.

Ədəbiyyat

1. Н.С. Пискунов "Дифференциальное и интегральное исчисления". Том второй. М. "Наука". 1985.
2. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский "Уравнение математической физики". Москва. "Наука". 1977.
3. Л.В. Канторович, В.И. Крылов "Приближенные методы высшего анализа". М. "Физмат из". 1962.

4. Г. Деч “Руководство и практическому применению преобразования Лапласа”. Москва. “Физмат из”. 1958.

KOMPÜTER ŞƏBƏKƏLƏRİNDƏ VERİLƏNLƏRİN ÖTÜRÜLMƏSİ PROTOKOLLARININ ANALİZİ VƏ TƏTBİQİ HAQQINDA

İsmayılzadə Müşgünaz Mehman qızı
Qərbi Kaspi Universiteti
mawa_qurbanova97@mail.ru

Kompüter şəbəkələri mühüm rol oynayan protokol və standartlardan asılıdır, bu da müxtəlif qurğular və sistemlər arasında bir-biri ilə əlaqə yaratmağa və məlumatların problemsiz şəkildə paylaşılmasını təmin edir. Şəbəkə protokolu şəbəkənin müxtəlif komponentlərinin bir-biri ilə uyğunluğunu, etibarlılığını və birlikdə işləməsini təmin edir.

Şəbəkə protokolunun bir neçə növü mövcuddur:

- Şəbəkə Layeri Protokolları: Şəbəkə səviyyəsinin protokolları paketlərin marşrutlaşdırılması, ötürülməsi və bütün şəbəkə daxilində məlumat paketlərinin ünvanlanması üçün cavabdehdir. IP və ICMP şəbəkə səviyyəsinin protokollarıdır.
- Nəqliyyat səviyyəsinin protokolları : Nəqliyyat səviyyəsinin protokolları müxtəlif cihazlarda tətbiqlər arasında məlumat ötürülməsini təmin edən uçdan-uca xidmət göstərən nəqliyyat qatında işləyir.TCP və UDP ən məşhur nəqliyyat təbəqəsi protokollarıdır.
- Simsiz Protokollar: Əsasən simsiz rabitədə istifadə olunan simsiz protokollar simsiz şəbəkələr vasitəsilə məlumat ötürməyə imkan verir. Bluetooth, Wi-Fi və LTE protokolları buna misaldır.
- Təhlükəsizlik Protokolları: təhlükəsizlik protokolu məlumatların şəbəkə üzərindən ötürülməsi zamanı məlumatların məxfiliyini, bütövlüyünü və həqiqiliyini qoruyur.
- İnternet Protokolları:İnternet protokolu unikal ünvanlama sxemi ilə məlumat paketlərinin bir cihazdan digərinə yönləndirilməsi və yönləndirilməsi vasitəsilə məlumat rabitəsini təmin edir.

Ədəbiyyat

1. Xu, Hong Yun. "Analysis and Research of Financial Network Security Architecture." *Advanced Materials Research* 108-111 (May 2010): 168–71.
2. Cricelli, Livio, Francesca Di Pillo, Massimo Gastaldi, and Nathan Levialdi. "Pricing Analysis in International Interconnected Networks." In *Operations Research/Computer Science Interfaces Series*, 17–36. Boston, MA: Springer US, 2006

MİKROSTRUKTURLU MÜHİTLƏRDƏ YAYILAN DALĞALARIN PERİODUNUN ARTMASI HAQQINDA

Lətifov Fuad Seyfəddin oğlu, Əliyev Alı Bakir oğlu, Balayeva Səkinə Ağərzə qızı
Bakı Dövlət Universiteti
balayevasekine9@gmail.com

Fərz edək ki , bütöv mühitin həyəcanlanması zamanı onun hissəcikləri mikrodönməyə məruz qalır. Belə mühitlər üçün kəsilməzlik , qüvvə impulsları , implus momentləri və enerji tənlikləri ödənməlidir [1].

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\frac{d\vartheta_i}{\partial X_i} = 0 ,$$

$$\rho\frac{d\vartheta_i}{dt} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial X_j} + f_i ,$$

$$\frac{d}{dt}(\varepsilon_{ijk}X_j\rho\vartheta_k + J\Omega) + (\varepsilon_{ijk}X_j\rho\vartheta_k + J\Omega)\frac{\partial\vartheta_l}{\partial X_l} = \frac{\partial}{\partial X_j}(\varepsilon_{ijk}X_kP_{ij} + \Pi_{ij}) + \varepsilon_{ijk}X_jf_k + h_i + M_i$$

$$\frac{d}{dt}(K+\rho U) + (K+\rho U)\frac{\partial\vartheta_l}{\partial X_l} = \frac{\partial(\vartheta_l P_{ij})}{\partial X_j} + \frac{\partial(\Omega_l\Pi_{ij})}{\partial X_j} + f_i\vartheta_i + h_i\,\Omega_i - \frac{\partial q_i}{\partial X_i} + \varepsilon$$

Burada t-zaman , X_i-dekart koordinatdır. ρ-mühitin sıxlığı , ϑ_i-makroskopik hərəkətin sürəti , P_{ij}-daxili qüvvələrin gərginlik tenzoru , f_i-xarici həcmi qüvvələr , J-mühit hissəciklərin ətalət momentinin sıxlığı olub , sabit qəbul edilir , Ω_i-hissəciklərin fırlanmasında tam bucaq sürəti , M_i-daxili qüvvələrin momenti , Π_{ij}-gərginliklərin səthi cütlərinin momentlərinin simmetrik tenzoru , h_i-xarici cüt qüvvələrin momenti , K-kinetik enerjinin sıxlığı , U-vahid kütləyə düşən daxili enerji , q-istilik seli , ε-vahid həcmdən ayrılan istilikdir.

$$\mathrm{K} = \frac{1}{2}(\rho\,\vartheta_i\vartheta_i + J\Omega_i\Omega_i)$$

$$\frac{d\vartheta_i}{dt} = \frac{\partial\vartheta_i}{dt} + \vartheta_j\frac{\partial\vartheta_i}{\partial x_j}$$

(1) sistemində dinamik sahənin səkkiz parametri naməlumdur:

$$\rho = \rho(t,x_j)\,,\quad U_i = U_i(t,x_j)\,,\quad \varphi_i = \varphi_i(t,x_j)\,,\quad \mathrm{T} = \mathrm{T}(t,x_j)$$

Burada U_i, φ_i – yerdəyişmə və dönmə vektorlarının komponentləri , $\vartheta_i = \frac{dU_i}{dt}$,

$\Omega_i = \frac{d\varphi_i}{dt}$, T -mühitin mütləq temperaturudur. Məsələnin tam həlli üçün P_{ij}, Π_{ij}, q_i, U kəmiyyətlərinin verilməsi zəruridir .

Əgər U_i, φ_i kəmiyyətlərinə görə xətti toplananlarının ifadələrində xətti və qeyri-xətti toplananların əmsalları müqayisə olunandırsa , onda qeyri-xətti hədləri atmaq olar.Bu halda mühitin sürətinin komponentləri və bucaq sürəti üçün $\vartheta_i = \frac{\partial U_i}{\partial t}, \Omega_i = \frac{\partial \varphi_i}{\partial t}$ yazmaq olar.

Tezlik və amplitud dəyişərkən hər hansı ilkin periodun ikiqat artımının bifurkasiya ardıcıllığı baş verə bilər.

Ədəbiyyat

1.Ерофеев В.U. Волновые процессы в твердых телах с микроструктурой.Uзгат . Московского Универ . ,1999 . , 328 с .

ELASTİKİ TƏBƏQƏ VƏ YARIM MÜSTƏVİDƏN İBARƏT SİSTEM ÜÇÜN LEMB MƏSƏLƏSİ

Mahmudzadə Təhminə Mahmudağa qızı
Bakı Dövlət Universiteti
tehminemahmudzade1996@gmail.com

İşdə müxtəlif materiallardan olan elastiki təbəqə və yarım müstəvidən ibarət sistemlərdə Lemb məsələsinin mürəkkəb bir növü nəzərdən keçirilir. Qeyri-bircins mühitin mövcudluğu analitik həllin alınması prosesini xeyli çətinləşdirir. Problem Lemb məsələsinin ilkin formasında olduğu kimi Laplas və Furye inteqral çevrilmələrindən istifadə etməklə həll edilir. Ancaq həqiqi dəyişənlərə qaytarmaq üçün xüsusi texnikadan istifadə olunur. Bu texnika elastiki cisimlərin qeyri-stasionar dinamikasının digər məsələlərinin həllində uğurla istifadə edilmişdir[1]. Burada [2] və digər işlərdə olduğu kimi yerdəyişmə vektorunu

$$\vec{U} = grad\Phi + rot\left(\vec{\Psi} e_3\right) \tag{1}$$

şəklində axtarırıq. Burada $\Phi, \vec{\Psi} e_3$ – uyğun potensiallardır.

Hər bir mühit üçün potensialların ifadəsini aşağıdakı kimi seçə bilərik:

$$\begin{aligned} \Phi^{*(1)} &= A_1 e^{y\upsilon_1^{(1)}} + D_1 e^{-y\upsilon_1^{(1)}} \\ \Psi^{*(1)} &= B_1 e^{y\upsilon_2^{(1)}} + E_1 e^{-y\upsilon_2^{(1)}} \\ \Phi^{*(2)} &= A_2 e^{y\upsilon_1^{(2)}} \\ \Psi^{*(2)} &= B_2 e^{y\upsilon_2^{(2)}} \end{aligned} \quad , \tag{2}$$

burada $\upsilon_i^{(j)} = \dfrac{\sqrt{p^2 + c_i^{(j)} q^2}}{c_i^{(j)^2}}$ .Uyğun olaraq, məsələnin sərhəd şərtlərini yazaq:

$$\begin{array}{lll} u_1 = u_2 & ; \quad \sigma_{yy}^{(1)} = \sigma_{yy}^{(2)} & ; \; y = -b \\ v_1 = v_2 & ; \quad \sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^{(2)} & , \\ \sigma_{yy}^{(1)} = -I & ; \quad \sigma_{xy}^{(1)} = 0 & ; \; y = 0 \end{array} \tag{3}$$

burada $I-$impulsiv qüvvədir.

Bütün bunları nəzərə alaraq prosesin ilkin mərhələ olaraq impulsiv qüvvənin təsir anında dalğa dinamikası üçün analitik həllər aşkar şəkildə əldə edilmişdir.

Ədəbiyyat

1. Rassoulova N.B. On dynamic of bar of rectangular cross section // Trans. of ASME, J. of Appl. Mech. (2001), V.68. pp. 662-666
2. Поручиков В. Б. Методы динамической теории упругости. M., 1985, 321 c.

SÜNİ İNTELLEKT ELEMENTLƏRİNİN VERİLƏNLƏRİN EMALI

Mədətov Kənan Eldəniz oğlu
Qərbi Kaspi Universiteti
kenanmedetov1@gmail.com

Böyük Məlumatlar üçün Süni İntellekt, tez-tez Big Datada AI və ya Data Analytics üçün AI kimi istinad edilir, iki qabaqcıl texnologiyanın birləşməsidir: Süni İntellekt və Böyük Məlumat. Bu, böyük və mürəkkəb məlumat dəstlərindən təsirli fikirləri təhlil etmək, şərh etmək və əldə etmək üçün süni intellektlə idarə olunan alqoritmlərdən və maşın öyrənmə üsullarından istifadə etməyi əhatə edir. Big Data-da AI-nin əsas məqsədi məlumatların təhlili prosesini avtomatlaşdırmaq və təkmilləşdirmək, onu daha sürətli, daha dəqiq və miqyaslana bilən etməkdir.

Big Data və AI sadəcə bir-birini tamamlayan deyil; bir-birindən asılıdırlar. Big Data, süni intellektin sehrini işləməsi üçün xammal, geniş məlumat dəstləri təmin edir. İkisi arasındakı sinerji aşağıdakı addımlarla təsvir edilə bilər:

1. Məlumatların toplanması: Böyük verilənlər müxtəlif mənbələrdən, o cümlədən sensorlar, sosial media, müştərilərlə qarşılıqlı əlaqə və s. çoxlu strukturlaşdırılmış və strukturlaşdırılmamış məlumatların toplusunu əhatə edir.
2. Məlumatların saxlanması və emalı: Hadoop və Spark kimi Big Data texnologiyaları kütləvi məlumat toplularının saxlanmasını və işlənməsini asanlaşdırır.
3. Məlumatların əvvəlcədən işlənməsi: AI məlumatları təhlil etməzdən əvvəl, tez-tez əvvəlcədən emal tələb edir. Bu addım məlumatların maşın öyrənmə modelləri üçün uyğun olması üçün onların təmizlənməsini, dəyişdirilməsini və strukturlaşdırılmasını əhatə edir.

4. Süni intellektin modelləşdirilməsi: Bu alqoritmlərə proqnozlaşdırma üçün nəzarət edilən öyrənmə, nümunənin tanınması üçün nəzarətsiz öyrənmə və qərar qəbul etmək üçün gücləndirici öyrənmə daxil ola bilər.
5. Təlim və Nəticə: Süni intellekt modelləri nümunələri və münasibətləri öyrənmək üçün tarixi məlumatlar əsasında hazırlanır. Təlim keçdikdən sonra onlar real vaxt rejimində yeni, daxil olan məlumatlar əsasında proqnozlar və ya qərarlar verə bilərlər.
6. Insight Generation: Bu prosesin son nəticəsi hərəkətə keçə bilən fikirlərdir. Süni intellekt alqoritmləri məhsul və xidmətlərin təkmilləşdirilməsindən tutmuş biznes əməliyyatlarının optimallaşdırılmasına qədər müxtəlif məqsədlər üçün istifadə oluna bilən Big Datadan gizli nümunələri, anomaliyaları, tendensiyaları və proqnozları aşkar edir.

Ədəbiyyat

1. Xu, Bo. "Artificial Intelligence Teaching System and Data Processing Method Based on Big Data." *Complexity* 2021 (May 5, 2021): 1–11
2. Jiang, Xingnan, Yueying Wang, and Bowen Deng. "Application of artificial intelligence in data processing." *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* 914

MƏXSUSİ İDARƏEDİCİNİN MATRİS İMPULSLARI VASİTƏSİLƏ TƏDQİQİ

Mərdanov Misir Cumayıl oğlu, Mirzəlizadə Elmir Tariverdi oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

elmirmirzli@gmail.com

Fərz edək ki, idarə olunan obyekt aşağıdakı tənliklə təsvir olunur:

$$\dot{x} = f(x,u,t),\ x(t_0) = x_{0,}\ t \in T = [t_0, t_1], \tag{1}$$

burada $x = (x_1, x_2,...x_n)'$ obyektin vəziyyətini xarakterizə edən n ölçülüvektor, t-zaman, $u(t) = (u_1(t), u_2(t),...u_r(t))'$ - r ölçülü idarəedici funksiya olub, qiymətləri U çoxluğunadaxil olan və $[t_0, t_1]$ parçasında hissə-hissə kəsilməz funksiyadır:

$$u(t) \in U \subset E_r,\ t \in T. \tag{2}$$

Məsələnin qoyuluşu: T parçasında hissə-hissə kəsilməz, (2) şərtlərini ödəyən $u = u(t)$ funksiyaları içərisindən eləsini tapaq ki, o (1) məsələsinin həlli ilə birlikdə

$$J(u) = \varphi(x(t_1)), \tag{3}$$

funksiolanına ən kicik qiymət versin. Burada E_r-r ölçülü Evklid fəzası, T- verilmiş həqiqi ədəd, $\varphi(x)$- ckalyar, $f(x,u,t)$-isə n ölçülüvektor funksiyadır. Eyni zamanda fərz olunur ki, hər bir hissə-hissə kəsilməz və (2) şərtlərini ödəyən (belə $u = u(t)$ funksiyasına gələcəkdə mümkün idarəedici deyəcəyik) $u = u(t)$, $t \in T$ funksiyasına (1) məsələsinin T parçasında təyin olunmuş yeganə, hissə hissə diferensiallanan uyğun $x = x(t)$ həlli vardır.

Optimal idarəetmə nəzəriyyəsindən məlumdur ki, əgər $u = u(t)$ optimal idarəedici və $x = x(t)$ (1) məsələsinin ona uyğun olan həllidirsə, elə n ölçülü hissə-hissə diferensiallanan $\psi = \psi(t)$ vektor funksiyası vardır ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:

$$\max_{v \in U} H(x(t), \psi(t), v, t) = H(x(t), \psi(t), u(t), t) \ , \tag{4}$$

$$\dot{\psi}(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}(x(t)\psi(t), u(t), t), \qquad \psi(t_1) = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x(t_1)) \ . \tag{5}$$

(5) məsələsinə qoşma məsələ, (4) şərtinə isə maksimum şərti, bütövlükdə bu hökmə isə Pontryaginin maksimum prinsipi deyilir.

Onu da qeyd etmək lazımdır ki, maksimum prinsipi optimallıq üçün zəruri şərtdir. Başqa sözlə əgər $u = u(t)$ optimal idarəedicidirsə, o maksimum şərtini ödəyir, ancaq həmin şərti ödəyən hər bir idarəedici optimal olmaya da bilər.

Təbiətdə elə məsələlərə də rast gəlinir ki, həmin məsələlər üçün (4) maksimum şərti eynilik kimi ödənilir və ondan optimal idarəedicinin tapılması üçün istifadə etmək olmur. Belə hallara məxsusi hal, ona uyğun olan idarəediciyə isə məxsusi idarəedici deyilir.

Təqdim olunan işdə məxsusi idarəedicinin optimallığı üçün matris impulsunun köməyi ilə ikinci tərtib zəruri şərt isbat olunur.

Teorem. Tutaq ki, $f(x,u,t)$, $\varphi(x)$, $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}$ funksiyalar kəsilməzdir və $u = u(t)$ idarəedici funksiyası $t \in \omega \subset T$ hissəsində məxsusi idarəedicidir. Onda $\psi = \psi(t)$ vektor funksiyası və $\Psi = \Psi(t)$ matris funksiyası vardır ki, aşağıdakı şərtlər ödənilir:

1. $T \setminus \omega$ çoxluğunda (4) maksimum şərti;
2.

$$\begin{aligned}
&\Delta_v f'(x(t), u(t), t)\psi(t)\Delta_v f(x(t), u(t), t) + \\
&+ \psi'(t)\frac{\partial \Delta_v f(x(t), u(t), t)}{\partial x}\Delta_v f(x(t), u(t), t) \le 0, \ \ \forall v \in \Phi(t), t \in \omega;
\end{aligned} \tag{6}$$

3. $\psi = \psi(t)$ vektor funksiyası (5) tənliyinin həllidir;
4. $n \times n$ ölçülü $\Psi = \Psi(t)$ matris funksiyası isə

$$\begin{aligned}
&\dot{\Psi}(t) = -\frac{\partial f'}{\partial x}(x(t), u(t), t)\Psi(t) - \Psi(t)\frac{\partial f(x(t), u(t), t)}{\partial x} - \\
&- \Psi'(t)\frac{\partial^2 f(x(t), u(t), t)}{\partial x^2}; \quad \Psi(t_1) = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\left(x(t_1)\right)
\end{aligned}$$

məsələnin həllidir.

Burada $\Delta_v f(x,u,t) \equiv f(x,v,t) - f(x,u,t)$ işarə olunmuşdur.

Ədəbiyyat

1. Р.Габасов, Ф.М.Кириллова, “Особые оптимальные управления”, Изд. "Наука", 1973г. – 256 стр.

İQTİSADİ ARTIMIN DOMAR MODELİNİN AZƏRBAYCAN İQTİSADİYYATI TİMSALINDA REALİZASİYASI

Möhsümov İbrahim Şakir oğlu
Bakı Dövlət Universiteti
mohsumovibrahim9999@gmail.com

DOMAR MODELİ. Domar modeli iqtisadi artımın sadə keyns modeli hesab edilir. Model aşağıdakı şəkildədir:

$$\frac{\Delta Y_t^S}{Y_{t-1}^S} = \sigma * S_y \qquad (1)$$

burada; $\frac{\Delta Y_t^S}{Y_{t-1}^S}$ — t dövründə iqtisadi artımın sürəti; σ — kapitalın son hədd məhsuldarlığı; S_y — yığıma son hədd meylliyidir.

Modelin dəyişənləri – kapitalın son hədd məhsuldarlığı və qənaətə son hədd meylliyi uyğun olaraq aşağıdakı tənliklər əsasında müəyyən olunur:

$$\Delta Y_t = a + \sigma I_t \qquad (2)$$

$$S_t = b + s_y Y_t \qquad (3)$$

burada; ΔY_t — t dövründə buraxılışın artımı; I_t — t dövründə əsas kapitala qoyulan investisiyalar və ya əsas fondların artımı;S_t — t dövründə yığımın həcmi; Y_t — t dövründə buraxılışın həcmi; a, b — sabitlərdir.(bax.[1])

Azərbaycan iqtisadiyyatı üçün Domar modelinin qiymətləndirilməsini nominal göstəricilər əsasında aparaq:

2017-2021-ci il Dövlət Statistika komitəsinin (bax.[2]) nominal göstəriciləri əsasında (2) və (3) tənliklərinin qiymətləndirilməsi nəticəsində alınan ekonometrik modellər aşağıdakı kimi olmuşdur:

2017-2021-ci illər üzrə nominal göstəricilər əsasında qənaətə son hədd meylliyinin hesablanması

1.1. Ümummilli qənaət əsasında

$$\boldsymbol{S = 20212,92 + 0,433812 * Y(4)}$$

$t \qquad (1,330337) \qquad (2,282695)$

$\boldsymbol{R} = 0,796632;\ R^2 = 0,634623;\ R^{*2} = 0,512831; D - W = 1,207165$

2017-2021-ci illər üzrə nominal göstəricilər əsasında kapitalın son hədd məhsuldarlığının hesablanması:

1.2. Balans dəyəri ilə iqtiadiyyatda əsas fondlar əsasında

$$\boldsymbol{\Delta Y_T = 15224,52 + 0,591927 * \Delta K_T(5)}$$

$T \qquad (0,942595) \qquad (-0,658005)$

$\boldsymbol{R} = 0,421851;\ R^2 = 0,177959;\ R^{*2} = -0,233061; D - W = 2,738038$

1.3. Əsas fondlara yönəldilmiş investisiyalar əsasında

$$\boldsymbol{\Delta Y_T = -161999,9 + 6,796167 * I_T(6)}$$

$T \qquad (-1,917617) \qquad (1,987010)$

$\boldsymbol{R} = 0{,}814717;\ R^2 = 0{,}663764;\ R^{*2} = 0{,}495646; D - W = 0{,}922554$

1.4. Bütün mənbələr üzrə ümumi investitsiyalar əsasında

$$\Delta \boldsymbol{Y_m} = \boldsymbol{-43819{,}84 + 3{,}298375 * I_m(7)}$$

$$t \qquad (-0{,}627515) \qquad (0{,}711565)$$

$\boldsymbol{R} = 0{,}449465;\ R^2 = 0{,}202019;\ R^{*2} = -0{,}196972; D - W = 2{,}017785$

1.5. Əsas fondların ümumi yığımı əsasında

$$\Delta \boldsymbol{Y_T} = \boldsymbol{167227{,}1 + 9{,}833875 * I_T(8)}$$

$$t \qquad (1{,}143844) \qquad (-1{,}106278)$$

$\boldsymbol{R} = 0{,}616136;\ R^2 = 0{,}379624, R^{*2} = 0{,}069436; D - W = 2{,}584072$

Ekonometrik modellərin parametrlərinin qiymətlərinin altında mötərizə içərisində yazılmış ədədlər uyğun parametrin t-statistikası, R-korelyasiya əmsalı, R^2-determinasiya əmsalı, R^{*2}-dəqiqləşdirilmiş determinasiya əmsalı, D-W-Darbin-Vatson statistikasıdır. Belə ki, (5)-da 2017-2021-ci illərdə nominal Ümumi Daxili Məhsulun artımının (□$\boldsymbol{Y_t}$) dəyişməsinin yalnız 17,7%-i həmin illərdəki əsas fondların balans dəyərinin dəyişməsi (□$\boldsymbol{K_t}$) hesabına, yerdə qalan 82,3% isə tamamilə nəzərə alınmayan faktorlar hesabına baş vermişdir. Eyni fikri (6)-(8) modelləri haqqında da söyləmək olar. (6)-da 2017-2021-ci illərdə nominal Ümumi Daxili Məhsulun artımının (□$\boldsymbol{Y_t}$) dəyişməsinin yalnız 66,3%-i həmin illərdəki əsas fondlara yönəldilmiş investisiyaların dəyişməsi (□$\boldsymbol{I_t}$) hesabına, yerdə qalan 33,7% isə tamamilə nəzərə alınmayan faktorlar hesabına baş vermişdir. (7)-da 2017-2021-ci illərdə nominal Ümumi Daxili Məhsulun artımının (□$\boldsymbol{Y_m}$) dəyişməsinin yalnız 20,2%-i həmin illərdəki bütün mənbələr üzrə ümumi investitsiyaların dəyişməsi (□$\boldsymbol{I_m}$) hesabına, yerdə qalan 79,8% isə tamamilə nəzərə alınmayan faktorlar hesabına baş vermişdir. (8)-da 2017-2021-ci illərdə nominal Ümumi Daxili Məhsulun artımının (□$\boldsymbol{Y_t}$) dəyişməsinin yalnız 37,9%-i həmin illərdəki əsas fondların ümumi yığımının dəyişməsi (□$\boldsymbol{I_t}$) hesabına, yerdə qalan 62,1% isə tamamilə nəzərə alınmayan faktorlar hesabına baş vermişdir.

Ədəbiyyat

1. Milli iqtisadiyyatın problemləri (I buraxılış), Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası İqtisadiyyat İnstitutu, Bakı – 2005.
2. Azərbaycanin milli hesablari - Statistik məcmuə - Bakı – 2022, 128s

RİYAZİ MODELLƏŞDİRMƏ ÜMUMİ İNTELLEKTUAL BACARIQLARIN MÜHÜM NÖVÜ KİMİ

Namazov Faiq Mirzəli oğlu, Tahirova Gülnarə Mahir qızı,

Məmmədova Aysel Habil qızı

Bakı Dövlət Universiteti

neikoos@yahoo.com

Şagirdlərin öyrənmək fəaliyyətini sürətləndirmək ən mühüm didaktik prinsip-lərdən biridir. İnkişafetdirici təlim şəraitində onun rolu xeyli artmışdır. Modelləş-dirmə elmi idrakın ən mühüm metodu olmaqla, şagirdlərin ətraf aləmi dərketmə fəaliyyətində çox güclu vasitədir.

Orta məktəbdə modelləşdirilmənin öyrənilməsi probleminin tədqiqi ilə V.A.Ştoff, L.M.Fridman, V.V.Davıdov, N.Q.Koçetkova, T.A.İvanova və başqaları məşğul olmuşlar. Bu tədqiqatlarda modelləşdirmədən riyaziyyat təliminin təkmilləşdirilməsiprosüsində istifadənin mümkünlüyü müəyyən edilmişdir. Son vaxtlar modelləşdirmə şagirdlərin yaradıcı dərketmə fəaliyyətini aktivləşdirmək və onların intellektual bacarıqlarını inkişaf etdirmək vasitəsi olduğunu göstərmək istiqamətində tədqiq olunur [1,2].

Qeyd etmək lazımdır ki, modelləşdirmə insan fəaliyyətinin müxtəlif sahələrində geniş tətbiq olunur. Ona görə də orta məktəb, şagirdlərdə modelləşdirmə bacarığını adekvat şəkildə formalaşdırmağa hazır olmalıdır. Modellər şagirdlərin məntiqi təfəkkürünü formalaşdırır, tədris materialını mənimsəməyə kömək edir.

Modelləşdirmə prosesi çoxsaylı fikri əməliyyatı icra etməyi tələb edir (analiz, müqayisə, mühüm əlamətlərin seçilməsini və s.).

Modellərin müxtəlif təsnifatı vardır. Modelləri formasına görə aşağıdakı növlərə ayırmaq olar:

- fiziki model;
- söz modeli (verbal model);
- qrafik model;
- işarələrlə qurulan model (obyekt işarələrlə təsvir olunur).

İşarələrlə qurulan modellərin bir növü riyazi modeldir.

Riyazi model (və ya riyazi təsvir) öyrənilən obyekti və ya hadisəni təsvir edən riyazi münasibətlər sistemidir. Riyazi modelin qurulması prosesini aşağıdakı mərhələlərə bölmək olar:

1) tədqiq olunan obyekt və hadisənin söz modelinin qurulması (problemin məzmunlu qoyuluşu);
2) problemin riyazi qoyuluşu;
3) modelin korrekt olduğunun yoxlanılması;
4) problemin qurulmuş riyazi modeli daxilində həlli metodunun seçilməsi və onun əsaslandırılması;
5) həll alqoritminin qurulması və icrası;
6) alınan nəticələrin adekvatlığının yoxlanılması;
7) modelin praktik tətbiqi.

Riyaziyyatda modelləşdirilən obyekt kimi düsturlar, cəbri tənliklər, diferensial tənliklər, həndəsi fiqurlar, qrafiklər, qraflar və s. göstərilə bilər.

Riyazi modelləşdirmənin aşağıdakı didaktik funksiyalarını göstərmək olar:

1) tədqiq olunan obyektin öyrəniləcək obrazını formalaşdırmaq funksiyası. Bu funksiya öyrənilən obyektin ən qısa və ən əlverişli üsulla mənimsənilməsinə xidmət edir.
2) şagirdin fəaliyyətinə istiqamət vermə funksiyası. Riyazi modelləşdirmə, istiqamətvermə, nəzarətetmə və ünsiyyət fəaliyyətlərini asanlaşdırır. İstiqamət-etmə fəaliyyətinə misal

olaraq verilən tələbləri ödəyən qrafikin qurulmasını, ona əlavə edilməsini göstərmək olar. Nəzarətetmə fəaliyyətinə misal olaraq qurulmuş qrafikdə onu dərslikdə verilmiş qrafiklə müqayisə etməklə tapılan səhvələrin aşkar edilməsini, aparılan çevirmələrdə səhvlərin aşkar edilməsini və s. göstərmək olar.

3) idarəetmə funksiyası. Məlumdur ki, eyni bir obyekti müxtəlif modellərlə təsvir etmək olar. Məsələn, çevrəni mərkəzi və radiusu ilə, koordinat oxlarına görə yazılmış tənliklə, certyoju və ya şəkli ilə ifadə etmək olar.
4) evristika funksiyası; Riyazi model obyekti dərindən öyrənmək imkanı yaradır.
5) diqqətin məqsədəuyğun idarəolunması funksiyası materialın yadda saxlanması və təkrarlanması zamanı diqqətin idarə olunmasına xidmət edir.

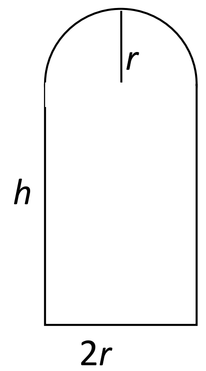
Riyazi modelləşdirmənin bir neçə funksiyasından istifadə etmək şagirdin tədris fəaliyyətinin daha məhsuldar olmasını təmin edə bilər [9]. Konkret məsələnin həlli zamanı riyazi modelləşdirmə prosesinin mərhələləri ilə tanış olaq:

Məsələ. Pəncərənin çərçivəsi yuxarı hissəsi yarım dairə şəklində olan düzbucaqlı formasındadır. Perimetri sabit olan pəncərə hansı ölçülərə malik olduqda ən çox işıq buraxar?

Həlli. I mərhələ. Məsələnin söz modeli yazılmışdır.

II mərhələ. Məsələnin riyazi modelini quraq. Şərtə görə sahəsi ən böyük olan pəncərənin ölcülərini tapmaq tələb olunur. Yarım çevrənin radiusunu r-lə, h-la pəncərənin hündürlüyünü işarə etsək, onda düzbucaqlının oturacağı $2r$ olar. Onda pəncərənin $p = 2r + 2h + \pi r$ olar. Pəncərənin sahəsini S ilə işarə edək. $S = \frac{\pi r^2}{2} + 2hr$ ifadəsini r ilə ifadə etmək daha əlverişlidir:

$$h = \frac{P - (\pi + 2)r}{2}, \quad S = \frac{\pi r^2}{2} + r(P - (\pi + 2)r);$$



$S = \frac{\pi r^2}{2} + \mathrm{Pr} - (\pi + 2)r^2$ qoyulmuş məsələnin riyazi modelidir; $0 < r < \frac{P}{\pi + 2}$.

III mərhələ. Problemin qurulmuş model üçün həlli.

$S = \frac{\pi r^2}{2} + Pr - (\pi + 2)r^2$ funksiyası r- ə nəzərən kvadrat funksiyadır. Bu funksiya özünün ən böyük qiymətini yeganə böhran nöqtəsində alır. Bu nöqtəni tapaq:

$$S'(r) = \pi r + P - 2(\pi + 2)r = 0.$$

Sonuncu münasibətdən $r = \frac{P}{\pi + 4}$ və $h = \frac{P}{\pi + 4}$ taparıq.

IV mərhələ. Alınan nəticəni qoyulmuş məsələnin dilinə köçürək: $r = h$ olduqda pəncərənin sahəsi verilmiş perimetr üçün ən böyük olar.

Qeyd edək ki, məktəb riyaziyyat kursunda riyazi modelləşdirmə prosesinin üç əsas mərhələsi vacib hesab olunur: 1) qoyulmuş məsələni riyazi dilə çevirmək; 2) qu-rulmuş riyazi model daxilində qoyulmuş məsələnin həlli; 3) Alşnan nəticənin qoyul-muş məsələnin dilinə çevirmək.

Şagirdlər bu mərhələlərin hər birinin əhəmiyyətini və mahiyyətini anlamalıdır. Müəllim çalışmalıdır ki, şagirdlər riyazi modelləşdirməni mücərrəd elm sahəsi kimi yoz, ümumi intellektual bacarıqlardan biri kimi mənimsəsinlər.

Ədəbiyyat

1. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. М.: Педагогика, 1977, 289 с.
2. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. М.: ИНТОР, 1996, 544 с.

FIRLANMA SƏTHLƏRİNİN ƏYRİLİKLƏRİ HAQQINDA

Nurməmmədli Aytən Elşən qızı
Bakı Dövlət Universiteti
aytennurmemmedli5@gmail.com

Hər hansı bir müstəvi əyrisinin, onun müstəvisində yerləşən bir düz xətt ətrafında fırlanması ilə əldə edilən səthə fırlanma səthi deyilir.

Tutaq ki, fırlanma səthinin parametrik tənliyi verilib:

$$x = \eta(t)\cos\varphi \qquad y = \eta(t)\sin\varphi \qquad z = \xi(t)$$

I kvadratik forma aşağıdakı kimidir:

$$I = \left(\eta'^2 + \xi'^2\right)dt^2 + \eta^2 d\varphi^2$$

II kvadratik forma isə bu bu şəkildədir.

$$II = \frac{1}{\sqrt{\xi'^2 + \eta'^2}}\left(\eta'\xi'' + \eta''\xi'\right)dt^2 + \eta\xi' d\varphi^2$$

I və II kvadratik formanın köməyilə Qaus və Orta əyriliklərinin ümumi düsturları tapılmışdır.

$$K = \frac{\xi'^2\eta'' + \eta'\xi'\xi''}{\left(\eta'^2 + \xi'^2\right)^2\eta}$$

$$H = \frac{1}{2}\frac{\eta\eta'\xi'' - \eta\eta''\xi' + \eta'^2\xi' + \xi'^3}{\left(\eta'^2 + \xi'^2\right)^{3/2}\cdot\eta}.$$

Ədəbiyyat

1. Səlimov A. Diferensial həndəsə, Ali məktəblər üçün dərs kitabı, BDU Nəşriyyatı, Bakı, 278 s., 2022, ISBN: 978-9952-546-54-5
2. Kreyszig E., Differential Geometry, Dover Publications, Ine, Newyork, 1991.

BÖYÜK ELASTİK-PLASTİK DEFORMASİYALAR VƏ BƏZİ TƏTBİQİ MƏSƏLƏLƏR

Pirməmmədov İlham Teymur oğlu , Camirzəyev Samral Zahid oğlu
Bakı Dövlət Universiteti
pirmamedov@yahoo.com, *samral.camirzeyev@gmail.com*

Elastiki və plastiki materiallar və deformasiya olunan mühitlər üçün sonsuz kiçik, kiçik və sonlu deformasiyalar üçün kinematika və dinamikanın ümumi məsələlərinin həllinə çoxlu sayda məqalələr həsr edilmişdir. Bu işdə təyinedici fiziki qanunlar nəzəriyyəsinin bir sıra ümumi müddəaları təqdim edilir, daha sonra böyük plastik deformasiyalar halında materialların elastoplastik davranışları təsvir etmək üçün həmin fiziki qanunlar konkretləşdirilir. Təyinedici münasibətlərin ümumi qanunları real materialların deformasiya prosessini riyazi ümumi təyinedici nəzəriyyə aparılmış mümkün ekspermentlərin nəticələrinə uyğun gəlməlidir[1]. Əks təqdirdə səhvlərin yaranması, prossesin fiziki mahiyyətinə zidd olan təyinedici münasibətlərə yol açar.

Təyinedici münasibətlər nəzəriyyəsinin tətbiq olunan müddəalarını K.Trusdell[3], A.A.İlyuşin[2], A.İ.Lurye, C.Astarid və C.Maruçin öz monoqrafiyalarında aşağıdakı aksiomlar kimi şərh edirlər:

1. Münasibətlərin tenzorlarla olması prinspi.

Bu şərt yalnız təyinedici münasibətlərə deyil, həm də mexanikanın digər əsas tənliklərinə aiddir. Təyinedici münasibətlər müşahidəçinin kordinat sistemini dəyişməsinə nəzərən invariant olmalıdır. Buütün tenzorlar münasibətdə toplananlar olaraq eyni valentliyə və eyni fiziki ölçülərə malik olmalıdırlar. Yazılışın tenzor formasında olması öyrənilənən hadisəyə məxsus, vacib olanları göstərir, konkret kordinat sistemin seçilməsi ilə bu münasibətlərə daxil olmuş kəmiyyətləri kənarlaşdırılır.

2. Determinizm prinspi.

Aktual konfiqurasiya olan K_t də maddi hissəciyin gərginlik vəziyyəti t zaman anına uyğun olmaqla hesablama konfiqurasiyasında $\overrightarrow{R_0}(\xi^1,\xi^2,\xi^3)$radius vektorlarına malik olur, həmin gərginlik vəziyyəti hərəkətin əvvəlki halı və cisimdə qeyri-mexaniki parametrlərin dəyişməsi t zaman anına qədər olan müddətdə birqiymətli təyin edir. (Qeyri-mexaniki parametrlər olaraq əksər halda tempratur götürülür.) Gərginlik tenzoru $\sigma(\vec{r}(\xi^1,\xi^2,\xi^3;t)$ cismin əvvəlki deformasiya müddətində tempratur dəyişməsinin, hissəciyin maddi kordinatlarının və zaman funksionalı olar. Onun riyazi yazılışı

$$\sigma(\vec{r}(\overrightarrow{R_0};t)=\vec{F}(\chi_t;\theta_t;\xi^1,\xi^2,\xi^3,t)$$

Burada γ_t mexaniki hərəkətin əvvəlki dövrünü göstərir.

Bircins mühitlər üçün təyinedici münasibətlər cismin bütün maddi hissəcikləri üçün eyni olur, hissəciklərin kordinatları (ξ^1, ξ^2, ξ^3) isə təyinedici münasibətlərə daxil olmur. Bəzən sadələşdirmək üçün proses və situasiyada tempratur meydanı əvvəlki xarakteristikası yox baxılan maddi hissəciyin verilmiş anda tempraturunun qiyməti daxil edilir.

3. Lokal təsir prinspi.

Baxılan hissəciyin zamanın ixtiyari anında gərginlik həmin hissəciyin müəyyən kiçik ətrafının deformasiyasının əvvəlki dövründən birqiymətli təyin edilir. Determinizm prinspində istəlinən hissəciyin ixtiyari gərginliyin qiyməti kifayət qədər minimum hesab edilir. Amma lokal təsir prinspində isə bu imkan maddi hissəciklərin qarşılıqlı təsirlərinin bilavasitə kontaktında baş verməsi səbəbinə görə mümkün hesab edilmir. Lokal təsir prinspi qarşılıqlı təsirlərin bircins olması şərtini nəzərə almır. Əksinə gərginliyin deformasiyanın tarixindən asılılığı fərqli maddi hissəciklər üçün müxtəlif ola bilər.

Lokal təsir prinspinin vacib xüsusi halını götürək:

Baxılan hissəciyin yaxın ətrafının deformasiya keçmişi (tarixi) deformasiya qradienti ilə təyin olunur.

Bu o deməkdir ki, aşağıdakı döğrudur:

$$\sigma(\vec{r}(\overrightarrow{R_0};t)) = \vec{F}(\overset{0}{\nabla}\vec{r}(\overrightarrow{R_0};\tau),\ \theta(r,t),t),\ -\infty < \tau \le t \qquad (1)$$

Bu fərziyyə məsələnin ümumiliyini məhdudlaşdırır. Beləki prinspdə deformasiyanın yüksək tərtibli qradientləridə nəzərə alına bilər.

Təyinedici münasibətlərdə deformasiya qradienti materialın yüksək tərtibli dərəcəsini təyin edir. Birinci dərəcəli material sadə materiallardır. A.İ.Luryev və K.Trusdell qeyd edirlər ki, sadə materiallar nəzəriyyəsi tətbiqi əhəmiyyəti olan bütöv mühit mexanikasının nəzəriyyələrini əhatə edir. Beləki, sadə materiallar olaraq yalnız klassik materiallar: Elastiki cisim, elastiki-plastiki cisim , özülü maye və həmdə digər çox cisimlər daxildir. “Sadə olmayan materiallar isə ikinci dərəcəli material olaraq moment gərginliklərin polyar materiallar”. Bu materialların nəzərə alınması vacib hesab edilir.

Bu işdə materialları sadə materiallar olaraq qəbul edəcəyik.

4. Maddi indifferentlik (obyektivlik) prinspi.

Təyinedici münasibətlərin əsas xassələrindən biri bu münasibətlər müşahidəçinin hesablama sistemini, hətta, bu sistem zamandan asılı olmasa belə, dəyişdikdə dəyişməz qalmalıdırlar. Materialların xüsusiyyətinin obyektlivliyi fəzanın izotropluğunu və bircinsliyini nəzərdə tutur: Müşahidəçinin hesablama sistemini dəyişməsi matirealın fiziki xassəsinə təsir etmir. Fəzanın izotropluğu şərti materialın izotropluğu ilə əlaqəli deyil, beləki anizatrop materiallar üçündə bu prinsip doğru ola bilər.

5. Sönən yaddaş prinspi.

Bu prinsipə görə öncəki dövrdəki deformasiyaların cari gərginlik vəziyyətinə təsiri bunları ayıran zaman müddəti böyük olduqca zəifləyir. Bu prinsp təklif olunan nəzəriyyənin ekstirimal yoxlanılmasına imkan verər. Doğurdanda, deformasiyanın bütün tarixi heç vaxt bəlli olmur. Sönən yaddaş prinspi isə sonlu müddətli ekspremenlərin aparılmasına imkan yaradır. Bu müddətin sonunda istəlinən deformasiyanın ekspriment başlayan ana qədər olan qiyməti eksprimentin sonuna uyğun olan gərginliyə təsiri nəzərə alınmayacaq dərəcədə kiçik olur. Bu prinspə əsasən "təbii zaman" anlayışı istəlinən verilmiş material üçün daxil edilə bilər. Bu zaman müddətindən kənarda deformasiya gərginlik vəziyyətinə təsir etmir. Bu zaman müddətindəki gərginlik vəziyyətinə ondan sonrakı müddətdəki deformasiya təsir etmir.

Elastiki cisimlər və özülü mayelər üçün "təbii zaman" sıfıra bərabərdir.

Ədəbiyyat

1. Амензаде Ю.А. Теория упругости- Изд. М., «Высшая школа», -1976, -272 с.
2. Ильющин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. М: Изд-во АН СССР, 1963, 272 с.
3. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. М.: Мир, 1975, 592 с.

DÜZBUCAQLI MEMBRANIN RƏQSİNİN ARAŞDIRILMASI

Qarayeva Afaq

Sumqayıt Dövlət Universiteti

garayevaafaq@gmail.com

Membran çevik sonsuz nazik lövhədir. Burada qəbul edirik ki, onun qalınlığı sabitdir və bircins materialdan hazırlanmışdır. Əgər bu şərtlər daxilində membranın Oxy müstəvisi ilə üst-üstə düşdüyünü qəbul etsək onun hərəkət tənliyini

$$\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial t^2} = a^2\left[\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2}\right] + f(x,y,t) \tag{1}$$

şəklində təyin edə bilərik. Burada $u(x,y,t)$-yerdəyişmə, $a^2 = \frac{\bar{l}_0}{\rho}$ dalğanın yayılma sürətidir. $f(x,y,t)$-xarici təsir qüvvəsidir və məlum hesab olunur.

(1) tənliyi membranın məcburi rəqs tənliyidir. Əgər $f(x,y,t)=0$ olsa, onda (1) tənliyi

$$\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial t^2} = a^2\left[\frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x,y,t)}{\partial y^2}\right] \tag{2}$$

olar. Biz membranın sərbəst rəqs tənliyinin həllini araşdıracağıq. Fərz edək ki, membran düzbucaqlı şəklindədir və aşağıdakı sərhəd şərtləri ödənir:

$$\begin{aligned} &u(x,y,t)\big|_{x=0} = 0;\ u(x,y,t)\big|_{y=0} = 0; \\ &u(x,y,t)\big|_{x=a} = 0;\ u(x,y,t)\big|_{y=b} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Bu şərtlər membranın konturlarının tərpənməz bağlanmasını göstərir. Burada a və b sabit ədədlərdir və membranın ölçülərini təyin edir.

Başlanğıc şərt isə

$$u(x,y,0)=\varphi_1(x,y);\ \frac{\partial u(x,y,0)}{\partial t}=\varphi_2(x,y) \tag{4}$$

şəklində qəbul edək.

Deməli, baxılan məsələnin həlli (2) tənliyinin (3) sərhəd və (4) başlanğıc şərtlərini ödəyən həllinin tapılmasına gətirilir.

Tənliyə dəyişənlərinə ayırma üsulunu tətbiq etsək, yəni həlli

$$u(x,y,t)=T(t)Z(x,y) \tag{5}$$

şəklində axtarsaq, (2) tənliyindən

$$T''(t)+a^2\lambda T(t)=0 \tag{6}$$

$$V''(x)+\chi V(x)=0 \tag{7}$$

$$W''(y)+\mu W(y)=0 \tag{8}$$

tənliklərini alırıq.

Deməli məsələni həll etmək üçün (6) tənliyinin

$$T(t)\big|_{t=0}=\varphi_1(x,y);\ T'(t)\big|_{t=0}=\varphi_2(x,y) \tag{9}$$

şərtlərini ödəyən həllini tapmaq lazımdır.

(7) tənliyinin $V(x)\big|_{x=0}=0;\ V(x)\big|_{x=a}=0$ şərtlərini ödəyən həllini, (8) tənliyinin isə $W(y)\big|_{y=0}=0;\ W(y)\big|_{y=b}=0$ şərtlərini ödəyən tənliyi tapılmalıdır.

Əvvəlcə Laplas çevirməsinin köməy i ilə (6) tənliyini həll edək. əgər Laplasın inteqral çevirməsini (6) tənliyinə tətbiq etsək və (9) şərtlərini nəzərə alsaq, onda operator tənlik aşağıdakı şəkildə olar.

$$\overline{T}(p)-pT(0)-T'(0)+a^2\lambda\overline{T}(p)=0$$

Buradan

$$\overline{T}(p)=\frac{p\varphi_1(x,y)+\varphi_2(x,y)}{p^2+a^2\lambda} \tag{10}$$

alarıq. Əgər Laplasın tərs çevirməsini (10) bərabərliyinə tətbiq etsək, (9) tənliyinin həllini

$$T(t)=\varphi_1(x,y)\cos a\sqrt{\lambda}t+\frac{\varphi_2(x,y)}{a\sqrt{\lambda}}\sin a\sqrt{\lambda}t \tag{11}$$

şəklində təyin edirik. (7) və (8) tənliklərinin həllinin tapılması isə Liuvil-Ştrum məsələsidir və məlumdur, yəni $Z(x,y)=c_{n,m}\sin\frac{\pi n}{a}x\sin\frac{\pi m}{b}y$ şəklində təyin olunur. Onda baxılan məsələnin həlli

$$u(x,y,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\left(A_{nm}\cos\sqrt{\lambda_{nm}}at+B_{nm}\sin\sqrt{\lambda_{nm}}at\right)Z_{nm}(x,y)$$

şəklində təyin olunur.

Burada $c_{n,m}=\sqrt{\frac{n}{ab}};\ \lambda_{nm}=\left(\frac{\pi n}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi m}{b}\right)^2$ işarə edilmişdir.

Ədəbiyyat

1. Л.В. Крылов “Приближенные методы математического анализа”. Ленинград. “Физмат из”. 1964.

2. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский "Уравнение математической физики". Москва. "Наука". 1977.
3. А.Д. Кудрявиев "Курс математического анализа". Москва. "Высшая школа". 1981.
4. 2. Ə.M.Hüseynov. İnteqral tənliklər. Bakı, "Elm", 1978
5. 2. Qurbanov N.T. Laplas çevirməsinin tətbiqləri.- Sumqayıt, "Votum", 2002.
6. Ə.T. Hüseynov "İnteqral tənliklər". Bakı. "Maarif". 1975.
7. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский "Уравнение математической физики". Москва. "Наука". 1977.
8. N.T. Qurbanov "Laplas çevirməsinin tədrisinə aid metodik vəsait". Sumqayıt. "Votum". 2002.

İKİ ÖLÇÜLÜ DALĞA TƏNLİYİ ÜÇÜN BİR QARIŞIQ MƏSƏLƏNİNÜMUMİLƏŞMİŞ HƏLLİNİN VARLIĞI VƏ YEGANƏLİYİ

Qasımov Telman Mehdi oğlu, Hüseynova Xanım Tofiq qızı

Bakı Dövlət Universiteti

qasimov.telman83@mail.ru,xanimh77@gmail.com

Tutaq ki, $Q = \Omega \times [0, T]$, $\Omega = \{0 < x < 1,\ 0 < y < 1\}$ oblastında aşağıdakı kimi məsələ verilmişdir.

$$z_{tt} = z_{xx} + z_{yy} + f(x, y, t) \quad (x, y, t) \in Q \tag{1}$$

$$z(x, y, 0) = z_0(x, y) \quad z_t(x, y, o) = z_1(x, y), \quad (x, y \in \overline{\Omega}) \tag{2}$$

$$\begin{aligned} &z(0, y, t) = 0, \quad z_x(0, y, t) = z_x(1, y, t), \quad 0 \le y \le 1,\ 0 \le t \le T, \\ &z(x, 0, t) = 0, \quad z_y(x, o, t) = z_y(x, 1, t), \quad 0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le T, \end{aligned} \tag{3}$$

burada $f(x, y, t)$, $z_0(x, y)$, $z_1(x, y)$ məlum funksiyalar, $z = z(x, y, t)$ axtarılan funksiyadır.

Təqdim olunan işdə aşağıdakı kimi teorem isbat olunur.

Teorem: Tutaq ki, $z_0(x, y) \in W_{2,0}^1(\overline{\Omega})$, $z_1(x, y) \in L_2(\overline{\Omega})$, $u(x, y, t) \in L_2(\overline{Q})$. Onda (1)-(3) məsələsinin $W_{2,0}^1(\overline{Q})$ sinifinə daxil olan yeganə ümumiləşmiş həlli var.

Ədəbiyyat

3. ИонкинН.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием «Дифферен. Ур-я» 1977, т.XIII, №2, стр.295-304
4. Ладыженская О.А. Смешанная задача для гиперболического уравнения. М., 1953, 280 с.

HOM Lİ CƏBRİNDƏ DİFERENSİALAMAYA ENDOMORFİZMLƏ TƏSİRİN BƏZİ XASSƏLƏRİ

Qasımov Vaqif Əli Muxtar oğlu, Hüseynova Afaq Əziz qızı, Cəfərova Kəmalə Elçin qızı
Bakı Dövlət Universiteti
kavagif@mail.ru, ceferovak678@gmail.com

$HOM\ L\dot{I}$ cəbrləri Li cəbri anlayışının ümumiləşmələrindən biridir. Ümumiyyətlə $HOM\ L\dot{I}$ Cəbri struktur anlayışları qeyri assosiativ cəbri struklarındandır. Bu tip cəbri strukturlar xüsusi sinif vektor meydanları və coxobrazlılar üzərində diferensial hesabı məsələlərini tədqiq edərkən ortaya çıxır.

$HOM\ L\dot{I}$ cəbrində burulma homomorfizminin bəzi xassələrini [1] işində araşdırmışdıq. Li cəbrində $[X,Y]$-Li mötərizəsinə müəyyən təsir etməklə fərqli $HOM\ L\dot{I}$ cəbrlərini əldə etmək olar. Bu təsirlərdən biri diferensial struktur vasitəsi ilə reallaşdırılır. [1] işində məhz belə təsirin bir nümunəsi araşdırılıraq aşağıdakı xassə verilir.

Əgər $(g;\ [\cdot,\cdot];\ \alpha)$ *Hom-Li cəbri* g *-də* $D: g \to g$ *diferensiallanması verilmişsə, onda* $(g;\ [\cdot,\cdot];\ D\circ\alpha)$ *- üçlüyü də Hom-Li cəbridir.*

Li cəbrində Yakobi eyniliyinin deformasiyası-kommutatorun burulması vasitəsi ilə, yəni diferensiallamanın diskretizasiyası ilə alınan multiplikativ deformasiya ümumi qəbul edilmiş

$$D(X,Y) = D(X)Y + XD(Y)$$

Leybnits qaydasının fərqli analogiyalarını doğurur. Sonsuz ölçülü Vitt cəbri, Heyzenberq cəbri və digərlərində Li kommutatoruna müəyyən endomorfizmlə təsir etməklə yuxarıda qeyd olunan deformasiya kommutatorun burulmasını müşahidə edə bilərik. Li cəbrinin daşıyıcısı hamar çoxobrazlıdır. Li cəbrlərinin homomorfizmlərində bu məsələni araşdırmaq üçün əvvəlcə hamar çoxobrazlıların inikasları üçün araşdıraq. Tutaq ki, A,B,C hamar coxobrazlıları və $g: A\times C \to B$ hamar inikası verilmişdir, belə ki, $\forall c\in C$ üçün yeni $g_c : A \to B$ inikası

$$g_c(a) = g(a,c) \quad (*)$$

düsturu ilə təyin olunur. Fərz edək ki, $g_c : A \to B$ inikası A hamar çoxobrazlısının B hamar çoxobrazlısına difeomorfizmidir.

$\forall (b,c)\in B\times C$ üçün $h: B\times C \to A$ inikasını

$$h(b,c) = g_c^{-1}(b) \quad (**)$$

düsturu ilə təyin edək. Məlumdur ki, yuxarıdakı şərtlər daxilində $h: B\times C \to A$ inikası hamardır [2], [3].

Hər bir $(a,c)\in A\times C$ nöqtəsi üçün $g: A\times C \to B$ hamar inikası aşağıdakı

$$\mathrm{T}: \mathrm{T_a}\,(\mathrm{A}) \oplus \mathrm{T_c}\,(\mathrm{C}) \to \mathrm{T_b}\,(\mathrm{B}) \oplus \mathrm{T_c}\,(\mathrm{C}) \quad (1)$$

xətti inikasına baxaq, burada $b = g(a,c)$. Qeyd edək ki, $T_x(X)\oplus T_y(Y)$ ilə toxunan fəzaların düz cəmi işarə edilmişdir. (1) inikası $(\alpha,\beta,\gamma,\delta)$ dördlüyü ilə verilir: burada,

$\alpha = T_a(A) \to T_b(B)$, $\beta = T_c(C) \to T_b(B)$, $\gamma = T_a(A) \to T_c(C)$ və $\delta = T_c(C) \to T_c(C)$ inikasları müvafiq xətti inikaslardır. Yeni inikasları uygun olaraq (*) və (**) inikasları vasitəsi ilə təyin edək:

$G: A \times C \to B \times C$ inikası; $G(a,c) = (g(a), c)$;

$H: B \times C \to A \times C$ inikası $H(b,c) = (g_c^{-1}(b), c)$.

Xassə. $G: A \times C \to B \times C$ inikasının diferensialı (1) inikasını təyin edən $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ dördlüyü ilə təyin olunur.

Ədəbiyyat

1. V.Ə. Qasımov, A.Ə. Hüseynova, K.E. Cəfərova. Hom Li cəbrində burulma homomorfizminin bir xassəsi, Akademik İ.İbrahimovun anadan olmasının 110 illik yubileyinə həsr olunmuş Funksional analiz,funksiyalar nəzəriyyəsi və onların tətbiqlər mövzusunda Respublika Elmi Konfransının materialları., 29-29 noyabr 2022, Bakı ş. Səh.206-207.
2. N. Jacobson, Li algebras, İnterscience Publishers New York-London 1961.
3. Хамфрис Дж. Введение в теорию алгебр Ли и их представлений — М.: МЦНМО, 2003.

PARALELOQRAMIN XASSƏLƏRİNİN ÖYRƏDİLMƏSİ METODİKASI

Qasımov Elmağa Ağaqasım oğlu, Hacızadə Vüsalə Laçın qızı

Bakı Dövlət Universiteti

gasymov-elmagha@rambler.ru

Fərz edək ki, bizə $ABCD$ fəza dördbucaqlısı verilib (şəkil 1).

Teorem. Verilmiş $ABCD$ fəza dördbucaqlısının paraleloqram olması üçün zəruri və kafi şərt:

i) onun qarşı tərəfləri bərabər olmalıdır:

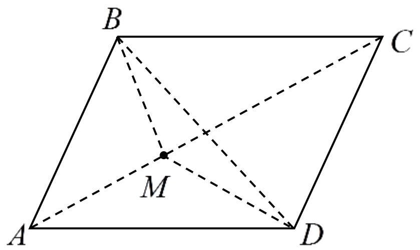
$$AB = CD = a; \;\; AD = BC = b \qquad (1)$$

(a və b müəyyən müsbət ədədlərdir);

ii) onun diaqonallarının kvadratlarının cəmi tərəflərinin kvadratlarının cəminə bərabər olmalıdır:

$$AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2, \qquad (2)$$

şərtlərinin ödənməsidir.



Şəkil 1.

İsbatı. Zərurilik. Fərz edək ki, verilmiş $ABCD$ dördbucaqlısı paraleloqramdır. Onda orta məktəb həndəsə kursundan (1) və (2) düsturlarının doğruluğu məlumdur.

Kafilik. Göstərək ki, əgər (1) və (2) düsturları doğrudursa, onda $ABCD$ fəza dördbucaqlısı müstəvi fiqur olan paraleloqramdır. Yəni sübut etmək lazımdır ki, bu halda dördbucaqlının bütün təpələri ($A; B; C; D$ - nöqtələri) eyni bir müstəvi üzərində yerləşir.

Əksini fərz edək: yəni fərz edək ki, elə $ABCD$ fəza dördbucaqlısı var ki, onun üçün i) və ii) şərtləri ödənir, lakin bu dörd A, B, C, D - nöqtələri eyni bir müstəvi üzərində deyil. i) şərtindən çıxır ki, (üçbucaqların bərabərliklərinin 3-cü əlamətinə görə)

$$\Delta ABC = \Delta CDA. \tag{3}$$

ABC üçbucağının yerləşdiyi müstəvini π ilə işarə edək (belə müstəvi var və yeganədir). Fərziyyəmizə görə D nöqtəsi π müstəvisinə aid deyil, deməli BD parçası π müstəvisinə aid deyil. AC parçasının orta nöqtəsini M ilə işarə edək:

$$AM = MC. \tag{4}$$

Fərziyyəmizdən çıxır ki, M nöqtəsi BD parçasına aid deyil və deməli MBD fiquru müstəvi üçbucaqdır. Ona görə

$$BD < BM + DM \tag{5}$$

olmalıdır.

BM parçası ABC üçbucağının, DM parçası isə CDA üçbucağının medianıdır:
Median üçün məlum düstura görə

$$BM = \frac{1}{2}\sqrt{2AB^2 + 2BC^2 - AC^2}$$

olur. Buradan

$$BM = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - AC^2}\,. \tag{6}$$

(3) bərabərliyinə əsasən

$$DM = BM \tag{7}$$

bərabərliyi ödənir.

(7)-ni (5)-də nəzərə alsaq

$$BD < 2BM \tag{8}$$

olur. Buradan

$$BD^2 < 4BM^2 \tag{9}$$

bərabərsizliyini alırıq.

(6) düsturunu (9) bərabərsizliyində nəzərə alsaq

$$BD^2 < 4 \cdot \frac{1}{4}(2a^2 + 2b^2 - AC^2)$$

olar. Buradan

$$AC^2 + BD^2 < 2a^2 + 2b^2\,. \tag{10}$$

(10) bərabərsizliyi (2) bərabərliyinə ziddir. Bu isə bizim fərziyyəmizin doğru olmadığını göstərir. Yəni, D nöqtəsinin π müstəvisi üzərində yerləşmədiyi fərziyyəsinin yalan olduğunu göstərir.

Beləliklə, biz göstərdik ki, əgər i) və ii) şərtləri ödənirsə, onda $ABCD$ dördbucaqlısı müstəvi dördbucaqlısıdır və (1) şərtləridə ödəndiyi üçün bu müstəvi dördbucaqlısı paraleloqram olacaq.

Teorem isbat olundu.

İNTEQRAL SƏRHƏD ŞƏRTLİ BİR DİFERENSİAL OPERATORUN SPEKTRAL XASSƏLƏRİ

Qasımov Telman Benser oğlu, Tağıyeva Reyhan Calal qızı, İbrahimli Katya İbrahim qızı
Bakı Dövlət Universiteti
telmankasumov@rambler.ru , reyhanabasli2015@gmail.com ,
ibrahimlikatya@gmail.com

Təqdim olunan işdə $L_P(0,1)$, $1 < p < \infty$, fəzasında ikinci tərtib

$$l(y) = -y'' + q(x)y \tag{1}$$

diferensial ifadəsi və

$$U_\nu(y) = \int_0^1 g_\nu(t)y(t)dt = 0, \qquad \nu = 1,2, \tag{2}$$

inteqral sərhəd şərtləri ilə təyin olunan L diferensial operatoruna baxılır; burada $q(x) \in L_1(0,1)$, $g_1(t), g_2(t) \in C[0,1]$. $\delta = g_1(0)g_2(1) - g_1(1)g_2(0)$ işarə edək.

Tərif. Əgər $g_1(t)$ və $g_2(t)$ funksiyaları xətti asılı deyilsə və $\delta \neq 0$ şərti ödənərsə, onda (2) sərhəd şərtlərinə requlyar sərhəd şərtləri deyəcəyik. Əgər xarakteristik determinantın sıfırları asimptotik sadə və ayrılmış olarlarsa, onda onda (2) sərhəd şərtlərinə güclü requlyar sərhəd şərtləri deyəcəyik.

Aşağıdakı fəzanı daxil edək:

$$\mathfrak{X} = \{y \in L_P(0,1): U_1(y) = U_2(y) = 0\}.$$

Aydındır ki, $\mathfrak{X}$ fəzası $L_P(0,1)$ fəzasının koölçüsü 2 olan altfəzasıdır. $\mathfrak{X}$ fəzasında L operatorunu belə edək: $D(L) = \{y \in W_p^2(0,1) \cap \mathfrak{X}: l(y) \in \mathfrak{X}\}$ və $y \in L$ olduqda $Ly = l(y)$. Onda L operatoru $\mathfrak{X}$ –də təyin oblastı hər yerdə sıx qapalı operator, onun $R(\lambda, L) = (L - \lambda I)^{-1}$ rezolventi isə $\mathfrak{X}$ –də təsir edən kompakt operator olacaqdır. Aşağıdakı teoremlər doğrudur.

Teorem 1. Kompleks λ- müstəvisində müəyyən şüalar üzərində $|\lambda|$ −nın kifayət qədər böyük qiymətlərində aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:

$$\| R(\lambda, L) \| \leq \frac{C}{|\lambda|}.$$

Teorem 2. Əgər (2) sərhəd şərtləri requlyardırsa, onda L operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi $\mathfrak{X}$ fəzasında mötərizəli bazis, sərhəd şərtləri güclü requlyar olduqda isə adi bazis təşkil edir.

Teorem 1-ə əsasən λ_0 müsbət ədədini elə seçmək olar ki, $A = L - \lambda_0 I$ operatoru pozitiv operator olar. Onda məlumdur ki, A operatorunun A^z kompleks qüvvətlərini təyin etmək olar (bax [1]) və $A^z, -\infty < Rez < 0$, kompleks qüvvətləri sol yarımmüstəvidə analitik olan, güclü kəsilməz yarımqrup təşkil edər. Bundan başqa A^z kompleks qüvvətləri üçün $\| A^z \| \leq Ce^{\pi|Imz|}, -\infty < Rez < 0$, qiymətləndirməsi doğrudur; burada C sabiti z- dən asılı deyil. Buradan xüsusi halda alırıq ki, A operatorunun $A^{i\beta}$ sırf xəyali qüvvətləri üçün

$\| A^{i\beta} \| \leq Ce^{\pi|\beta|}, -\infty < \beta < \infty$, qiymətləndirməsi doğrudur. Onda [2] işinin nəticələrinə əsaslanaraq aşağıdakı teoremin doğruluğunu alırıq.

Teorem 3. Kompleks qüvvətlərin təyin oblastları üçün aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$\mathrm{D}\left(\mathrm{A}^{\theta+i\beta}\right) = [\mathfrak{X}, \mathrm{D}(\mathrm{L})]_{\theta}, 0 < \theta < 1, -\infty < \beta < \infty,$$

burada $[\ ,\ ]_{\theta}$ ilə kompleks metoda uyğun olan interpolyasiya fəzaları işarə edilib.

Nəticə. Əgər (2) sərhəd şərtləri requlyardırsa, onda L operatorunun məxsusi və qoşulmuş funksiyaları sistemi $\mathfrak{X}_{\theta} = [\mathfrak{X}, \mathrm{D}(\mathrm{L})]_{\theta}, 0 < \theta < 1$, fəzalarında mötərizəli bazis, sərhəd şərtləri güclü requlyar olduqda isə adi bazis təşkil edir.

Qeyd edək ki, oxşar məsələlər [3,4] işlərində də tədqiq olunmuşdur.

Bu iş Azərbaycan Elm Fondunun maliyyə dəstəyi ilə yerinə yetirilmişdir-**Qrant No AEF-MCG-2023-1(43)-13/06/1-M-06**

Ədəbiyyat

1. Крейн С.Г. Линейные дифференциальные операторы в банаховом пространстве. М.: «Наука», 1967. 464 с.
2. Seeley R. Norms and domains of complex powers $\mathrm{A}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{z}}$ //Amer.J.Math. 1971., V.93, p.299-309.
3. Сенцов Ю.Г. Матем. заметки. 1999, т.65, вып.6, с.948-952.
4. Gallardo J. Rocky Mountain J. Math. 2000, v.30, No4, p.1265-1291.

GECİKƏN ARQUMENTLİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR ÜÇÜN KOŞİ MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİNİN VARLIĞI VƏ YEGANƏLİYİ

Qasımov Telman Mehdi oğlu, Hüseynova Xanım Tofiq qızı, Əmrahlı Fatimə Ziya qızı

Bakı Dövlət Universiteti

qasimov.telman83@mail.ru

Tutaq ki, gecikən arqumentli

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)), x(t-\tau(t)),\ \ t > t_0 \tag{1}$$

tənliyinin

$$x(t) = \varphi_0(t),\ t \in E_{t_0}, \tag{2}$$

başlanğıc şərtini ödəyən həllini tapmaq tələb olunur, burada $E_{t_0} = \{z : z = t - \tau(t) < t_o,\ \ t_0 < t < T\}$.

Təqdim olunan işdə aşağıdakı kimi teorem isbat olunur:

Teorem. Tutaq ki,

1) $\varphi_0(t)$ başlanğıc funksiyası E_{t_0} çoxluğunda kəsilməzdir;

2) Müəyyən $h > 0$ ədədi üçün $\tau(t)$ funksiyası $\left[t_{o,} t_o + h\right]$ parçasında kəsilməzdir və $\tau(t) \geq 0$;

3) $f(t, x, y)$ funksiyası qapalı

$$D=\{t_o \le t \le t_0 + h,\ \ \varphi_0(t_o) - b \le x \le \varphi_0(t_o) + b,$$

$$\varphi_0(t_o) - b \le y \le \varphi_0(t_o) + b\}$$

oblastında kəsilməzdir və x, y arqumentlərinə nəzərən Lipşis şərtini ödəyir.

$$|\, f(t,x,y) - f(t,x_1,y_1)| \le L\big[|x - x_1| + |y - y_1|\big]$$

Onda (1), (2) məsələsinin $[t_{o,} t_o + \alpha]$ parçasında təyin olunan yeganə həlli var, burada $\alpha = \min\left\{h, \dfrac{b}{M}\right\},\ M = \max\limits_D |\, f(t,x,y)|.$

Teoremin isbatı sıxılmış inikas prinsipinin köməyi ilə aparılır.

Ədəbiyyat

5. Р.З.Беллман, К.Л.Кук, Дифференциально-разностных уравнения. Москва: Мир 1967, 548с.
6. Крамер Г.Д. Об управлении линейными системами с запаздыванием// Механика 2003 № 4.

KƏSİLMƏ NÖQTƏSİNƏ MALİK BİR SPEKTRAL MƏSƏLƏNİN MƏXSUSİ FUNKSİYALARININ LEBEQ VƏ ÇƏKİLİ LEBEQ FƏZALARINDA BAZİSLİYİ

Qasımov Telman Benser oğlu, Əliyeva Zəhra Elşən qızı
Bakı Dövlət Universiteti
telmankasumov@rambler.ru, eliyevazehra2001@gmail.com

Aşağıdakı spektral məsələyə baxılır:

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, \qquad x \in \left(0;\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2};1\right) \tag{1}$$

$$\begin{cases} y'(0) = y'(1) = 0 \\ y\left(\dfrac{1}{2} - 0\right) = ay\left(\dfrac{1}{2} + 0\right) \\ y'\left(\dfrac{1}{2} - 0\right) = by'\left(\dfrac{1}{2} + 0\right) \end{cases} \tag{2}$$

burada λ spektral parametrdir, a və b isə $a + b \ne 0$ şərtini ödəyən ixtiyari kompleks ədədlərdir. Bu tipli spektral məsələlərin məxsusi funksiyalarının bazislik xassələri daha ümumi şəkildə [1,2] işlərində öyrənilmişdir. Xüsusi halda [1] işindən çıxır ki, (1), (2) məsələsinin məxsusi funksiyaları sistemi $L_2(0;1)$ fəzasında Riss bazisi, [2] işindən çıxır ki, bu sistem $L_p(0;1),\ \ 1 < p < \infty,$ fəzasında bazis əmələ gətirir.

Bu işdə (1), (2) məsələsinin Lebeq və çəkili Lebeq fəzalarında ekvivalent bazisliyi haqqında teoremlər isbat edilmişdir. $Z^+ = N \cup \{0\}$ işarə edək.

Teorem 1. (1), (2) məsələsinin məxsusi ədədləri $\lambda_n = (\pi n)^2, \quad n \in Z^+$, şəklindədir. λ_{2k}, $k \in Z^+$ məxsusi ədədlərinə uyğun məxsusi funksiyalar

$$y_{2k}(x) = \begin{cases} a\cos 2\pi kx, & x \in \left(0; \dfrac{1}{2}\right) \\ \\ \cos 2\pi kx, & x \in \left(\dfrac{1}{2}; 1\right) \end{cases}$$

şəklində, $\lambda_{2k+1}, k \in Z^+$ məxsusi ədədlərinə uyğun məxsusi funksiyalar isə

$$y_{2k+1}(x) = \begin{cases} b\cos(2k+1)\pi x, & x \in \left(0; \dfrac{1}{2}\right) \\ \\ \cos(2k+1)\pi x, & x \in \left(\dfrac{1}{2}; 1\right) \end{cases}$$

şəklindədirlər.

Xatırladaq ki, Banax fəzasında verilmiş iki sistem o zaman ekvivalent adlanırlar ki, özü və tərsi məhdud olan elə operator olsun ki, bu sistemlərdən birini digərinə çevirsin.

Teorem 2. (1), (2) məsələsinin $\{y_n(x)_{n\in Z^+}\}$ məxsusi funksiyalar sistemi $L_p(0;1), \quad 1 < p < \infty$, fəzasında $\{\cos \pi nx\}_{n\in Z^+}$ triqonometrik sisteminə ekvivalent bazis əmələ gətirir.

Tutaq ki, X Banax fəzası, $\{x_n\}_{n\in Z^+}$ bu fəzada bazis, $\{x_n^*\}_{n\in Z^+} \subset X^*$ isə onun biortoqonal qoşma sistemidir. Əgər, $\exists \ C > 0, \ \exists \ r \in (1;+\infty) \quad \forall \ x \in X$

$$\left(\sum_{n=0}^{\infty} \left| < x; \ x_n^* > \right|^r\right)^{\frac{1}{r}} \le C\|x\|$$

şərti ödənərsə, $\{x_n\}_{n\in Z^+}$ sistemi r - bazis adlanır.

Nəticə1. $\{y_n(x)_{n\in Z^+}\}$ sistemi $L_p(0;1), \quad 1 < p < \infty$, fəzasında r - bazis təşkil edir; burada $r = \max\{p, q\}, \ \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = 1.$

Nəticə 2. $p = 2$ olduqla, $\{y_n(x)_{n\in Z^+}\}$ sistemi $L_p(0;1)$ fəzasında Riss bazisi əmələ gətirir.

Tutaq ki, $L_{p,w}(0;1), \quad 1 < p < \infty$,

$$\| f \|_{L_{p,w}} = \left(\int_0^1 | f(x)|^p w(x)dx\right)^{\frac{1}{p}}$$

Norması ilə verilən çəkilən Lebeq fəzasıdır; fərz edək ki, $w(x)$ çəki funksiyası Makenhaupt şərtini ödəyir: $w(x) \in A_p$ [3].

Teorem 3. (1), (2) məsələsinin $\{y_n(x)_{n\in Z^+}\}$ məxsusi funksiyalar sistemi $L_{p,w}(0;1)$, çəkili Lebeq fəzasında $\{\cos \pi nx\}_{n\in Z^+}$ triqonometrik sisteminə ekvivalent bazis əmələ gətirir.

Ədəbiyyat

1. Муравей Л.А. Базисы Рисса в $L_2(-1,1)$ // Граничные задачи для дифференциальных уравнений, Сборник работ. Тр. МИАН СССР, 91, 1967, с.113-135; Proc. Steklov Inst. Math. 91(1967) p.117-136.
2. Касумов Т.Б. Дробные степени разрывных квазидифференциальных операторов и теоремы о базисности // Рук.деп. в ВИНИТИ 16.121987, N 8902, 74 с.
3. Hunt R. Muckenhoupt B., Wheeden R. Weighted norm inequalities for the conjugate function and Hilbert transform // Trans. of AMS V.176(1973), p.227-251.

CƏBR VƏ KOCƏBR ANLAYIŞLARININ İKLİYİ

Qasımov Vaqif Əli-Muxtar oğlu, Hüseynova Afaq Əziz qızı

Bakı Dövlət Universiteti

kavagif@mail.ru

Binar cəbri strukturlar binar cəbri əməl anlayışına əsaslanır. Hər hansı A çoxluğunda cəbri əməl $\mu: A \times A \to A$ inikasının verilməsi ilə müəyyən olunur. μ inikasının assosiativliyi şərti $\mu(x, \mu(y,z)) = \mu(\mu(x,y), z)$ aşağıdakı

$\mu \circ id: A \times A \times A \to A \times A$ inikası ilə $\mu: A \times A \to A$ inikasının

və $id \circ \mu: A \times A \times A \to A \times A$ inikası ilə $\mu: A \times A \to A$ inikasının

$(\mu \circ id) \circ \mu$ və $(id \circ \mu) \circ \mu$ kompozisiyalarının bərabər olması ilə verilə bilər:

$$(\mu \circ id) \circ \mu = (id \circ \mu) \circ \mu \ (1).$$

Eyni qayda ilə, vahidin varlığı şərti elə $e: A \to A$ inikasının verilməsini tələb edir ki, $e \circ id: A \times A \to A \times A$ və $id \circ e: A \times A \to A \times A$ inikaslarının μ inikası ilə uyğun $\mu \circ (id \circ e)$ və $\mu \circ (e \circ id)$ kompozisiyaları bərabər olsun

$$\mu \circ (id \circ e) = \mu \circ (e \circ id) \ (2).$$

Komutativlik şərtini isə yerdəyişmə inikasının köməyi ilə vermək olar:

$\pi: A \times A \to A \times A$ inikası $\pi(x,y) = (y,x)$ qaydası ilə təyin olunur.

Onda $\pi: A \times A \to A \times A$ inikası ilə $\mu: A \times A \to A$ inikasının kompozisiyası üçün $\mu \circ \pi = \mu$ (3) şərtinin ödənməsi tələb olunur.

Əgər biz $\mathbb{k}$ meydanı üzərində verilmiş cəbrdə vahidin varlığını tələb etmək istəyiriksə onda yuxarıda deyilənlərə müəyyən $\varepsilon: \mathbb{k} \to A$ inikasının verilməsini də əlavə etmək lazımdır. Belə ki, $\varepsilon \circ id: \mathbb{k} \times A \to A \times A$ və $id \circ \varepsilon: A \times \mathbb{k} \to A \times A$ inikaslarının $\mu: A \times A \to A$ inikası ilə $\mu \circ (\varepsilon \circ id)$ və $\mu \circ (id \circ \varepsilon)$ kompozisiyaları müvafiq olaraq

$$\mu \circ (\varepsilon \circ id) : \mathbb{k} \times A \simeq A \text{ və } \mu \circ (id \circ \varepsilon): A \times \mathbb{k} \simeq A \ (4)$$

izomorfizmləri ilə üst-üstə düşür. Beləliklə, $\mathbb{k}$ meydanı üzərində A cəbri yuxarıdakı şərtləri ödəyən $(A; \mu, \varepsilon)$ üçlüyünə deyilir.

Indi isə, kocəbrlər üçün qeyd olunan şərtlərin necə dəyişəcəyini göstərək. Kocəbr $\mathbb{k}$ meydanı üzərində verilmiş H fəzası, $\Phi: H \to H \times H$ kohasili və $c: H \to \mathbb{k}$ inikasları ilə verilən $(H; \Phi, c)$ üçlüyünə deyilir, belə ki, Φ kohasili və c kovahidi üçün 1-4 şərtlərinə ikili olan şərtlərin ödənməsi tələb olunur. Bu şərtlərdən bəziləri aşağıdakı şəkildədir:

$$(id \circ \Phi) \circ \Phi = (\Phi \circ id) \circ \Phi \quad (1^*)$$

koasosiativlik şərti (1) şərti ilə ikilidir.

$$(id \times c) \circ \Phi \simeq H \text{ və } (c \times id) \circ \Phi \simeq H \ (4^*)$$

kovahidin varlığı şərti (4*) şərti ilə ikilidir.

$\mathbb{k}$ meydanı öz üzərində cəbr təşkil etdiyi kimi, həm də kocəbrdir. Bu $(\mathbb{k}; \Phi, c)$ cəbrində $c(1) = 1$şərti ödənir [1].

Teorem. Sonluölçülü cəbrə ikili olan fəza kocəbr strukturuna malikdir.

Ədəbiyyat

1. R.M.Switzer, Algebraic topology-homotopy and homology., Springer-Verlag.,1975

İZİ SIFIR OLAN MATRİSLƏR CƏBRİNİN $\mathfrak{sl}(2)$ Lİ CƏBRİNİN BƏZİ XASSƏLƏRİ

Qasımov Vaqif Əli-Muxtar oğlu, Əhmədova Nigar Sabit qızı
Bakı Dövlət Universiteti
kavagif@mail.ru

Li qruplarının təsnifatı məsələsi Li cəbrlərinin təsnifatı ilə sıx əlaqədədir. Ümumən bu əlaqələr Li nəzəriyyəsinə əsaslanır.

Li Teoremi. *Hər bir Li cəbri müəyyən local Li qrupunun Li cəbridir.*

Məsələn, Li nəzəriyyəsinə görə $\mathfrak{gl}(n,\mathbb{C})$ Li cəbri $GL(n,\mathbb{C})$ ümumi xətti qrupuna, $\mathfrak{sl}(n,\mathbb{C})$ Li cəbri $SL(n,\mathbb{C})$ xüsusi xətti qrupuna, $\mathfrak{ol}(n,\mathbb{C})$ Li cəbri $OL(n,\mathbb{C})$ ortoqonal qrupuna uyğun gəlir. Daha doğrusu, əgər $\mathfrak{g}$ Li qrupunun Li cəbrini $\mathcal{L}(\mathfrak{g})$ ilə işarə etsək, onda $\mathcal{L}(GL(n,\mathbb{C})) = \mathfrak{gl}(n,\mathbb{C})$, $\mathcal{L}(SL(n,\mathbb{C})) = \mathfrak{sl}(n,\mathbb{C})$, $\mathcal{L}(OL(n,\mathbb{C})) = \mathfrak{ol}(n,\mathbb{C})$ münasibətlərini alarıq. Lokal Li qrupu isə, öz Li cəbri ilə müəyyən izomorfizm dəqiqliyi ilə müəyyən olunur. Buna səbəb isə aşağıdakı faktdır:

G və H lokal Li qruplarının uyğun Li cəbrlərinin hər hansı $\varphi: \mathcal{L}(G) \longrightarrow \mathcal{L}(H)$ homomorfizmi $\varphi = (df)_e$ şəklindədir, burada f bu lokal Li qruplarının müəyyən $f: G \longrightarrow H$ homomorfizmidir.

İstinad etdiyimiz fakt Li cəbrləri və Li qruplarının uygun fəzalarda diferensiallama operatoru ilə sıx əlaqədə olduğunu nümayiş etdirir. Məqsəd bu nəticələrin kateqoriya və funktorlar nəzəriyyəsinin dilində analoqlarını almaqdır. Məsələn Xoxşild kohomologiyaları üçün aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem. $\mathbb{R}[G]$ qrup cəbrinin Xoxşild kohomologiyaları daşıyıcıları G qrupunun $\mathcal{G}_r$ qruppoidinə qoşulmuş təsirinin $B\mathcal{G}_r$ təsnifat fəzasının $(\mathcal{B}\mathcal{G}_r)^{[n]}$ n −skeletlərində doğurduğu kohomologiyalarna izomorfdur:

$${}_H H^n(\mathbb{R}[G]) \approx H^n{}_{\Phi_n}(B\mathcal{G}_r\,; \mathbb{R}).$$

Burada qeyd edək ki, Li qrupları lokal qruplara aid nümunə olaraq qlobal Li qrupları sinfindən daha genişdir və onlar üçün yuxarıdakı teoremin hökmü daha zəif şəkildə olacaq.

Hər bir $\mathfrak{g}$ $Li\ c\text{ə}bri$ ilə müəyyən $U(\mathfrak{g})$ –universal bürüyən cəbri əlaqələndirmək olar. $\mathfrak{g}$ -nin $T(\mathfrak{g})$ tenzor cəbrinin $ab - ba - [a, b]$ şəklində olan bütün elementlərinin doğurduğu idealı $I(\mathfrak{g})$ ilə işarə edək, burada $a, b \in \mathfrak{g}$. $T(\mathfrak{g})$ cəbrinin $I(\mathfrak{g})$ idealına nəzərən faktor cəbri $T(\mathfrak{g})$ ilə işarə olunur və $\mathfrak{g}$ Li cəbrinin universal bürüyən cəbri adlanır. $\mathfrak{g}$ $Li\ c\text{ə}bri$nin Universal bürüyən cəbrini $U(\mathfrak{g})$ ilə işarə edirlər: $U(\mathfrak{g}) = T(\mathfrak{g})\ /\ I(\mathfrak{g})$.

$\mathcal{Algebra}$ və $\mathcal{LeeAlgebra}$ ilə müvafiq olaraq cəbrlər və Li cəbləri kateqoriyalarını işarə ədək. Onda bu iki koteqoriyanın morfizmləri arasında aşağıdakı uyğunluq doğrudur.

Teorem. Əgər $\mathfrak{g}$ Li cəbri və istənilən assosiativ A cəbri verilmişsə, onda $\mathfrak{g}$ Li cəbrindən A cəbrinə uyğun $\mathcal{L}(A)$ Li cəbrinə təsir edən bütün $Hom_{\mathcal{LeeAlgebra}}(\mathfrak{g}, \mathcal{L}(A))$ morfizmlər çoxluğu ilə $\mathfrak{g}$ $Li\ c\text{ə}bri$nin Universal bürüyən $U(\mathfrak{g})$ cəbrindən A cəbrinə təsir edən bütün $Hom_{\mathcal{Algebra}}(U(\mathfrak{g}), A)$ morfizmlər çoxluğu biyektivdirlər.

Ədəbiyyat

1. N. Jacobson, Li algebras, İnterscience Publishers New York-London 1961.
2. Хамфрис Дж. Введение в теорию алгебр Ли и их представлений — М.: МЦНМО, 2003.

BÜKÜLMƏ NÖV İNTEQRAL TƏNLİKLƏRİN HƏLLİNİN ARAŞDIRILMASI

Qədirli Nigar Azad qızı, Mirzəxanlı Çinarə Məhəmməd qızı

Sumqayıt Dövlət Universiteti

cinaremirzexanli@gmail.com

Müasir dövrdə tətbiqi məsələlərin həlli inteqeral tənliklərin həllinə gətirildiyindən onların həllinin tətqiqi aktuallıq kəsb edir. Ona görədə işdə bükülmnə tip inteqral tənliyin həlli tədqiq edilir.

Bükülmə tip inteqral tənlik Volterra tipli tənliyə aiddir və ikinci növ bükülmə tip inteqral tənlik aşağıdakı şəkildədir.

$$u(t) = \int_0^t K(t-\xi)u(\xi)d\xi + F(t) \tag{1}$$

Burada $u(t)$-axtarılan funksiya, $K(t)$ və $F(t)$ verilmiş funksiyalardır. $K(t)$-tənliyin nüvəsi adlanır, $F(t)$-isə sərbəst həddir.

Fərz edək ki, (1) tənliyinə daxil olan funksiyalar Laplasın inteqral çevirməsinin şərtlərini ödəyir. Onda Laplas çevirməsini (1) tənliyinə tətbiq etsək, və funksiyalar bağlısından istifadə etsək:

$$\overline{u}(p) = \overline{K}(p)\overline{u}(p) + \overline{F}(p)$$

tənliyini alarıq. Buradan axtarılan funksiyanın surətini

$$\bar{u}(p)=\frac{\bar{F}(p)}{1-\bar{K}(p)} \tag{2}$$

şəklində təyin edirik. Burada $\bar{u}(p),\bar{K}(p)$ və $\bar{F}(p)$ uyğun olaraq $u(t)$, $K(t)$ və $F(t)$ funksiyalarının surətidir. Bu bərabərlikdən həllin surətini tapmaq üçün onu

$$\bar{u}(p)=\bar{V}(p)+\frac{\bar{F}(p)}{1-\bar{K}(p)}\bar{V}(p)$$

şəklində yazaq. Əgər burada

$$\bar{g}(p)=\frac{\bar{F}(p)}{1-\bar{K}(p)} \tag{3}$$

əvəz etsək

$$\bar{u}(p)=\bar{V}(p)+\bar{g}(p)\bar{V}(p) \tag{4}$$

olar. Sonuncu bərabərliyə laplasın tərs inteqral çevirməsini tətbiq etsək həllin orjinalını

$$u(t)=V(t)+g(t)*V(t)$$

yaxud

$$u(t)=V(t)+\int_0^t g(t-\tau)V(\tau)d\tau \tag{5}$$

bərabərliyi ilə təyin etmək olar.

$g(t)$-funksiyasını hesablamaq üçün onu yəni(3) bərabərliyini sıraya ayıraq. Onda

$$\bar{g}(p)=\sum_{n=1}^{\infty}[K(s)]^n$$

olar. Buradan isə

$$K_1(t)=K(t),$$

$$K_2(t)=K(t)*K_1(t)=\int_0^t K(t-\tau)K(\tau)d\tau=\int_0^t K_1(t-\tau)K(\tau)d\tau=\int_0^t K(t-\tau)K_1(\tau)d\tau,$$

$$K_3(t)=K(t)*K_2(t)=\int_0^t K(t-\tau)K_2(\tau)d\tau,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$K_n(t)=K(t)*K_{n-1}(t)=\int_0^t K(t-\tau)K_{n-1}(\tau)d\tau$$

işarə etməklə

$$g(t)=\sum_{n=1}^{\infty}K^{(n)}(t)$$

bərabərliyini alırıq.

Deməli verilmiş inteqral tənliyin həlli Neyman sırasının köməyi ilə təyin edilir.

Ədəbiyyat

1. N.T. Qurbanov "Laplas çevirməsinin tətbiqinə aid metodik göstəriş". Smqayıt. "Votum".2002.

2. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский “Уравнение математической физики”. Москва. “Наука”. 1977.
3. Ə.T. Hüseynov “İnteqral tənliklər”. Bakı. “Maarif”. 1975.
4. Л.В. Канторович, В.И. Крылов “Приближенные методы высшего анализа”. М. “Физмат из”. 1962.
5. А.Д. Кудрявиев “Курс математического анализа”. Том II. Москва. “Высшая школа”. 1981.

ELASTİK LÖVHƏNİN RƏQSLƏRİ TƏNLİYİ ÜÇÜN PAYLANMIŞ İDARƏEDİCİ VƏ FİNAL MÜŞAHİDƏ MƏSƏLƏSİ

Quliyev Hamlet Fərman oğlu, Cavadova Almaz Əbdül qızı

Bakı Dövlət Universiteti

hamletquliyev51@gmail.com, almazcavadova05@gmail.com

Məlumdur ki, elastik lövhələrin rəqsləri tənliyi

$$\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \Delta\left(D\Delta u\right) = \vartheta(x,y,t), \quad (x,y,t) \in Q = \Omega \times (0,T) \tag{1}$$

şəklindədir. Bu tənlik üçün

$$\begin{gathered} u(x,y,0) = u_0(x,y), \quad (x,y) \in \Omega, \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,y,0) = u_1(x,y), \quad (x,y) \in \Omega, \end{gathered} \tag{2}$$

$$\begin{gathered} u(0,y,t) = 0, \quad (y,t) \in (0,b)\times(0,T), \qquad u(a,y,t) = 0, \quad (y,t) \in (0,b)\times(0,T), \\ u(x,0,t) = 0, \quad (x,t) \in (0,a)\times(0,T), \qquad u(x,b,t) = 0, \quad (x,t) \in (0,a)\times(0,T), \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0,y,t) = 0, \ (y,t) \in (0,b)\times(0,T), \qquad \frac{\partial u}{\partial x}(a,y,t) = 0, \ (y,t) \in (0,b)\times(0,T), \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x,0,t) = 0, \ (x,t) \in (0,a)\times(0,T), \qquad \frac{\partial u}{\partial y}(x,b,t) = 0, \ (x,t) \in (0,a)\times(0,T) \end{gathered} \tag{3}$$

başlanğıc və sərhəd şərtləri verilir. Burada $\Omega = (0,a)\times(0,b)$, $u(x,y,t)$ -lövhənin əyilməsi, $h(x,y)$ lövhənin qalınlığı, $D = \dfrac{E \cdot h^3}{12\cdot(1-\nu^2)}$ silndrik möhkəmlik, $\rho(x,y)$ lövhənin sıxlığı, ν - Puasson əmsalıdır. Burada ϑ mümkün idarəedicidir və $L_2(Q)$ -də qapalı qabarıq V çoxluğuna daxildir. $V \subset L_2(Q)$ sinfindən elə $\vartheta(x,y,t)$ idarəedici tapmaq tələb olunur ki, o (1)-(3) məsələsinin həlli ilə birlikdə

$$J(\vartheta) = \frac{1}{2}\int_{\Omega}\left(u(x,y,T.\vartheta) - z(x,y)\right)^2 dxdy + \frac{N}{2}\int_{Q}\vartheta^2 dxdydt \tag{4}$$

funksionalına minimum qiymət versin, burada $z(x,y) \in L_2(\Omega)$ verilmiş məlum funksiyadır, N isə verilmiş müsbət ədəddir.

$u_0 \in W_2^2(\Omega)$ $u_1 \in L_2(\Omega), z \in L_2(\Omega)$- verilmiş funksiyalardır.

Qeyd edək ki, hər bir $\rho, h, \vartheta, u_0, u_1$ üçün (1)-(3) məsələsinin $W_2^{2,1}(Q)$ fəzasında həlli var və yeganədir. Baxılan işdə əvvəlcə optimal idarəedicinin varlığı və yeganəliyi isbat edilir. Sonra isə v_0(*x,y,t)* idarəedisinin optimallığı üçün variasional bərabərsizlik şəklində aşağıdakı zəruri və kafi şərt çıxarılır:

$$\int_Q \left(\psi(x,y,t) + N\vartheta_0(x,y,t)(\vartheta(x,y,t) - \vartheta_0(x,y,t)\right)dxdydt \geq 0 \quad \forall \vartheta \in V,$$

burada $\psi(x,y,t)$ aşağıdakı qoşma məsələnin həllidir:

$$\rho h \psi_{tt} + \Delta(D\Delta\psi) = 0 \quad (x,y,t) \in Q, \tag{5}$$

$$\psi(x,y,T) = 0, \quad \rho h \psi_t(x,y,T) = u(x,y,T,\vartheta_0) - z(x,y), \ (x,y) \in \Omega, \tag{6}$$

$$\psi(0,y,t) = 0, \quad (y,t) \in (0,b) \times (0,T), \qquad \psi(a,y,t) = 0, \quad (y,t) \in (0,b) \times (0,T),$$

$$\psi(x,0,t) = 0, \quad (x,t) \in (0,a) \times (0,T), \qquad \psi(x,b,t) = 0, \quad (x,t) \in (0,a) \times (0,T),$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x}(0,y,t) = 0, \ (y,t) \in (0,b) \times (0,T), \qquad \frac{\partial \psi}{\partial x}(a,y,t) = 0, \ (y,t) \in (0,b) \times (0,T),$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial y}(x,0,t) = 0, \ (x,t) \in (0,a) \times (0,T), \qquad \frac{\partial \psi}{\partial y}(x,b,t) = 0, \ (x,t) \in (0,a) \times (0,T).$$

Ədəbiyyat

1. Ж.-Л.П.Арман Приложения теории оптимального управления системами с распределенными параметрами к задачам оптимизации конструкций. М.: Мир, 1966, 144с.
2. Ж.-Л.Лионс Оптимальное управление системами описываемыми уравнениями с частными производными М.: Мир, 1972, 416с.

SİNQULYAR POTENSİALLI YARIM-XƏTTİ QEYRİ STASİONAR TƏNLİKLƏRİN QLOBAL HƏLLƏRİNİN VARLIĞI

Quluyeva Könül Əlövsət qızı

Bakı Dövlət Universiteti

konul.555@mail.ru

$$B_R = \{x: |x| < R\}, \ B_R' = R^n \setminus \overline{B}_R, \ B_{R,R_1} = \{x : R < |x| < R_1\},$$

$$Q_R' = B_R' \times (0, +\infty), \ |x| = \sqrt{x_1^2 + \ldots + x_n^2}$$

işarə edək.

$Q_R^{'}$ oblastında belə bir məsələyə baxaq:

$$\frac{\partial^k u}{\partial t^k}=\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(a_{ij}(x)\frac{\partial u}{\partial x_j}\right)+\frac{C_0}{|x|^2}u+|x|^{\sigma}|u|^{q}, \tag{1}$$

$$u^{(k-1)}\Big|_{t=0}=u_0^{k-1}(x)\geq 0,\ u^{(k-2)}\Big|_{t=0}=u_0^{k-2}(x),\ldots,u\Big|_{t=0}=u_0(x). \tag{2}$$

harada ki, $a_{ij}(x)=\delta_{ij}+\gamma\frac{x_i x_j}{|x|^2},\quad \delta_{ij}=\begin{cases}1, & i=j,\\ 0, & i\neq j,\end{cases}\quad \gamma>-1,\quad q>1,\quad \sigma>-2,$

$$0\leq C_0\leq(\gamma+1)\left(\frac{n-2}{2}\right)^2,\ u_0^i(x)\in L_{\infty,loc}(B_R'),\ i=0,1,\ldots,k-1.$$

(1)-(2) məsələsinin mənfi olmayan qlobal həllinin varlığı məsələsi araşdırılır. (1)-(2) məsələsinin qlobal həlli dedikdə, zəif həll başa düşülür. $u(x,t)$ funksiyası (1)-(2) məsələsinin o zaman zəif həlli adlanır ki, $\forall T\geq 0$, $R_1>R$, $u(x,t)\in W_2^{1,k}(B_{R,R_1}\times(0,T))\cap L_{\infty,loc}(Q_R')$ və $\forall\ \varphi(x,t)\in W_{2,loc}^{1,k}(B_{R,R_1}\times(0,T))$, $\varphi\Big|_{|x|=R}=\varphi\Big|_{|x|=R_1}=0$, $\frac{\partial\varphi^i}{\partial t^i}(x,T)=0$, $i=0,1,\ldots,k-1$ üçün

$$(-1)^k\int_0^T\int_{B_{R,R_1}}u(x,t)\frac{\partial^k\varphi(x,t)}{\partial t^k}dxdt+\int_0^T\int_{B_{R,R_1}}\sum_{i,j=1}^{n}a_{i,j}(x)\frac{\partial u}{\partial x_j}\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}dxdt-\int_0^T\int_{B_{R,R_1}}\frac{C}{|x|^2}u\varphi dxdt\ +$$

$$+\sum_{i=0}^{k-1}(-1)^k\int_{B_{R,R_1}}u_0^{k-1-i}(x)\frac{\partial^i\varphi(x,0)}{\partial t^i}dx=\int_0^T\int_{B_{R,R_1}}|x|^{\sigma}|u|^{q}\varphi dxdt$$

$D=\left(\frac{n-2}{2}\right)^2-\frac{C_0}{\gamma+1},\quad \lambda_{\pm}=-\frac{n-2}{2}\pm\sqrt{D}$ işarə edək.

Qlobal həllin yoxluğu haqqında aşağıdakı teorem doğrudur.

Teorem. Tutaq ki, $n\geq 3,\ q>1, \sigma>-2, \gamma>-1,\ 0\leq C_0<(\gamma+1)\left(\frac{n-2}{2}\right)^2$ və $1<q\leq 1+\dfrac{\sigma+2}{\frac{n+2}{2}+\sqrt{D}-2(1-\frac{1}{k})}$. Əgər $u(x,t)$ funksiyası (1)- (2) məsələsinin mənfi olmayan həllidirsə , o zaman $u(x,t)\equiv 0$ olar.

Qeyd edək ki, $k=1$ halına [1,2] işlərində baxılmışdır.

Ədəbiyyat

1. Quliyeva K.A. Sinqulayar potensiallı ikinci tərtib yarım- xətti parabolik tənliyin mənfi olmayan qlobal həllərinin yoxluğu.//-Bakı: Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Xəbərləri, riyaz. və təbiət elmləri ser.-2018. №1, -s.59-70.
2. Bagyrov Sh.G., Guliyeva K.A. Non existence of global solution of a semi-linear parabolic equation with a singular potential//Transactions of ANAS, ser. phys.- tech. mat. sc., -2020. v.40(1), -p.79-87.

ELEKTRON TƏHSİL RESURSLARININ TƏDRİS PROSESİNƏ TƏTBİQLƏRİ

Quluzadə Ayçilər Mübariz qızı
Qərbi Kaspi Universiteti
aycilerrquluzade@gmail.com

Təhsil sistemində E-təhsil texnologiyaları insanların yeni növ təhsilə istiqamətləndirilməsi, gələcəkdə ömür boyu təhsil almaq üçün onlarda zəruri bilik və bacarıqların inkişaf etdirilməsi üçün ən səmərəli vasitə hesab olunur. E-təhsil əmək fəaliyyəti ilə təhsil arasında körpü rolu oynayır və ömrü boyu təhsil üçün geniş imkanlar yaradır. “E-təhsil” termini yeni texnologiyaların tətbiqi ilə müasir tədris metodlarını, təlim materiallarının elektron üsulla çatdırılmasının tam spektrini əhatə edir və “distant təhsil”, “virtual təhsil”, “şəbəkə təhsili” kimi terminləri ümumiləşdirən anlayış kimi istifadə olunur.

İnformasiya resursları bazasında təlim, tələbələrin hadisələrin nəzəriyyə və obyektlərin öyrənilməsində geniş informasiya resurslarından istifadə etməklə aktiv rolunu nəzərdə tutur. Müəllim lazım olan informasiyanın və problemin həllinin axtarışı üçün tələbəyə stimul verir. İnformasiya resursları bazasında təlimdə müxtəlif resurslardan (kitab, jurnal, verilənlər bazası, şəbəkə resursları və s.) həmçinin informasiyanın axtarışı üçün müxtəlif giriş resurslarından geniş istifadə olunur.

İnformasiya resursları bazasında qurulan təlim prosesində təlimin tədqiqat metodundan istifadə olunur. Təlimin tədqiqat metodunun mahiyyəti aşağıdakılardan ibarətdir: - Müəllim tələbələrlə birlikdə həllinə müəyyən zaman ayrılan problemi formalaşdırır; - Müəllim tələbələrə bilikləri söyləmir. Tələbələr bilikləri problemin tədqiqatı prosesində müxtəlif variantlara uyğun tapılan cavabları müqayisı edərək, müstəqil olaraq əldə edirlər, - Müəllimin fəaliyyəti problemli məsələnin həlli prosesini operativ idarə olunmasına yönəldilir. - Tədris prosesi yüksək intensivliyi ilə xarakterizə olunnur, təlimə yüksək maraq müşayiət olunur, əldə olunan biliklər həqiqiliyi, dərinliyi və möhkəmliyi ilə fərqlənir. - İnformasiya resursları bazasında təlimin səmərəliliyi müəllimlərin və tələbələrin istifadə etdikləri resursların və informasiya texnologiyaların keyfiyyətindən, kəmiyyətdən asılıdır. İnformasiya resursları bazasında təlimin əsas nəticəsi tələbələrin yeni bilikləri müstəqil olaraq əldə etmələridir. Yəni tədris prosesimdə tələbə informasiya resurslarından hərtərəfli istifadə edərək müxtəlif informasiya məsələlərini həll edir. Həmçinin, tələbə yeni biliklər əldə etməyə və professional bacarıqlarını təkmilləşdirməyə imkan verən texnologiyalara yiyələnir. Elektron təhsildə informasiyalar öyrənənlərə çap materialları, elektron materiallar, elektron dərslik, video dərslər televerilişlər və s. formalarda təqdim edilir. Bu tədris informasiyalarının kitablar, disklər, kimi daşıyıcıları vardır. Elektron təhsildə təlim metodik kompleksdən, kompüter, televizor, audio-video disklər, multimedia texnikası kimi təlim vasitələrindən istifadə olunur. Biliklərin daha çevik və asan ötürülməsi üsullarından ən effektlisi elektron öyrətmə sistemidir. Məsafədən keçirilən bu təlim sistemində təlimlər televiziya kanalları, multimedia diskləri, İnternet şəbəkəsinin imkanları vasitəsi, hazır proqram paketləri ilə həyata keçirilir. Beləliklə, informasiya resurs basazı eöyrətmənin əsas elementlərindəndir. Təhsilin səviyyələrinə görə daima keyfiyyətli təhsil resursları ilə səmərəli təmin etməlidirlər, funksional və informasiya baxımından bütün təhsil portallar sistemi ilə əlaqədə olmalıdırlar

Ədəbiyyat

1. Arzu Hüseynova, Zöhrə Həsənova, Ofelya Mazanova, “Azərbaycanda ali təhsildə elektron sistemlərin tətbiqi vəziyyəti”13-14 fevral 2019, 307-313, Azərbaycan
2. "Handbook of Research on Educational Communications and Technology" - J. Michael Spector, M. David Merrill, Jan Elen, M. J. Bishop
3. "Teaching and Learning with Technology: Beyond Constructivism" - Richard E. West, Lynn H. Turner

VİRTUAL VƏ ARTIRILMIŞ REALLIQ TEXNOLOGİYALARININ SƏNAYEDƏ İSTİFADƏSİ

Qurbanov Fərid Tərlan oğlu

Baki Dövlət Universiteti

ferid.qurbanov.2010@bk.ru

Virtual və Artırılmış Reallıq Texnologiyalarının Sənayedə İstifadəsi mürəkkəb istehsalın inkişaf proseslərinə inqilabi xüsusiyyətlər gətirir və gələcəyin fabrikini bugünkü reallığa çevirir. Proqnozlaşdırılır ki, virtual və əlavə reallıq texnologiyaları müasir dünyada kompleks məhsulun hazırlanması və istehsal proseslərində inqilab edəcək. Xüsusilə yüksək texnologiyalı sənaye sektorlarında virtual və əlavə reallıq texnologiyaları artıq tətbiq olunmağa başlayıb. Artırılmış reallıq virtual mühitin və ya daha çox istifadə edildiyi kimi virtual reallığın fərqli tətbiqidir. Virtual reallıq texnologiyası istifadəçini tam sintetik mühitə salır və istifadəçi bu sintetik mühitdə olarkən ətrafındakı real dünyanı görə bilmir. Artırılmış reallıq, əksinə, rəqəmsal və kompüter tərəfindən yaradılan şəkillər, audio, video və ya toxunma və toxunma hissləri kimi məlumatları real mühitə ötürən bir texnologiyadır. Artırılmış reallıq texniki olaraq beş hiss orqanını təkmilləşdirmək üçün istifadə edilə bilər, lakin bu gün onun ən çox istifadəsi vizual qabiliyyətlərin artırılmasına yönəlib. Virtual reallıqdan fərqli olaraq, artırılmış reallıq istifadəçiyə virtual obyektləri real dünya obyektlərinin üstünə qoyaraq və ya birləşdirərək real dünyanı daha zəngin şəkildə qavramağa və görməyə imkan verir. Kamera ilə real dünyanın şəkilləri çəkilərkən kompüterdə hazırlanmış obyektlər müəyyən nöqtələrdən real dünyanın əvvəlcədən müəyyən edilmiş hədəf nöqtələrinə birləşdirilir və nəticə proqram vasitəsi ilə şərh edilir və eyni vaxtda çıxış şəkli alınır. Başqa sözlə desək, artırılmış reallıq real dünyanın rəqəmsal dünya obyektləri ilə real vaxt rejimində birbaşa və ya dolayı yolla qarşılıqlı əlaqədə olması və inteqrasiyası yolu ilə onun fiziki görünüşünün zənginləşdirilməsidir. Artırılmış reallıq texnologiyası müəyyən mənada kompüterdə yaradılmış virtual görüntüləri və real dünya şəkillərini bir araya gətirir. İstehsal və məhsul dizaynı nöqteyi-nəzərindən virtual reallıq məhsulu və ya mühiti rəqəmsal simulyasiya etmək üçün istifadə olunur. İstifadəçi məhsulla interaktiv şəkildə əlaqə saxlaya və virtual mühitə daxil ola bilər. Artırılmış reallıqda rəqəmsal məhsul virtual reallıq mühitində olduğu kimi rəqəmsal olaraq simulyasiya edilmək əvəzinə, real dünya görüntüsünə əlavə olunur.

Məhsul Dizaynında Virtual və Artırılmış Reallıq texnologiyalarinin tətbiqi haqqinda bəzi məlumatlari qeyd edək.Məhsulun inkişafı nöqteyi-nəzərindən virtual və artırılmış reallıq texnologiyaları məhsulun inkişafı prosesinin ilkin mərhələlərində dəqiq tənzimləmə və optimallaşdırma imkanı verir. Məhsul dizayn konsepsiyaları və variantları araşdırıla, düzəldilə və tez dəyişdirilə bilər. Kompüter tərəfindən yaradılmış ədədi modellər virtual mühitdə də sınaqdan keçirilə və təhlil edilə bilər. Məhsul dizaynında virtual və artırılmış reallıq texnologiyalarından istifadə dizayn proseslərini sürətləndirməyə və mükəmməl məhsulların istehsalına imkan verir. Məhsulun dizayn mərhələsində, müştərilər də daxil olmaqla, müxtəlif disiplinlərdən istehsal qrupu üzvlərinin daxil edilməsi ilə məhsula təkmilləşdirmələr və dəyişikliklər edilə bilər. Hər iki texnologiya animasiyalı simulyasiyalara imkan verdiyi üçün zamanla məhsulların necə istifadə olunacağını görmək mümkündür. Virtual və artırılmış reallıq texnologiyalarının təmin etdiyi bu imkanlar sayəsində məhsulların erqonomikası, istifadəyə yararlılığı, əlçatanlığı, görünüşü və müştəri qəbulu müəyyən edilə və məhsul dizaynının ilkin mərhələlərində lazımi düzəlişlər edilə bilər. İnsanlar simulyasiya edilmiş məhsulları və mühitləri realmış kimi asanlıqla anlaya bilsələr də, texniki bilikləri yoxdursa, mürəkkəb iki və üç ölçülü modelləri qavramaqda problemlər yarana bilər. Nəhayət, virtual və artırılmış reallıq texnologiyaları istehsal qrupunun üzvləri arasında ünsiyyəti artırır və məhsulun hazırlanması mərhələsində satışa kömək edir. Məhsul dizaynında bu texnologiyalardan istifadə etməklə texniki risklər minimuma endirilir və məhsullar təyinatına uyğun olaraq istehsal oluna bilir.

Artan sayda müəssisələr istehsal və mühəndislik fəaliyyətləri zamanı istifadə edilən artırılmış və virtual reallıq texnologiyalarının onlara hansı faydaları verə biləcəyini görür. Aviasiya, avtomobil, enerji, müdafiə və tibb sənayesi sektorları bu texnologiyaların verdiyi imkanlardan istifadə etməyə başlayıb. Böyük istehsalçılar tədarük zənciri sahəsi üzrə mütəxəssisləri rəqəmsal modellərin mövcud olduğu və müxtəlif sahələrdən olan ekspertlərin bir komanda şəklində işləyə biləcəyi genişlənmiş və virtual reallıq dünyasına getdikcə daha çox inteqrasiya edirlər. Sənaye və istehsal fəaliyyətlərində mühəndislər tərəfindən virtual və əlavə reallıq texnologiyalarından istifadə gündən-günə artır. Tamamilə çevik virtual və əlavə reallıq texnologiyaları gələcəyi qəbul etmək istəyən mühəndislər və sahə ekspertləri üçün saysız-hesabsız imkanlar təqdim edir.

Virtual reallıq məhsulun inkişafı və dizaynında texniki-iqtisadi təhlil, təkrarlanan dizayn və sistemli qiymətləndirmənin üstünlüklərini təmin edir. Məhsulun dizaynında və istehsalında virtual reallığın istifadəsi rəqəmsal sürətli prototipləşdirmə, dizaynın nəzərdən keçirilməsi, insan faktoru,erqonomik tədqiqatlar, rəqəmsal istehsal xəttinin yaradılması, təhsil,təlim, istehsal prosesinin simulyasiyası, uzaqdan əməliyyat və veb əsaslı tətbiqləri əhatə edir.

Ədəbiyyat

1. Bayraktar, E., & Kaleli, F. (2007). Sanal Gerçeklik ve Uygulama Alanları. Akademik Bilişim. Kütahya: Dumlupınar Üniversitesi.
2. Arino, J. J., Juan, M. C., Gill-Gomez, J. A., & Molla, R. (2014). A Comparative Study Using an Autostereoscopic Display With Augmented and Virtual Reality. Behaviour & Information Technology, 646-655.
4. Caarls, J., Jonker, P., Kolstee, Y., Rotteveel, J., & Eck, W. V. (2009). Augmented Reality for Art, Desing and Culturel Heritage- System Desing and Evaluation. EURASIP Journal on Image and Video Processing, 1-16.
5. Şekerci, C. (2016). Sanal Gerçekliğin Farklı Alanlarda Kullanımı. 3. Uluslararası Güzel Sanatlar Bilimsel Araştırma Günleri (s. 113-122). Sivas: Cumhuriyet Üniversitesi.
6. P. Rolland, K. P. Thompson, H. Urey, and M. Thomas, "See-Through Head Worn Display (HWD) Architectures," in Handbook of Visual Display Technology, J. Chen, W. Cranton, and M. Fihn, eds. (Springer, 2012), pp. 2145–2170.

VOLTERRA TİP İNTEQRAL TƏNLİKLƏRİN HƏLLİNİN ƏMƏLİYYATLAR ÜSULU İLƏ TƏDQİQİ

Qurbanov Nəbi Tapdıq oğlu
Sumqayıt Dövlət Universiteti
Qurbanov53@mail.ru

Məlumdur ki, təbiətdə bir çox məsələlərin tədqiq olunması xüsusi törəməli inteqro-diferensial tənliyin həllinə gətirilir. Bir ölçülü inteqro-diferensial tənliyi aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$C^2\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2}+\varepsilon C^2\int_0^t R(t-\varepsilon)\frac{\partial^2 U(x,\tau)}{\partial \tau^2}d\tau \qquad (1)$$

şəklində yazmaq olar.

Burada, C- dalğa sürəti, $\varepsilon>0$ kiçik parametr, $u(x,t)$ – yerdəyişmə, $R(t)$ – mühitin materialınının xassəsini xarakterizə edən funksiyadır.

Qeyd edək ki, qərarlaşmayan dalğa prosesləri və rəqs məsələlərinin araşdırılması özlülük nəzərə alındıqda (1) tənliyinin həllinə gətirilir.

Baxılan fiziki məsələnin xarakterindən asılı olaraq (1) tənliyi üçün sərhəd şərtəri və başlanğıc şərtləri müəyyənləşdirilir.

Əgər sonlu çubuğun rəqs məsələsinə baxsaq onda sərhəd şərtlərini

$$x=0 \text{ olduqda } \frac{\partial U}{\partial x}=0;\ x=\ell \text{ olduqda } \frac{\partial U}{\partial x}=0 \qquad (2)$$

şəklində qeyd etmək olar, yəni çubuğun ucları sərbəstdir. Sistemdə $t<0$ olduqda hərəkət yoxdursa, yəni sistem sükunətdədirsə, başlanğıc şərti

$$t=0 \text{ olduqda } U(x,0)=\varphi_0;\ \frac{\partial U(x,0)}{\partial x}=\varphi_1 \qquad (3)$$

olar.

Tənliyin həllini

$$U(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} T_k(t)\mathcal{X}_k(x) \tag{4}$$

şəklində axtarsaq (1) tənliyindən

$$\mathcal{X}^k(x) + \left(\frac{\lambda}{c}\right)^2 \mathcal{X}(x) = 0 \tag{5}$$

$$T^{\parallel}(t) + \lambda^2 T(t) - \varepsilon\lambda^2 \int_0^t R(t-\tau)T(\tau)d\tau = 0 \tag{6}$$

tənliyini alarıq.

(6) tənliyinin (2) şərtini ödəyən həlli

$$\mathcal{X}_k(x) = cos\frac{\lambda_k x}{c}$$

olar.

Əgər Laplasın inteqral çevirməsini (6) tənliyinə tətbiq etsək və (3) başlanğıc şərtini nəzərə alsaq həllin surəti

$$\tilde{T}(p) = \frac{p\varphi_0 + \varphi_1}{p^2 + \lambda^2 - \varepsilon\lambda^2\tilde{R}(p)}$$

olar.

Sonuncu bərabərliyi sıraya ayırsaq

$$\tilde{T}(p) = \frac{p\varphi_0+\varphi_1}{p^2+\lambda^2}\left[1 + \frac{\varepsilon\lambda^2\tilde{R}}{p^2+\lambda^2} + \left(\frac{\varepsilon\lambda^2\tilde{R}(p)}{p^2+\lambda^2}\right) + \cdots\right] \tag{7}$$

Əgər bu sıranın hədlərinin orijinalını hesablasaq onlar (6) tənliyinin həllinin yaxınlaşmaları olar. Onda

$$T_1(t) = \sqrt{\varphi_0^2 + \left(\frac{\varphi_1}{\lambda}\right)^2}\,\sin(\lambda t - \varphi)$$

$$T_2(t) = \int_0^t T_1(t-\tau)g(\tau)d\tau$$

$$\ldots$$

$$T_n(t) = \int_0^t T_{n-1}(t-\tau)g(\tau)d\tau$$

olar.

Burada $g(t) = L^{-1}\left[\frac{\varepsilon\lambda^2\tilde{R}(p)}{p^2+\lambda^2}\right]$ işarə edilmişdir. L^{-1} – tərs Laplas operatorudur.

Ədəbiyyat

1. Н.С.Пискунов Дифференциальное и интегральные исчисление. М., «Наука», 1986.
2. A.Əhmədov, K.Həsənov, M.Yaqubov Adi differensial tənliklər. B., “Maarif”, 1978.
3. N.T. Qurbanov “Laplas çevirməsinin tədrisinə aid metodik vəsait”. Sumqayıt. “Votum”. 2002.

İNFORMASIYA SISTEMLƏRINDƏ CARI TƏHLÜKƏSIZLIK PROBLEMLƏRI

Qurbanova Jalə
Qərbi Kaspi Universiteti

İnformasiya sistemləri, informasiya texnologiyaları və istifadəçilərin qarşılıqlı əlaqədə olduğu inzibati və qərar qəbuletmə sistemləridir. Bu gün informasiya texnologiyaları sahəsində baş verən yeniliklər insanların informasiya sistemlərinə marağının artmasına səbəb olur. Lakin bu yeniliklərlə yanaşı, sistemlərin gətirdiyi bəzi təhlükələr də var. İnformasiya texnologiyalarının mənşəyi insan olduğundan, informasiya sistemləri ilə bağlı təhlükə və risklərin böyük əksəriyyəti ya şüurlu şəkildə, ya da səhlənkarlıq nəticəsində insan mənşəyindən yaranır. Bu təhdidlər; Sistemləri sıradan çıxarmaq, sistemin fəaliyyətini dayandırmaq, sistemə sızmaq, məlumatlara icazəsiz daxil olmaq, məlumatı oğurlamaq və ya öz maraqları naminə məlumatdan sui-istifadə etmək kimi hərəkətlər hesab edilir. Təhdid və risklərin öhdəsindən gəlmək üçün təşkilatlarda informasiya təhlükəsizliyi anlayışı qorunmalıdır. İnformasiya təhlükəsizliyi ilə əlaqəli məxfilik və kompüter təhlükəsizliyi anlayışları kompüter sistemləri və tətbiqləri ilə əlaqəli problemlər kimi müəyyən edilir. Məxfiliyi təmin edən sistem istifadəçilərinə məlumatlarının necə, hansı məqsədlə və kimlər tərəfindən istifadə edildiyinə və saxlanmasına nəzarət etməyə imkan verir [1, 2]. Xülasə, sistemlərin düzgün işləməsi və istifadəçilərinə tam xidmət göstərməsi üçün məxfilik, bütövlük və istifadəyə yararlılıq anlayışları qorunmalıdır.

İnformasiya təhlükəsizliyi sahəsində sözügedən problemlərin həlli üçün müxtəlif tədqiqatlar aparılıb və hələ də aparılmaqdadır. Hər bir araşdırmada sistemlərlə bağlı müxtəlif texnikalar irəli sürülür. Bu işdə mövcud sistemlər təqdim edilir və bu sistemlərə qarşı yarana biləcək təhlükəsizlik təhdidlərindən bəhs edilir. Bundan əlavə, hücumların qarşısını almaq və azaltmaq üçün hazırlanmış və tövsiyə olunan proqramlar təqdim olunur. Nəticə hissəsində tədqiqatın xülasəsi və əhəmiyyəti verilir. Bundan əlavə, insanların məruz qaldığı təhlükələr və sistemlərdə meydana gələn təhlükələr müqayisə edilir və bu çərçivədə həyata keçiriləcək maarifləndirmə tədbirlərinin əhəmiyyəti vurğulanır.

İnformasiya təhlükəsizliyi ilə bağlı başqa bir araşdırmada, insanların məlumatsızlığından və zəifliklərindən istifadə edən sosial mühəndislik üsulları, kritik və şəxsi məlumatların zərərli insanlara göndərilməsi, sistem zəifliklərindən yararlanmaq, texnoloji dəyişikliklərlə formalaşan zərərli proqram təminatı və internet texnologiyalarının yayılmasına dəstək verən veb texnologiyaları. bu proqram təminatı bu gün mövcud olan təhlükələrdir.

Fişinq hücumuna dair araşdırmada [5], fişinq hücumlarının qarşısını almaq üçün insanların kompüter səviyyəsini ölçən model yaradılmışdır. Model vasitəsilə kompüter istifadəçilərinin bilikləri artdıqca şəxsiyyət hücumlarına qarşı lazımi tədbirləri almaqda özlərinə daha çox güvəndikləri müəyyən edilmişdir. Bundan əlavə, informasiya təhlükəsizliyində prosessual və konseptual məlumatların birləşdirilməsinin vacibliyi aşkar edilmişdir. Buna nail olmağın yolu yaxşı hazırlanmış təhlükəsizlik təlimindən keçir.

İstifadəçilərin maarifləndirilməsi üçün ediləcək təlimlər arasında öyrədici oyunlar və internet əsaslı təlim materialları da var. Digər tövsiyə olunan həll, fişinqdə ümumi olan URL yönləndirmə hadisəsinə müraciət etməkdir. Bununla mübarizə aparmaq üçün URL-ləri təhlükəsiz şəkildə yönləndirə bilən Mozilla, Firefox, Google Chrome, Safari və IE kimi brauzerlərə üstünlük vermək və Kaspersky Lab kimi anti-fişinq texnologiyalarından istifadə etmək tövsiyə olunur. Bu texnologiyalar saytın domen adının IP ünvanına uyğun olub-olmadığına qərar verdikdən sonra mümkün təhlükə zamanı təcavüzkarın cəhdini bloklayır.

Başqa bir araşdırmada [5], informasiya təhlükəsizliyi çərçivəsində texniki və qeyri-texniki (insan mənşəli) problemlərin olduğu bildirilmişdir. Texniki informasiya təhlükəsizliyi məsələləri əsasən texniki məlumat və alətlərə (şifrələmə üsulları kimi) diqqət yetirir. Qeyri-texniki informasiya təhlükəsizliyi məsələlərinə etik, hüquqi məsələlər və informasiya təhlükəsizliyi mədəniyyəti daxildir. Eyni zamanda, insanların təhlükəsizliyə təsiri araşdırılır və bu təsirlər qəsdən və təsadüfi olaraq təsnif edilir. Araşdırmada informasiya təhlükəsizliyində rast gəlinən hücumların məlumatsızlıqdan qaynaqlandığı, zəifliyin aradan qaldırılması üçün informasiya təhlükəsizliyi və məlumatlılıq üçün çoxölçülü və sənayeyə uyğun model yaradıldığı bildirilib. Təklif olunan model üç hissədən ibarətdir: məlumat axtarışı və məlumatlılıq, ölçmə və müşahidə və ölçülər. Bu məlumat informasiya təhlükəsizliyi ehtiyacından asılı olaraq müxtəlif informasiya texnologiyaları icazə səviyyələri tərəfindən tələb oluna bilər. Yenə də bu bölmədə əldə edilən məlumatlar məlumat təhlükəsizliyinin bütün səviyyələri tərəfindən məlumatlılığı artırmaq üçün istifadə olunur. İnformasiya təhlükəsizliyi prosesləri ilə bağlı qərar qəbul edərkən burada əldə edilən məlumatlardan faydalanmaq çox əhəmiyyətli olacaq. Bundan əlavə, yaranan informasiya təhlükəsizliyi məsələlərinin daxil edilməsini və həllini təmin etmək üçün bu sahədəki inkişafı izləmək də nəzərdə tutulur. Bu modellə xüsusilə təşkilatlarda çalışan kadrlar hədəfə alınıb.

Başqa bir araşdırma [3] qeyd edir ki, təəccüblü sayda istifadəçi təhlükələr barədə xəbərdarlıqlara baxmayaraq təhlükəsizlik standartlarına əməl etmir. Bildirilir ki, spam məktublar, casus proqramlar, kompüter virusları, saxta e-poçtlar, fişinq və zərərli proqramlar kimi təhdidlər təhlükəsizlik problemləri siyahısında birinci yerdədir. İstifadəçilərin gözlənilməz e-poçt əlavələrini açıb elektron məktublardakı keçidlərə klikləməklə özlərini təhlükəyə atdıqları da bildirilir. Tədqiqat təhlükəsizlik stimullarını artırmaq üçün istifadəçi bilikləri, şəxsi məsuliyyət və təlim üsulları arasında qarşılıqlı əlaqəni araşdırır. Bu kontekstdə istifadəçinin məsuliyyətinə uyğun olaraq təhlükəsizlik təhsilinin verilməsi fərziyyəsi təhlil edilir.

Nəticə olaraq, istifadəçilərin öz məlumatlarına görə təsnifləşdirilməsinin çox vacib olduğu və istifadəçinin səviyyəsinə uyğun olaraq informasiya təhlükəsizliyi ilə bağlı təlimlərin verilməli olduğu vurğulanır. Bundan əlavə, internet provayderləri və proqram təminatı şirkətlərinin əməkdaşlığı ilə istifadəçilər üçün ardıcıl və faydalı formatda mühafizə təlimatlarının hazırlanmalı olduğu bildirilir.

Metodlar öz daxilində təsnif edilir və hər birinin əhəmiyyəti vurğulanır. Bundan əlavə, əlaqəli sistemlərin strukturlarını təqdim edərək bu sistemlər haqqında fikir əldə etmək məqsədi daşıyır. İnformasiya sistemlərinin ən mühüm hissəsi və zəif halqası olan internet istifadəçilərinin üzləşdiyi təhlükələrin bu mövzu çərçivəsində izah edilməsi zəruridir. Əvvəlki bölmədə araşdırılan araşdırmalar nəticəsində insanların daha çox kiber zorakılığa məruz qalması, sosial şəbəkə saytları vasitəsilə məlumatların ictimailəşdirilməsi, filtrlərdən istifadə etməməsi, sosial mühəndislik, sistem zəifliklərindən istifadə, zərərli proqram təminatı, az antivirus istifadəsi və yenilənməsi, kifayət qədər ehtiyat nüsxəsi, pirat proqram təminatı, phishing hücumu (phishing) kimi hücumlarla qarşılaşdığı aşkar edilmişdir. Bu hücumlar sistemlərdə görülən təhdidlərlə müqayisə edildikdə, demək olar ki, tam uyğunlaşdıqları anlaşılır.

Araşdırmalara görə, yuxarıda qeyd olunan hücumlarla mübarizə mövzusunda insanların maarifləndirilməsi böyük əhəmiyyət kəsb edir. Bu məqsədlə insanların bilik çatışmazlığının aradan qaldırılması və bu hücumların qarşısının alınması üçün maarifləndirici maarifləndirmə tədbirlərinə ehtiyac var. Sözügedən informasiya sistemlərində təhlükəsizliyin təmin edilməsi və müntəzəm işləməsinin təmin edilməsi üçün qeyd olunan texniki həllər tətbiq oluna bilər və ya həllər daha da inkişaf etdirilib tətbiq oluna bilər. Bu mərhələdə qurumlar bu həlləri həyata keçirmək üçün texniki-iqtisadi əsaslandırma aparmalıdırlar. Lakin texniki həllərlə yanaşı, ilk növbədə informasiya təhlükəsizliyi sahəsində insanların yetişdirilməsi ən təsirli həll təklifi olacaq. İstər dövlət qurumlarında, istərsə də özəl sektorda informasiya təhlükəsizliyi əsas tələb kimi qəbul edilməli və bu sahədə maarifləndirmə işlərinə dəstək verilməlidir.

Ədəbiyyat

1. M. Güngör, “Ulusal Bilgi Güvenliği: Strateji ve Kurumsal Yapılanma”, Yayımlanmış Uzmanlık Tezi, Bilgi Toplumu Dairesi Başkanlığı, 2015
2. S. K. Bhoi, P. M. Khilar, “Vehicular communication: A survey”, IET Networks, 3 (3), 204-217, 2013
3. Y. C. Hu, D. B. Johnson, A. Perrig, " SEAD: Secure Efficient Distance Vector Routing for Mobile Wireless Ad Hoc Networks ", Ad Hoc Networks, 1(1):175-192, 2003.

VEB SƏHİFƏLƏRİN YARADILMASINDA VEB PROQRAMLAŞDIRMANIN İMKANLARININ TƏTBİQİ

Qurbanova Ləman Mərdan qızı

qurbanovaleman165@gmail.com

İnkişafda olan dünyada veb-saytların yaradılması texnologiya sahəsinin ən vacib məsəslələrindən biridir. Veb-sayt internet üzərindən hiperkeçidlər ilə əlaqələndirilmiş, eyni veb-serverdə saxlanılan bir neçə veb səhifədir.Əlavə olaraq deyə bilərik ki, veb səhifələr istifadəçilər arasında komunikasiya və əməkdaşlıq, eləcə də müxtəlif xidmətlərin təmin edilməsi üçün istifadə edilə bilər. Həmçinin veb səhifələrin yaradılması insanların istədikləri məlumatı asanlıqla əldə etməsi, o cümlədən öz veb səhifələrini yaratmaqla biznes fəaliyyətlərini inkişaf etdirə bilmələri üçün geniş imkan yaradır.

Veb saytların yaradılması tarixi keçən əsrin 90-cı illərindən başlayıb və internetin yaradılması ilə bağlıdır. Avropa Nüvə Tədqiqatları Təşkilatından Tim Burners-Li dünyanın ilk internet saytının yaradıcısıdır. Amma hələ bundan əvvəl, keçən əsrin qırxıncı illərində Vannevar Buş xüsusi texniki qurğular sayəsində insan yaddaşını genişləndirmək və əsrlər boyu toplanmış məlumatları indeksləşdirmək mümkün olduğu fikrini inkişaf etdirdi. Onun fikrincə, bu, lazım olan məlumatların axtarışını təmin etməyə imkan verib.

Veb səhifələr əsas üç göstəriciyə əsasən qiymətləndirilir: veb səhifənin məzmunu,dizaynı və naviqasiyası. Bu göstəricilərdən hər hansı biri olmadıqda bu veb səhifədə ciddi çatışmazlıq yaranacaqdır. Çox yaxşı dizayna,məlumat çoxluğuna malik olan veb səhifə istifadəçilər üçün geniş imkanlar yaradır.

Veb saytların yaradılması mürəkkəb prosesdir. Əvvəlcə saytın məqsədini müəyyənləşdirmək(Nə üçün? Hansı vəzifələri yerinə yetirməli və hansı istifadəçilərə müraciət etməlidir?) və bu əsasda saytın strukturunu aydın şəkildə təşkil etməkdir. Tədqiqatın məqsədi veb proqramlaşdırmadan və veb texnologiyalardan istifadə etməklə veb səhifələrin yaradılması ilə istifadəçilərin kommunikasiya və əlaqələndirmənin gücləndirilməsi, məlumatın idarə edilməsi və paylaşılması, texnologiyaların inteqrasiyasının təmin edilməsidir.

Tədqiqat əsasında veb proqramlaşdırma və veb texnologiyalar əsasında veb səhifələrin yaradılmasının metodologiyası hazırlanır. Bu da proqramlaşdırmanın düzgün təşkili,istifadə interfeysinin işlənib hazırlanması, informasiyaların təhlükəsizliyinin təmin olunması və digər aspektləri əhatə edir. İstifadəçilərin veb səhifələrə olan gözləntiləri,tələbləri və ehtiyacları təhlil olunur. İstifadəçilərin saytda asanlıqla gəzə biləcəyi, məlumatlar tapa biləcəyi və əla təcrübə yaşaya biləcəyi bir interfeysin hazırlanması məqsədilə interfeys dizaynı, naviqasiya strukturu, rəng və font seçimi kimi məsələlərə diqqət yetirilir. İstifadəçilərin informasiyalarının təhlükəsiz və məxfi olması üçün təhlükəsizlik yolları araşdırır.

Veb səhifərin yaradılması internetin yayılması ilə daha da vacib bir hala gəlib.Hal hazırda bir çox proqramçı,dizayner fərqli metodlarla müxtəlif növ veb səhifələr hazırlayırlar. Bunun üçün veb proqramlardan istifadə edirlər. Daha çox istifadə olunan, populyar veb proqramlar haqqında danışacağıq. HTML, CSS, CMS, JavaScript, Bootstrap, React və s.

Veb səhifələrin hazırlanmasında istifadə olunan ən sadə proqramlaşdırma metodu HTML və CSS-dir. HTML vasitəsilə səhifənin məzmununu CSS vasitəsilə səhifənin dizaynını tərtib etmək mümkündür. Bu veb proqramlar vasitəsilə səhifə asan yüklənən və sadə strukturda olur.

Veb səhifəyə dinamizm əlavə etmək üçün JavaScript kodlarından istifadə olunur. Bu proqramla səhifəyə interaktivlik və animasiya əlavə etmək olur. JavaScript proqram kodları HTML və CSS nəzərən bir qədər mürəkkəbdir.

Bootstrap, Twitter tərəfindən hazırlanmış veb proqramdır. Bu proqramda veb səhifə yaratmaq üçün olan hazır kod şablonları vardır. İstifadəçi bu şablonlardan istifadə etməklə veb səhifə yarada bilər. Bu proqram proqramlaşdırma biliyi zəif olan istifadəçinin belə, veb səhifələr yaratmasına imkan verir.

CMS məzmun idarə etmə sistemi mənasına gəlir. Bu proqram veb səhifələri asanlıqla yaratmağa imkan verir. WordPress, Joomla və Drupal kimi CMS-lər, bir neçə hazır şablon və kodlar təklif edir ki, bu sayədə istifadəçilər asanlıqla veb səhifələr yarada bilirlər.

Hal-hazırda veb saytlar daimi olaraq inkişaf edirlər. İstifadəçilərin hətta proqramlaşdırma biliyi zəif belə olsa onlar veb səhifələrini hazır şablonlar əsasında hazırlaya bilərlər. Veb səhifələrin ilk yaradılma vaxtından indiyə kimi olan inkşafının əsas səbəbi veb proqramların geniş inkşafıdır. Müasir dövrdə istifadəçilər veb səhifələrin dəstəyi ilə gündəlik həyatlarında qarşılaşdıqları problemləri həll edirlər. Hətta öz veb səhifələrini yaratmaqla biznes fəaliyyətlərini genişləndirə bilərlər.

Ədəbiyyat

1. Алексеев, В. Е. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений / В.Е. Алексеев, В.А. Таланов. - М.: Бином. Лаборатория знаний, Интернет-университет информационных технологий, 2009. - 320 с.
2. Вирт, Никлаус Алгоритмы и структуры данных / Никлаус Вирт. - М.: ДМК Пресс, 2014. - 272 с.
4. Бабенко, М. А. Введение в теорию алгоритмов и структур данных. / М.А. Бабенко, М.В. Левин. - М.: МЦНМО, 2016. - 144 с.
5. Алексеев, В.Е. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений. Гриф УМО университетов РФ / В.Е. Алексеев. - М.: Бином. Лаборатория знаний / Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2017. - 486 с.

RİYAZİYYATIN TƏDRİSİNDƏ RƏQƏMSAL TEXNOLOGİYALARIN ROLU.

Rəhimli Qumru Cabir qızı

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

qc.rahimli@adpu.edu.az

Müasir dövrdə riyaziyyatın tədrisində və öyrənilməsində rəqəmsal texnologiyalardan istifadə yeni inkişaf edən tədqiqat sahəsi hesab olunur. Günümüzdə öyrənənlər kitabla və ya müəllimlə məsləhətləşmədən əvvəl onlayn öyrənmə resurslarına müraciət edirlər. Bu resurslar düzgün inkişaf etdirildikdə tələbələrin onları əldə etmək imkanları asandlaşır. Riyaziyyatın tədrisində rəqəmsal texnologiyalardan istifadə tədqiqatçılar arasında getdikcə daha çox maraq doğurur. Universitet riyaziyyatı dərslərində rəqəmsal texnologiyalardan istifadə əsasən müəllimlər tərəfindən həyata keçirilir və daha çox interaktiv lövhə, Power Point kimi proqram təminatı proqramlarına yönəlmişdir. Rəqəmsal texnologiyalar, ənənəvi aparat və proqram elementlərini özündə birləşdir. Müəllimlərin mövzuya uyğun proqram təminatı və veb-saytları seçmək bacarığı müasir rəqəmsal texnologiyaların tədrisə inteqrasiyasının effektivliyi üçün çox vacibdir.

Universitetlər tərəfindən istifadə oluna bilən “riyazi” rəqəmsal texnologiyaların geniş spektrı aşağıda göstərilmişdir:

- Dinamik qrafik alətlər
- Alqoritmik proqramlaşdırma alətləri
- Elektron cədvəllər
- Məlumatların işlənməsi üçün istifadə olunan proqram təminatı
- Kompüter cəbr sistemləri
- Simulyasiya proqramları və s [2].

Təhsil texnologiyasının inkişafı riyaziyyatın tədrisi üzrə tədqiqat cəmiyyətini belə bir nəticəyə gətirmişdir ki, təhsil sistemində rəqəmsal texnologiyalardan istifadə iki əsas funksiyaya malik olur:

1. Müəllimlərin iş fəaliyyətinin təşkilində köməkçi vasitə kimi (iş vərəqlərinin hazırlanması, qiymətlərin saxlanılması və s).
2. Riyazi məsələləri yerinə yetirməyin yeni yollarına dəstək kimi .

İndiki dövrdə riyaziyyat müəllimləri üçün texnologiyadan istifadə, üçüncü funksiyanı (birləşmək, ünsiyyətin təşkili, materialları bölüşmək və s.) yerinə yetirməyə başladı.

Hal-hazırda tələbələr müxtəlif öyrənmə resurslarına asanlıqla daxil olurlar. Buna baxmayaraq, riyaziyyatı öyrənmək üçün bir çox tələbə mübarizə aparır. Günümüzdə 455000 –dən çox təhsil proqramları mövcuddurki onlardan çoxu riyaziyyatın öyrədilməsi prosesini asandlaşdırmağa həsr olunub. Həmin proqramlar müəllimlərə dərslərini daha interaktiv və maraqlı etməyə imkan verir. Bu proqramlardan istənilən yaş qruplarına aid tələbələr istifadə edə bilərlər.

Bunlardan bəzilərinə aşağıdakıları misal göstərə bilərik.

- GeoGebra
- Raket Riyaziyyatı
- Fotoriyaziyyat
- Cuethink (düşünmək) və s.

Geogebra- interaktiv və sürətli riyaziyyat proqramıdır. Geogebra daha çox cəbr və həndəsə mövzularını əhatə edir və iptidai məktəbdən tutmuş universitet səviyyəsinə qədər bütün təhsil mərhələlərində istifadə oluna bilər. Proqramın ən böyük üstünlüklərindən biri interaktiv həndəsə mühitinin olmasıdır. Bu proqram həndəsi fiqurları qurmaq, ekstremumların tapılması, törəmə və inteqralların hesablanması və s. riyazi əməliyyatları aparmağa imkan verir [3].

Roket Riyaziyyatı (Rocket Math)- öyrənənlərə əylənərək riyazi bacarıqlarını inkişaf etdirməyə imkan verən proqramdır. Burda çoxsaylı testlər uşaqların problem həll etmə qabiliyyətinə müsbət təsir göstərir. Roket proqramı öz resurslarına daxil olmaq üçün 2 yol təklif edir: onlayn oyunlar və iş vərəqi proqramı. Onlayn oyunlarda tələbələr missiyaları keçərək tapşırıqları cavablandırırlar. Lakin iş vərəqi proqramında şagirdlər mümkün qədər tez müddət ərzində tapşırıqları həll etməli və qruplar şəklində işləməlidirlər.

Fotoriyaziyyat (Photomath)- bu proqramın üstünlüyü ondadır ki, problemlərin addım-addım izahını təqdim edir. Proqram vasitəsilə istənilən məsələni skan etmək və ya əl ilə daxil etmək mümkündür.

Cuethink- Burda problemin mərhələlərə ayrılması öyrənənlərin problemi həll etmək düşüncəsini inkişaf etdirir. Bu tətbiq həm müəllimlərə, həm də tələbələrə tapşırıqlar verməyə imkan verir.

Ədəbiyyat

1. Olga Viberg, Integrating digital technology in mathematics education: a Swedish case study, (2020), 232-243.
2. N.Parpieva, U.Yakubova, N.Mirkhodjaeva The Relevance of İntegration Of Modern Digital Technologies in Teaching Mathematics, Bulletin of Science and Practice. 6(4) (2020), 438-443.
3. Y. Abera, A.Gurju, Some of the Potential Affordances, Challenges and Limitations of Using GeoGebra in Mathematics Education, (2019).

RİYAZİ ANALİZ FƏNNİNİN TƏDRİSİNDƏ İNFORMASİYA KOMMUNİKASİYA TEXNOLOGİYALARINDAN İSTİFADƏ APARICI İSTİQAMƏTLƏRDƏN BİRİ KİMİ

Rəhimova Ziba Novruz qızı

Sumqayıt Dövlət Universitetinin nəzdində Sumqayıt Dövlət Texniki Kolleci

rehimovaziba@gmail.com

Respublikamızda kadr hazırlığı sahəsində görülən təqdirəlayiq işlərdən biri də riyaziyyat fakültəsində Riyazi analiz fənninin tədrisidir. "... Bütövlükdə təhsil sistemində aparılan islahatların keyfiyyətli və səmərəliliyi ilk növbədə pedaqoji kadr hazırlığı sferasında aparılan islahatlarla əlaqədardır. Çünki son nəticədə bütün təhsil sisteminin və onun ayrı-ayrı sahələrinin inkişafı və səmərəliliyi pedaqoji kadrların fəaliyyəti ilə təmin olunur" [1; s.10].

Riyazi analiz fənninin məqsədi real tələblərə uyğun bilik, bacarıq və vərdişlərin əldə edilməsində daha praktik yönümlü, inkişaf yönümlü təhsil, dar ixtisaslaşmadan kənara çıxan dərin bilik vermək, təhsil alana öz-özünü təyin etməkdə, hər bir insana inkişafın və təhsil almanın optimal trayektoriyasını müəyyən etməyə kömək etməkdir.

Riyazi analiz fənni bu vəzifələrin öhdəsindən gəlməkdə, peşəkarlıq səviyyəsinin yüksəlməsində və inkişafında tələbələrə kömək edə bilən fəndir. Bu fənnin tədrisi tələbələrin yeni formatda hazırlanmasına, nəzəri biliklərin mənimsənilməsinin praktiki bacarıqlar və vərdişlərlə müşayiət olunmasına imkan yaradan bir fəndir. Bu fənnin tədrisi tələbələrin gələcəkdə, müəllimlik fəaliyyətinə başlayarkən bir müəllim kimi özünüdərki, özünütəyini, özünütəsdiqi istiqamətində formalaşmasına, onların ixtisas və peşə sahəsində qeyri-müəyyənliyin aradan qaldırılmasına kömək edir.

Fənnin tədrisi metodikası tələbənin hər bir fəaliyyətinin texnologiyalaşdırılması, konstruktivliyin dəstəklənməsi, kommunikativliyin formalaşdırılması istiqamətində görülən ən düzgün, modern, cəmiyyətin dəyişən tələblərini ödəyə bilən yanaşmalardandır.

Təhsil sahəsində İslahat Proqramının həyata keçirilməsində, yəni təhsil sisteminin strukturunda, məzmununda, kadr hazırlığı və təminatında, təhsil müəssisələrinin idarə olunmasında, iqtisadi təminatında və ümumiyyətlə, maddi-texniki bazanın yeni formatda və tərkibdə formalaşmasında və bütün bunların informasiya, tədris və elmi-metodiki təminatında xüsusi yeri olan vasitələrdən biri və ümdə olanı informasiya kommunikasiya texnologiyalarıdır (İKT).

İnformasiya cəmiyyətinə keçid, pedaqoji təhsil sistemində informasiya mühitinin inkişaf etməsi və biliklərin həcminin daim artması, müəllimin işinin cəmiyyətin fəaliyyəti ilə sıx birləşməsinə olan ehtiyac müasir dövrdə müəllimin peşəkarlığına verilən tələbləri heç də azaltmır, əksinə onun peşəkarlıqla bağlı bütün keyfiyyətlərinin aktuallaşmasının vacibliyini ifadə edir. Bu isə o deməkdir ki, "elmi-texniki tərəqqinin, istehsalın kompüterləşdirilməsi, robotlaşdırılması, işgüzarlıq, peşəkarlıq kimi keyfiyyətlərin əhəmiyyətinin artmasına baxmayaraq, ... bir sıra peşələrin əxlaqi keyfiyyətlərə tələbatı heç də az deyildir. Əksinə, demək olar ki, müvafiq mənəvi keyfiyyətlər olmasa, elmi-texniki tərəqqinin sürəti azalır. ... Müəllimin ... mənəvi keyfiyyətləri çox vacibdir. ... müəllim peşəsində istedad vacibdir. Onun əsas hissəsini isə hər bir şəxsiyyətə fərd kimi yanaşmaq keyfiyyəti təşkil edir. ... " [2; s.26-27] və onun reallaşdırılmasında da Riyazi analiz flaqman rolunu oynaya bilən fəndir.

Aparılan araşdırmalar göstərir ki, tədris prosesində İKT-nin tətbiqi tələbələrin təlim nailiyyətlərinin yüksəlməsinə müsbət təsir edir. Təlimdə İKT-dən istifadə öyrənənin inkişafını təşkil etməkdə yararlı vasitədir. İKT-dən istifadə məhdud şəkildə aparılan, yaxud heç istifadə olunmayan təhsil müəssisələrində tələbələrin təlim nailiyyətləri əsaslı şəkildə fərqli olmasa da, öncül yerləri də tuta bilmir. Belə ki, həmin təhsil müəssisələrində müəllimlər İKT-dən istifadə sahəsində müəyyən çətinliklərlə qarşılaşırlar. Əlbəttə, bu problemlərin həlli istiqamətində respublikamızda iri həcmli işlər görülməkdədir, yəni, müəllimlər həm İKT, həm də kurikulumun tətbiqi üçün ixtisasartırma kurslarında hazırlanırlar. Lakin daha yaxşı yol kadr hazırlığından keçir. Bu iş isə "Riyazi analiz " və digər riyazi fənlərlə yanaşı, pedaqogika və psixologiya fənlərinin tədrisi ilə reallaşdırılır. Təkcə biliklərin həcminin artması kifayətdir ki, İKT-yə keçmək üçün əsaslı zəmin yaransın. Lakin əlbəttə, İKT-dən səmərəli istifadə, onlardan istifadə prosesində biliyin tələb olunan həcminin təmin edilməsi və bu seçimdə yanlışlıqların minimuma endirilməsi diqqət mərkəzində saxlanılmalı məsələlərdəndir.

Təlimin interaktiv şəkildə aparılması, daha geniş çeşidli texniki təchizatlar və proqram təminatına nail olmaq, kitabxanalarda yerləşdirilmiş multimediadan istifadə, İKT vasitəsi ilə dünyanın geniş informasiya bazasına daxil olmaq imkanları, ən son məlumatları ən qısa vaxtda əldə etməyə şərait yaradılması, elektron məlumatlardan istifadə olunması və s. dəyişən cəmiyyətin və dövlətin təhsil ehtiyaclarının ödənilməsində çox böyük rol oynayan vasitədir. Bu günkü tələbədə artıq özünü Elektron hökumət idarəetmə sisteminə hazırlamaq üçün özünümotivləşmə yaranır. Burada öz səlahiyyətini dərk etmək, öz üzərinə düşən payı yerinə yetirmək –performans onun keyfiyyət göstəricilərindəndir. Elektron imzanın reallaşdırılması astanasındayıq. Bu günkü tələbədə artıq bu motivləşmə vardır. Həmin bu tələbə üçün müəllim rolunun daralması "ehtimalı"nı aradan qaldırmaq da müəllimin vəzifələrindən biridir. Milli dəyərin qorunması, ümumbəşəri dəyərlərə hörmət hissinin azalmaması, qloballaşmada mərkəzi yerlərin tutulması yaxın gələcəyimizi təmin etmək üçün əsas şərtlərdəndir. Bunun üçün qlobal təfəkkürün formalaşması vacibdir. Təhsilimizin yetişdirə bildiyi qlobal təfəkkürlü insanların qurduğu cəmiyyət öncül cəmiyyətlərdən ola bilər. Bu məqsədlə təhsil prosesində aparılan hər bir fəaliyyətin paralellikdən uzaq, bir-biri ilə əlaqəli, kompleks şəkildə həyata keçirilməsi onların idarə edilməsindən də asılıdır. İdarəetmədə fəaliyyətlərin sistemli, intensiv və səmərəli həyata keçirilməsi, tələbələrin təlim nəticələrinin, keyfiyyətin yüksəlməsinə nail olmaq, keyfiyyətli idarə etmək üçün İKT-dən istifadə etmək vacibdir.

Riyazi analiz fənni tələbələrdə özünümotivləşməni artırır, onun tədris prosesində təmin edilməsi, özünün məmnunluğuna şərait yaradır. Tələbənin tədris prosesində fəaliyyəti onun ehtiyaclarının ödənilməsini təmin edir. Məzmunun mənimsənilməsi praktik bacarıqların möhkəmləndirilməsi ilə müşayiət olunur, burada konstruktivlik təmin olunur.

Tələbə-müəllimlərdə liderlik bilik və bacarıqları inkişaf edir. İnsan resurslarının formalaşmasına etibarlı zəmin yaranır. Onlarda təlim prosesini kurikuluma uyğun planlaşdırma, idarəetmə, şagirdlərin təhsil nailiyyətlərini izləmə, hesabat vermə və s. bacarıqlar formalaşır.

Bu təhsilə yiyələnmiş gənc müəllim (tələbə) öz üzərində işləyir, strateji təhsil düşüncələrini artırır, mədəni səviyyəsini yüksəldir, əməkdaşlıq, kommunikasiya, İKT və s. bacarıqlarını daim inkişaf etdirir, ömrü boyunca öyrənir.

Ədəbiyyat

1. Məmmədzadə R.H. Müəllimin peşə etikası. Bakı: Maarif, 1992, 112 s.
2. Səfərli İ S. Elmi-pedaqoji fəaliyyətin kompüter ilə təminatı // Müəllim hazırlığının müasir problemləri. Beynəlxalq elmi konfransı. Bakı, 2011, s.489-491.

MÜASİR KOMPÜTER ŞƏBƏKƏLƏRİNİN PROYEKTLƏŞDİRİLMƏSİ HAQQINDA

Rüstəmov Nicat Qulam oğlu
Qərbi Kaspi Universiteti
nicat12rustamov@gmail.com

Kompüter şəbəkələri müasir cəmiyyətin mühüm tərkib hissəsinə çevrilib və həm bizneslərin, həm hökumətlərin, həm də fərdlərin fəaliyyətində mühüm rol oynayır.

Müasir dünyada kompüter təkcə peşəkar fəaliyyət üçün deyil, həm də şəxsi fəaliyyətlər üçün peşəkar fəaliyyət üçün biznes sektorunun ayrılmaz hissəsinə çevrilmişdir.Kompüter şəbəkələri kompüterlər arasında qarşılıqlı əlaqədir və ya deyə bilərik ki, kompüter şəbəkəsi bir kompüterin digər kompüterlə əlaqə saxlamasına imkan verən bir-biri ilə əlaqəli kompüterlər qrupudur.

Müasir cəmiyyətdə kompüter şəbəkələrindən istifadə olunmasının bir çox səbəbi var. Əsas səbəblərdən bəziləri bunlardır:

1. Resurs mübadiləsi: Şəbəkələr bir çox istifadəçiyə printerlər, məlumat saxlama cihazları və digər aparat və proqram təminatı resursları kimi resursları paylaşmağa imkan verir
2. Ünsiyyət: Şəbəkələr fərdlər və qruplar üçün e-poçt, ani mesajlaşma, video konfrans və ya digər vasitələrlə bir-biri ilə ünsiyyət və əməkdaşlıq etmək üçün bir yol təqdim edir.
3. Məlumata çıxış: Şəbəkələr məlumat və məlumatlara çıxışı təmin edir ki, bu da məlumatı tez və səmərəli şəkildə əldə etməyə ehtiyacı olan müəssisələr və fərdlər üçün vacib ola bilər. Şəbəkələr həm də fərdlər və qruplar arasında məlumat mübadiləsini təmin edir ki, bu da əməkdaşlığı və innovasiyanı asanlaşdırmağa kömək edə bilər.
4. Təhlükəsizlik: Şəbəkələr həssas məlumatların qorunmasına və icazəsiz girişin qarşısını almağa kömək edə biləcək təhlükəsizlik duvarları, şifrələmə və digər texnologiyalar kimi təhlükəsizlik tədbirlərini həyata keçirmək üçün istifadə edilə bilər.
5. Uzaqdan İdarəetmə: Şəbəkə idarəçilərinə cihazları və sistemləri uzaqdan idarə etməyə və izləməyə imkan verir, fiziki olaraq mövcud olmadan problemlərin aradan qaldırılmasını və həllini asanlaşdırır.
6. Cloud Computing: Şəbəkə, istifadəçilərə dünyanın istənilən yerindən bulud əsaslı xidmətlərə və proqramlara daxil olmaq və istifadə etmək imkanı verən bulud hesablamaları üçün vacibdir.
7. Rəqabət Üstünlüyü: Şəbəkə biznes və təşkilatlara daha effektiv əməkdaşlıq etmək, məhsuldarlığı artırmaq və müştəri xidmətlərini artırmaqla rəqabət üstünlüyü təmin edə bilər.

Ədəbiyyat

1. Liu, Jiaomin, and Jianguo Lu. "Design computer network by using powerline." *Computers & Industrial Engineering* 35, no. 1-2 (October 1998): 263–66.
2. Cohen, Fred. "A secure computer network design." *Computers & Security* 4, no. 3 (September 1985): 189–205.
1. Садыгов М.А. Исследование негладких оптимизационных задач. Баку 2002, 125 с.

MÜRƏKKƏB MÜHITLƏRDƏ XƏTTI-ELASTIK DALĞALAR HAQQINDA

Salmanova Gülnar Musa qızı, Məmmədov Ehtibar Müşfiq oğlu
Bakı Dövlət Universtiteti

gsm-1907@mail.ru

Sferik simmetriyalı mühitlərdə mərkəzi həyəcanlanma zamanı hissəciklər fırlanma deformasiyasına məruz qalmadığı üçünh yalnız uzununa dalğalar yaranır. Bu halda yerdəyişməyə zamanın və sferik-radial koordinatın funksiyası kimi baxmaq olar. Qüvvə implusunun tənliyini sferik simmetrik koordinat sistemində yazaq.

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r}+\frac{2}{r}(\sigma_{rr}-\sigma_{\theta\theta})=\rho\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \qquad (1)$$

Deformasiya ilə yerdəyişmə arasındakı münasibətlərdən istifadə etsək .

$$e_{rr}=\frac{\partial U}{\partial r}\quad ,\quad e_{\theta\theta}=\frac{U}{r} \qquad (2)$$

$$\sigma_{rr}=\frac{2G}{1-2\nu}\left[(1-\nu)\frac{\partial U}{\partial r}+2\nu\frac{U}{r}\right] \qquad (3)$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\frac{2G}{1-2\nu}\left(\frac{U}{r}+\nu\frac{\partial U}{\partial r}\right)$$

(3) -ü (1) -də nəzərə alsaq ,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial U}{\partial r}-\frac{2U}{r^2}=\frac{1}{c_p^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \qquad (4)$$

Yayılan dalğanın burulğansız olduğunu nəzərə alaraq φ potensialını daxil edək.

$$U=\frac{\partial \varphi}{\partial r} \qquad (5)$$

(5) -i (4) -də nəzərə alsaq ,

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\varphi)\right]=\frac{1}{c_p^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}\right)$$

və ya

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\varphi)=\frac{1}{c_p^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}+F(t) \qquad (6)$$

Burada $F(t)$ ixtiyarı funksiyadı.

Əgər $F(t) \neq 0$ olarsa, onda (6) tənliyinin həlli ona uyğun bircins tənliyin ümümi həlli ilə (6) – nın xüsusi həllinin cəminə bərabərdir.

Xüsusi həll:

$$\varphi_1(t) = -c_p^2 \int_0^t (F(r)dr)d\xi$$

şəklindədir.

İNTEQRAL TƏNLİYİN HƏLLİNİN FURYE ÇEVİRMƏSİ İLƏ TƏDQİQİ

Səfərli İlqar Seyfəddin oğlu
Sumqayıt Dövlət Universiteti
i.safarli@mail.ru, *Ilqar.Safarli@sdu.edu.az*

İşdə eksponensial Furye çevirməsinin köməyi ilə inteqral tənliyin həlli məsləsi araşdırılır və alınmış həllin yığılması tədqiq olunur.

Fərz edək ki,

$$u(x) - \lambda \int_{-\infty}^{\infty} K(x-t)u(t)dt = f(x) \tag{1}$$

şəklində verilmiş inteqral tənliyin həllini tapmaq tələb olunur. Burada $u(x)$-axtarılan funksiya, $K(x)$-tənliyin nüvəsi, $f(x)$-verilmiş funksiyadır, λ -parametrdir.

Tənliyi həll etmək üçün $u(x)$ və $f(x)$ funksiyaları bütün həqiqi ədəd oxunda mütləq inteqrallanan olmalıdır və $K(x)$, $u(x)$ və $f(x)$-funksiyalarının uyğun olaraq Furye surətləri var. Onda eksponensial Furye çevirməsini (1) tənliyinə tətbiq etsək, yəni

$$\overline{F}(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{i\alpha x} dx$$

düsturundan istifadə etsək, (1) tənliyini

$$\overline{u}(\alpha) - \lambda\sqrt{2\pi}\,\overline{K}(\alpha)\overline{u}(\alpha) = \overline{F}(\alpha) \tag{2}$$

alarıq. Burada $\overline{u}(\alpha)$, $\overline{K}(\alpha)$ və $\overline{F}(\alpha)$ uyğun olaraq $u(x)$, $K(x)$ və $f(x)$-funksiyalarının Furye surətləridir, α -Furye çevirməsinin parametridir.

(2) tənliyindən

$$\overline{u}(\alpha) = \frac{\overline{F}(\alpha)}{1 - \lambda\sqrt{2\pi}\,\overline{K}(\alpha)} \tag{3}$$

alarıq.

Buradan görünür ki, faktiki olaraq verilmiş (1) inteqral tənliyin həlli tapılmışdır. Lakin (3) düsturu ilə təyin olunan funksiya tənliyin həlli deyil, həllin surətidir. Ona görədə (3) ifadəsinin orjinalını təyin etsək, (1) tənliyinin həllini tapmış olarıq. Bu məqsədlə tərs Furye çevirməsindən

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{F}(\alpha)e^{i\alpha x}d\alpha \tag{4}$$

düsturundan istifadə etsək, (3) ifadəsinin orjinalını tapmış olarıq.

Əgər (4) düsturunu (3) bərabərliyinə tətbiq etsək,

$$u(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\overline{F}(\alpha)}{1-\lambda\sqrt{2\pi}\overline{K}(\alpha)}e^{i\alpha x}d\alpha \tag{5}$$

bərabərliyini alarıq. Deməli, ümumi şəkildə (1) tənliyinin həlli (5) bərabərliyi ilə təyin olunur.

Alınmış (5) həllini aşağıdakı şəkildə göstərmək praktiki cəhətdən daha əlverişlidir.

Əgər (3) bərabərliyini (2) tənliyində ikinci toplananda nəzərə alsaq,

$\overline{u}(\alpha)=\lambda\sqrt{2\pi}\overline{K}(\alpha)\overline{u}(\alpha)+\overline{F}(\alpha)$

yaxud

$$\overline{u}(\alpha)=\lambda\sqrt{2\pi}\overline{G}(\alpha)\overline{F}(\alpha)+\overline{F}(\alpha) \tag{6}$$

alarıq. Burada

$$\overline{G}(\alpha)=\frac{\overline{K}(\alpha)}{1-\lambda\sqrt{2\pi}\overline{K}(\alpha)}$$

işarə edilmişdir. Əgər (6) bərabərliyinə tərs Furye çevirməsini tətbiq etsək və funksiyalar bağlığından istifadə etsək (1) tənliyinin həllini

$$u(x)=\lambda\int_{-\infty}^{\infty}g(x-t)f(t)dt+f(x) \tag{7}$$

şəklində təyin edirik.

Burada $g(x)$-funksiyası $\overline{G}(\alpha)$-funksiyasının orjinalıdır. Alınmış (5) və (7) bərabərliklərini müqayisə etdikdə görünür ki, (7) bərabərliyi (5) bərabərliyinə nisbətən daha sadədir, çünki (7) bərabərliyində sərbəst həddin yəni $f(x)$ funksiyasının surəti iştiurak etmir.

Ədəbiyyat

1. Ə.T. Hüseynov “İnteqral tənliklər”. Bakı. “Maarif”. 1975.
2. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский “Уравнение математической физики”. Москва. “Наука”. 1977.

Verilənlərin qorunması üçün texnologiyalar

Şəfiyeva Məleykə İntizar qızı

Bakı Dövlət Universiteti

sefiyevameleyke@gmail.com

Verilənlərin həcminin və dəyərinin artmaqda davam etdiyi bugünkü rəqəmsal əsrdə verilənlərin qorunması getdikcə həyati əhəmiyyət kəsb edir. Ənənəvi təhlükəsizlik tədbirləri artıq daim inkişaf edən təhdidlərdən müdafiə etmək üçün kifayət etmir, bu da təhlükəsizlik metodlarında ciddi araşdırma və inkişafa səbəb olur. Verilənlərin məxfiliyi və mühafizəsi dedikdə şəxsi və ya həssas məlumatı icazəsiz girişdən, istifadədən və ya açıqlamadan qorumaq üçün həyata keçirilən tədbirlər və təcrübələr nəzərdə tutulur.Verilənlərin məxfiliyi şəxsi məlumatların toplanması, saxlanması və istifadəsinə diqqət yetirir. Bu, fərdlərin öz məlumatlarına kimin, hansı məqsədlər üçün və necə istifadə olunduğuna nəzarət etmələrini təmin edir. Bu, məlumatların toplanması üçün razılığın alınmasını, fərdlərə məlumatlarının necə işləndiyi ilə bağlı seçimlər və şəffaflığın təmin edilməsini və müvafiq məxfilik qanun və qaydalarına riayət etməyi əhatə edir. Digər tərəfdən, verilənlərin mühafizəsinə məlumatların icazəsiz girişdən, itkidən və ya zədələnmədən qorunması üçün həyata keçirilən texniki və təşkilati tədbirlər aiddir. Bu, verilənləri pozuntulardan, kiberhücumlardan və digər təhlükələrdən qorumaq üçün şifrələmə, giriş nəzarəti, firewall və müntəzəm ehtiyat nüsxələri kimi təhlükəsizlik nəzarəti və texnologiyalarının tətbiqini əhatə edir. Tezis verilənlərin qorunması imkanlarını təkmilləşdirən təhlükəsizlik texnologiyalarını müzakirə edir. Verilənlərin qorunması üçün istifadə edilə bilən bir neçə texnologiya var. Ümumi olanlardan bəzilərinə baxaq. Encryption- Şifrələmə verilənləri oxunmaz formaya çevirir və ona yalnız deşifrə açarı ilə səlahiyyətli istifadəçilər daxil ola bilər. Bu, cihazlarda saxlanılan və ya şəbəkələr üzərindən ötürülən verilənləri icazəsiz girişdən qorumağa kömək edir. Giriş nəzarətləri (Access controls): Giriş nəzarətləri istifadəçi icazələri əsasında verilənlərə girişi məhdudlaşdırmaq və ya nəzarət etmək üçün mexanizmləri təmin edir. Bu, yalnız səlahiyyətli şəxslərin həssas verilənlərə daxil ola biləcəyini təmin edir. Firewalllar: Firewalllar daxili şəbəkələr və xarici şəbəkələr (məsələn, internet) arasında maneə yaratmaq üçün istifadə olunur. Onlar daxil olan və gedən şəbəkə trafikinə nəzarət edir və icazəsiz girişin qarşısını almaq üçün təhlükəsizlik siyasətlərini tətbiq edirlər. Intrusion Detection and Prevention Systems (IDPS): Bu sistemlər məlum hücum nümunələri və ya şübhəli fəaliyyətlər üçün şəbəkə trafikinə nəzarət edir. Onlar potensial təhlükələri müəyyən edə və onların qarşısını almaq üçün lazımi tədbirlər görə bilərlər.

Data Loss Prevention (DLP): DLP texnologiyaları təşkilat daxilində data axınının monitorinqi və nəzarəti ilə təsadüfi və ya qəsdən məlumat sızmasının qarşısını almağa kömək edir. Onlar şəbəkədən kənarda həssas verilənlərin ötürülməsini müəyyən edə və blok edə bilərlər. Virtual Private Networks (VPNs): Virtual Şəxsi Şəbəkələr şəxsi şəbəkə tuneli yaratmaqla dataların ictimai şəbəkələr üzərindən ötürülməsi üçün təhlükəsiz əlaqə təmin edir. Onlar verilənləri şifrələyir və ötürülmə zamanı onun bütövlüyünü təmin edirlər. Backup-nüsxələmə və Disaster Recovery: Verilənlərin mütəmadi olaraq ehtiyat nüsxəsini çıxarmaq və sağlam bir fəlakətin bərpası planına malik olmaq dataları təsadüfi itkilərdən, aparat nasazlıqlarından və ya təbii fəlakətlərdən qorumağa kömək edir. Multi-Factor Authentication (MFA): MFA istifadəçilərdən verilənlərə daxil olmaq üçün parol və mobil cihazına göndərilən unikal kod kimi bir çox identifikasiya formalarını təqdim etməyi tələb etməklə əlavə təhlükəsizlik səviyyəsi əlavə edir.Data Masking: Dataların maskalanması həssas verilənləri uydurma, lakin real dəyərlərlə əvəz edir və orijinal dəyərlərin ifşa olunmamasını təmin edir. Bu, inkişaf və ya sınaq məqsədləri üçün icazə verərkən dataların qorunması üçün faydalıdır. Secure Socket Layer/Transport Layeri Security (SSL/TLS): SSL/TLS protokolları müştəri və server arasında internet üzərindən təhlükəsiz əlaqəni təmin edir. Onlar ələ keçirmə və ya müdaxilənin qarşısını almaq üçün ötürülmə zamanı verilənləri şifrələyir. Verilənlərin hərtərəfli qorunmasını təmin etmək üçün bu texnologiyalar müstəqil və ya bir-biri ilə birlikdə istifadə edilə bilər. İstifadə olunan texnologiyaların xüsusi kombinasiyası təşkilatın təhlükəsizlik tələblərindən və qorunan dataların həssaslığından asılıdır.

Həm verilənlərin məxfiliyi, həm də verilənlərin qorunması informasiyanın məxfiliyini, bütövlüyünü və əlçatanlığını qorumaq üçün çox vacibdir. Onlar fərdlərlə inam yaratmaq, qanuni və tənzimləyici tələblərə uyğunluğu təmin etmək, verilənlərin pozulması, şəxsiyyət oğurluğu və məxfilik pozuntuları ilə bağlı riskləri azaltmaq üçün vacibdir. Təşkilatlar və fərdlər şəxsi və məxfi verilənlərlə ehtiyatlı davranmaq və onları qorumaq üçün müvafiq tədbirlər görmək öhdəliyi daşıyır.

Ədəbiyyat

1. Kyle Johnson. 2022. “Top 7 types of data security technology” from techtarget.com.
2. WebFinance, I. (2014). Data Protection. Retrieved September 12, 2014, from BusinessDictinary.com

MÜASİR PROQRAMLAŞDIRMA DİLLƏRİ HAQQINDA

Şıxıyeva Sevinc Ədalət qızı
Qərbi Kaspi Universiteti
Xyeva99@bk.ru

Proqramlaşdırma dilləri müasir proqram təminatının inkişafının əsasını təşkil edir, tərtibatçılara yaradıcı proqramlar, vebsaytlar və həllər hazırlamağa imkan verir. Proqramlaşdırma dillərinin müxtəlifliyinə görə layihəniz üçün uyğun dili seçmək çətin ola bilər. Bu yazıda müasir proqram təminatının inkişafı üçün ən yaxşı variant hesab edilən ilk beş proqramlaşdırma dilini nəzərdən keçirəcəyik.

1. **Python:** Python sadəliyi və asanlığı səbəbindən çox yönlü və yeni başlayanlar üçün uyğun bir dildir. O, veb inkişafı, məlumat təhlili, maşın öyrənməsi və avtomatlaşdırma tapşırıqları üçün idealdır.
2. **JavaScript:** Bu veb proqramlaşdırma dili dinamik və interaktiv veb səhifələrə güc verir. Bu, arxa plan inkişafı üçün Node.js-dən və front-end inkişafı üçün React və Angular kimi çərçivələrdən istifadə etməyə imkan verir.
3. **Java:** Bu güclü obyekt yönümlü dil geniş miqyaslı sistemlər, Android proqramları və korporativ səviyyəli proqramlar yaratmaq üçün istifadə olunur.
4. **C#:** Microsoft tərəfindən hazırlanmış, əsasən Windows proqramlarının hazırlanması və Unity oyunlarının inkişafı üçün istifadə edilən güclü bir dildir. O,.NET çərçivəsi ilə möhkəm proqramlaşdırma mühiti təklif edir.

5. **Go:** Google tərəfindən hazırlanmış,paralellik, səmərəlilik və sadəliyə üstünlük verən bir dildir. O, əla performans təmin edir və tez-tez paylanmış sistemlərin, şəbəkə proqramlarının və genişlənən veb xidmətlərinin inkişafında istifadə olunur.

Ən yaxşı proqramlaşdırma dilinin seçilməsi layihənizin xüsusi tələblərindən, şəxsi üstünlüklərinizdən və işlədiyiniz ekosistemdən asılıdır. Burada qeyd olunan ilk 5 proqramlaşdırma dili — Python, JavaScript, Java, C#,Go,— müxtəlif funksiyalar dəsti, geniş icma dəstəyi və geniş kitabxanalar və çərçivələr təklif edir. Düzgün proqramlaşdırma dilini seçməklə siz kodlaşdırma potensialınızı aça və proqram təminatı inkişaf etdirmə layihələrinizi həyata keçirə bilərsiniz.

Ədəbiyyat

1. Covington, Michael A., Roberto Bagnara, Richard A. O'keefe, Jan Wielemaker, And Simon Price. "Coding guidelines for Prolog." *Theory and Practice of Logic Programming* 12, no. 6 (June 30, 2011): 889–927.
2. Chen, Zheng Sheng, Zhi Ping Lu, and Chang Gui Li. "Storage Model of Graph Based on Variable Collection." *Advanced Materials Research* 765-767 (September 2013): 1456–60.

İKİFAZALI MÜHİTLƏRDƏ HƏYƏCANLANMANIN YARATDIĞI UZUNUNA DALĞALARIN DİNAMİKASI

Tağıyev Müsrəddin Musa oğlu, Qafarova Fidan Ənvər qızı, Əliyeva Nailə Bəylər qızı
Bakı Dövlət Universiteti
qafarova.fidan01@mail.ru

Məlumdur ki, ikifazalı sistemlər mayedə yerləşən bərk hissəciklər və ya qaz qabarcıqlarının qarışığından ibarətdir. Çoxfazalı , o cümlədən ikifazalı sistemlərin dinamikasının tədqiqi bir çox fundamental problemlərlə əlaqəli olan elm və texnikanın geniş sahəsini əhatə edir. Müxtəlif təbiətli mayelərdə həyəcanlanmaların yayılmasının, təzyiq paylanmalarının tədqiq edilməsi bütöv mühit mexanikasının (o cümlədən maye , qaz və plazma mexanikasının) ən mühim inkişaf istiqamətlərindən birini təşkil edir.

Həyəcanlanma nəticəsində əsasən iki növ dalğa yaranır: uzununa dalğalar və sonlu amplitudlu qeyri-xətti dalğalar. Monodispers suspenziyalarda həyəcanlanma nəticəsində yaranan dalğalar rezonans hadisəsinin yaranmasına gətirib çıxara bilər və nəticədə boru kəmərlərinin divarının mexaniki dağılması baş verə bilər. Yuxarıda sadalanan və sadalanmayan çoxlu sayda problemlərin həlli monodispers suspenziyalarda dalğa proseslərini daha təsvir edən adekvat riyazi modelin qurulmasını tələb edir.

Maye-bərk hissəciklər sisteminin eyni zamanda qərarlaşmış (stasionar) hərəkətini təsvir edən tənliklər P. Panton , daha ümumi halda isə R.İ. Niqmatulin tərəfindən alınmışdır. Təklif olunan modellərin heç birində fazalararası qarşılıqlı təsir qüvvəsinin ümumi şəkildə vermək mümkün olmayıb. Fazalararası qarşılıqlı təsir qüvvəsinin aşkar şəkli yalnız xüsusi hallar üçün verilə bilir.

Təklif olunan model termodinamik qüvvəni nəzərə almaqla ikifazalı mühitlərin (qatışıqların) hidrodinamikasını öyrənməyə imkan verir. Suspenziyada dispers fazaya kəsilməz mühit kimi baxmaq üçün onun iki ən yaxın hissəcikləri arasında orta məsafəsi axının makroskopik miqyası ilə müqayisədə kiçik olmalıdır. Bu isə bütöv mühit mexanikasının saxlanma qanunlarına həcmi ortalaşma üsulunu tətbiq etməyə imkan verir.

[1]-də bütöv mühit mexanikasının ümumi tənliklərindən istifadə edərək dalğa proseslərinin təsviri üçün qeyri-xətti riyazi model qurulmuşdur. Çoxfazalı sistemlərdə qeyri-xətti dalğa nəzəriyyəsinin tədqiq olunmasında riyazi modelləşdirmə əhəmiyyətli (mühim) rol oynayır. O, texnoloji təsirləri proqnozlaşdırmağa və optimallaşdırmağa, eksperiment verilənləri emal etmək və şərh etməyə imkan verir. Bununla əlaqədar olaraq işdə uzununa dalğaların sürətinin hesablanması həyata keçirilmişdir.

Uzununa dalğaların yayılma sürətini təyin etmək üçün hər bir fazanın kütləsinin və hərəkət miqdarının saxlanması qanunlarına , hər bir fazanın hal tənlikləri və dispers fazada bərk hissəciyin deformasiyasının ümumiləşdirmiş xətti özlü-elastiki reoloji tənliyi qoşulur.

Birölçülü məsələnin dinamikası kiçik parametrlər metodu ilə həll olunur. Birinci yaxınlaşmada uzununa dalğaların sürətlərini təyin etmək üçün aşağıdakı dispersiya münasibəti alınmışdır [2] :

$$B_1\left[\alpha_1^{(0)}\rho_1^{(0)}+\alpha_2^{(0)}\left(\rho_2^{(0)}+2\rho_1^{(0)}\right)\right]C^4-\left[\alpha_1^{(0)}\rho_2^{(0)}\left(1-\frac{a_0L_1}{b_0\rho_1^{(0)}}\right)+\frac{a_0\alpha_1^{(0)}B_1}{b_0}\left(1+\frac{2\alpha_2^{(0)}}{\alpha_1^{(0)}}\right)+\right.$$

$$\left.+\alpha_2^{(0)}\left(\rho_2^{(0)}+2\rho_1^{(0)}\right)+\frac{3kT\xi_1\alpha_2^{(1)}B_1}{2\pi a^3}-\left(1-\frac{a_0L_1}{b_0\rho_1^{(0)}}\right)\right]C^2+2\alpha_2^{(0)}\left[\frac{a_0}{b_0}+\frac{3kT\xi_1}{4\pi a^3}\left(1-\frac{a_0L_1}{b_0\rho_1^{(0)}}\right)\right]=0$$

burada

$$L_1=\frac{\partial\rho_1}{\partial\sigma}|\sigma_0\,,\;\; L_2=\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2\rho_1}{\partial\sigma^2}|\sigma_0$$

$$B_1=\frac{\partial\rho_2}{\partial P}|P_0\;,\;\; B_2=\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2\rho_2}{\partial P^2}|P_0$$

$$D_1=\alpha_2^{(0)}+\frac{\sigma-4\alpha_2^{(0)}-2\left(\alpha_2^{(0)}\right)^2}{\left(\alpha_2^{(0)}\right)^3}$$

$\alpha_1,\alpha_2,\rho_1,\,\rho_2,a_0,b_0,k,T$ - uyğun olaraq bərk və maye fazanın konsentrasiyası, sıxlıqlarıdır. P-maye fazada təzyiq, a_0 və b_0 - sabitləri özlü-elastiki mühitlərin mexaniki xassələrini xarakterizə edən parametrlər, k – Bolsman sabiti, T- mütləq temperaturdur.

Aldığımız dispersiya tənliyinin iki müsbət həlli olur. Köklərdən biri dispers fazada dalğa sürətinə, ikinci kök isə kəsilməz maye fazada dalğanın yayılma sürətinə uyğun gəlir.

Parametrlərin müxtəlif qiymətləri üçün həm təmiz su və kiçik qum daşlarında, həm də təmiz su və qumlarda uzununa dalğaların sürətləri təyin edilmişdir. Aparılmış hesablamalar göstərir ki, termodinamik qüvvə və bərk hissəciklərin relaksasiya müddəti xətti dalğaların yayılma prosesinə demək olar ki, təsir etmir.

Ədəbiyyat

1. Энгельбрехт Ю.К., Нигул У.К., Нелинейные волны деформации. М. 1981. -256с.
2. Tağıyev M.M. Dispers özlü maye ilə dolu borularda dalğa məsələsinin tədqiqi, Bakı Universitetinin xəbərləri, Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, №4, 2017. səh.130-138.

MONODİSPERS SUSPENZİYALARDA BİRÖLÇÜLÜ QEYRİ-XƏTTİ DALĞALARIN EVOLYUSİYA TƏNLİYİNİN KEYFİYYƏT ANALİZİ

Tağıyev Müsrəddin Musa oğlu, Tamirlanovna Səbinə Kazixanova

Bakı Dövlət Universiteti

kazikhanovasabina@gmail.com

Müxtəlif mayelərin magistral boru kəmərləri vasitəsilə nəqli kompressor-nasos stansiyalarının köməyi ilə həyata keçirilir. Belə olduqda boru kəmərlərinin daxilində yaranan kiçik və sonlu amplitudlu dalğalar müxtəlif dərəcədən borunun divarlarını zədələyir. Təcrübə göstərir ki , axın seli çox zaman bircinsli olmur və onda olan ətalətə malik hissəciklər boru kəmərlərinin divarlarına təsir edir. Bəzən bu təsir o qədər güclü olur ki , nəticədə magistral boru kəməri dağıla bilər [1] .

Burada əsas problem-axının dalğa enerjisini optimal üsulla ötürməkdən ibarətdir. Yuxarıda deyilən proseslər aşağıdakı evolyusiya tənliyi ilə təsvir olunur [2] .

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial x}+\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}-\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}\right)+R_4c\left(\frac{\partial^2\vartheta}{\partial\tau\partial x}-\frac{\partial^2\vartheta}{\partial\tau^2}\right)+R_6\left(\vartheta+\frac{1}{R_1}\cdot\frac{\vartheta^2}{c}\right)-R_7\sum_{l=1}^{n}S_{l+1}\cdot\frac{\partial^{l+1}\vartheta}{\partial\tau^{l+1}}=0 \qquad (1)$$

Burada R_1 , R_2 , R_4 , R_6 , R_7 - müəyyən əmsallardır ;

$$S_{l+1}=\Gamma_{m-l}\frac{a_0b_l}{b_0}-\Gamma_{n-l}a_l$$

Bundan əlavə qeyri-xəttilik əmsalı nə qədər böyük olsa, elastik enerjinin vurulması o qədər də tez dominant tezlik yaranmasına səbəb olur.

Birölçülü qeyri-xətti dalğaların evolyusiya tənliyinin keyfiyyət analizini vermək üçün tənliyinin ikinci həddi ilə tənliyin hər bir həddinin nisbətini qiymətləndiririk. Əgər $\lambda-$dalğa uzunluğu, $\mathrm{T}-$onun periodu və ϑ_0-bərk hissəciklərin xarakteristik sürəti olarsa, onda kəmiyyətlərin tərtibi

$$\left|\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}\right|\div\left|\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}\right)\right|\sim\frac{2|\mathrm{R}_1|}{|\mathrm{R}_2|}\mathrm{T}\sim\frac{|R_1|\lambda}{|R_2|c},$$

$$\left|\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}\right|\div\left|R_4c\frac{\partial^2\vartheta}{\partial\tau\partial x}\right|\sim\frac{\vartheta_0\lambda}{|\mathrm{R}_4|c},$$

$$\left|\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}\right|\div\left|R_4\cdot\frac{\partial^2\vartheta}{\partial\tau^2}\right|\sim\frac{\vartheta_0\lambda}{|R_4|c}, \qquad (2)$$

$$\left|\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}\right| \div \left|R_6\vartheta\right| \sim \frac{\vartheta_0}{\mathrm{T}\left|R_6\right|} \sim \frac{\vartheta_0 c}{\left|R_6\right|\lambda},$$

$$\left|\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}\right| \div \left|\frac{R_6}{R_1}\cdot\frac{\vartheta^2}{c}\right| \sim \frac{\left|\mathrm{R}_1\right|c}{\left|R_6\right|\lambda},$$

$$\left|\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}\right| \div \left|R_7 S_{l+1}\cdot\frac{\partial^{l+1}\vartheta}{\partial\tau^{l+1}}\right| \sim \frac{\left|\vartheta_0\right|}{\left|\mathrm{R}_7 S_{l+1}\right|}\cdot\left(\frac{\lambda}{c}\right)^l,$$

$$\left|\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}\right)\right| \div \left|R_7 S_{l+1}\cdot\frac{\partial^{l+1}\vartheta}{\partial\tau^{l+1}}\right| \sim \frac{\left|\mathrm{R}_2\right|\vartheta_0}{\left|R_1 R_7 S_{l+1}\right|}\left(\frac{\lambda}{c}\right)^{l-1},$$

$$\left|\frac{R_6}{R_1}\cdot\frac{\vartheta^2}{c}\right| \div \left|R_7 S_{l+1}\cdot\frac{\partial^{l+1}\vartheta}{\partial\tau^{l+1}}\right| \sim \frac{\left|\mathrm{R}_6\right|\vartheta_0}{\left|R_1 R_7 S_{l+1}\right|}\left(\frac{\lambda}{c}\right)^{l+1},$$

Burada $l = 2 , 3 , ...$;

(2) münasibətlərindən görünür ki, $\mu \to 0$ və özlü hədlər inersial hədlərə görə az olur. Bu hal üçün (1) tənliyi sadələşir. Amma bu, təcrübə ilə ziddiyyət təşkil edir. Maye nə qədər kiçik özlülüyə malik olursa olsun bərk hissəciklərin səthinə yapışır. Ədəbiyyatda (tədqiqat işlərində) belə ziddiyyət sərhəd qatı anlayışı daxil edilərək aradan qaldırılır. Axırıncının qalınlıq kimi təyinindən sonra, bərk hissəciyin effektiv radius anlayışını daxil etmək olar. Qeyd edək ki, belə yanaşma problemin həllini daha da mürəkkəbləşdirir.

Baxılan işdə (1) tənliyində $l = 2,\ \mu = 0,\ S_2 = 0,\ \mathrm{T} = ct - x$ qəbul etsək və sərhəd şərtlərini

$$\vartheta(0,\mathrm{T}) = \vartheta_0(\mathrm{T}),$$
$$\vartheta(x;\infty) = 0\,,\ \vartheta(x;-\infty) = 0\,, \tag{3}$$
$$\left.\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right|_{\mathrm{T}\to\infty} = 0\,.$$

qəbul etsək, (1) tənliyinin avtomodel həllini tədqiq edə bilərik. Deyilənləri nəzərə alsaq, alarıq.

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial x} + c\vartheta\frac{\partial\vartheta}{\partial\mathrm{T}} - R_8\frac{\partial^3\vartheta}{\partial\mathrm{T}^3} = 0\,, \tag{4}$$

burada $R_8 = c^3 R_7 S_3$.

Suspenziyada akustik dalğanın yayılma sürəti birinci yaxınlaşmada alınan dispersion tənlikdən tapılır. Təmiz su və kiçik qumdaşları və eləcədə təmiz su və qum olduqda hesabat aparılaraq akustik dalğanın yayılma sürəti təyin edilmişdir.

Ədəbiyyat

1. Байков В.А., Бахтизин Р.Н Распространение волн возмущений в смолосодержащих нефтях, НФЖ.Минск, 1988, т.51, №2, с.240-243.
2. M.M.Tağıyev, G.M. Sarıyeva "Xətti irsi mühitlərdə ikiölçülü evolyusiya tənliyi. Azərbaycan xalqının ümummilli lideri Heydər Əliyevin anadan olmasının 98-ci il dönümünə həsr olunmuş "Riyaziyyat, Mexanika və onların tətbiqləri" adlı respublika elmi konfransının materialları" Bakı, 24-25 May, 2021 ci il.

ŞAGİRDİN REFLEKSİV FƏALİYYƏTİNİN FORMALAŞDIRILMASI VASİTƏLƏRİ

Tahirov Bahadur Ömər oğlu, Həmidova Şəlalə Abdul Əhəd qızı,
Cabbarova Fidan Rəhman qızı
Bakı Dövlət Universiteti
qarabah48@mail.ru

Təlimin əsas məqsədləri arasında bu gün mühüm, əsas və xüsusi səriştələrin formalaşdırılmasını görürük. Səriştələri bilik, bacarıq və vərdişlərlə əvəz etmək olmur, lakin onlar olmadan səriştələr də mənasız olur. Ona görə də biliyin keyfiyyətinin tədqiq edilməsi problemi həmişə aktualdır.

Pedaqogikada bilik keyfiyyətlərinin tam sistemini qurmaq cəhdləri həmişə olmuşdur. Bilik keyfiyyətlərinin tam sisteminə tamlıq, dərinlik, operativlik, çeviklik, ümumiləşdirilmə, sistemlilik, mənimsənilmə və möhkəmlilik aiddir. Metodistlər təhsilin keyfiyyətlərinin üç qrupunu fərqləndirirlər:

- mövzu-məzmun;
- məzmun-fəaliyyət;
- məzmun-fərd.

Mövzu-məzmun qrupuna tamlıq, ümumilik, sistemlilik keyfiyyətləri aid edilir; məzmun-fəaliyyət qrupuna möhkəmlik, mobillik, səmərəlilik aid edilir; məzmun-fərd qrupuna davamlılıq, çeviklik, mənimsənilmə aid edilir [1].

Uzun müddət təfəkkürü bacarıqla, anlamanı biliklə eyniləşdirilməsinə əsaslanan təhsil modeli üstünlük təşkil edirdi. Bilmək və anlamaq eyni deyildir. Məktəb təfəkkürü bilik vasitəsilə anlama mərhələsinə qədər inkişaf etdirilməlidir. Fəal öyrənmə, dialoq və ünsiyyət olduqda anlama reallaşır [2].

Riyazi materialın anlanılmasını dərinləşdirmək vasitələrindən biri refleksiv məsələlərdir. Refleksiv məsələ, adətən həll prosesinin anlanılmasına xidmət edən məsələ kimi başa düşülür. Refleksiv məsələlər şagirdlərdə məsələnin həlli prosesini sərbəst təhlil etmək, bu zaman öz fəaliyyətini nəzərdən keçirmək bacarıqlarını inkişaf etdirməyə xidmət edən məsələlər kimi başa düşülür. Refleksiv məsələlərin həlli şagirdlərdə aşağıdakı təlim hərəkətlərinin formalaşmasına xidmət etməlidir: məsələnin şərtini əsas əlaqəni aşkar etmək məqsədi ilə təhlil etmək, aşkar edilmiş əlaqəni qrafik və ya işarələmələr formasında modelləşdirmək, icra edilmiş hərəkətlərə nəzarət etmək, ümumi həll üsulunu mənimsəmək, qiymətləndirməni verilmiş məsələnin həlli kimi qəbul etmək.

Metodistlər refleksiv məsələlərin aşağıdakı növlərini fərqləndirirlər:

1. Təklif olunan həldə səhvləri tapmağa aid məsələlər.
2. Mühakimələrin və alınan nəticələrin doğru və yalan olduğunu əsaslandırmağa aid məsələlər.
3. Təhrik etməyə xidmət edən məsələr:
   a) şərti səhv cavabın seçilməsinə xidmət edə bilən məsələlər, başqa sözlə, şərti bu və ya digər səhv cavabı seçməyə “təhrik” edən məsələlər;

b) şərti səhv həll üsulunun seçilməsinə xidmət edə bilən məsələlər;

c) verilmiş şərtlərə görə mövcud olmayan riyazi obyektləri tapmağa təhrik edən məsələlər;

d) qeyri müəyyən məsələr:

- konkret cavab almaq üçün bir və ya bir neçə kəmiyyətin çatmadığı və ya obyektin bu və ya digər obyektlərlə əlaqəsinin olması haqqında göstərişin olmadığı məsələlər;

e) şərtində artıq verilənləri olan məsələr;

4. Tədqiqat xüsusiyyətli məsələlər.

Şagirdlərin refleksiv bacarıqlarını inkişaf etdirməyə xidmət edən çalışmaların aşağıdakı növləri vardır:

1. Müəllim hər hansı riyazi məsələnin həllini təklif edir. Amma təklif edilən həll səhvdir. Şagirdlərə həmin səhvi tapmaq həvalə edilir.
2. Müəllim məsələnin həllini tam vermir, şagirdlərə onu tamamlamaq həvalə olunur.
3. Məsələnin müəllim təklif etdiyi həllində prinsipal boşluqlar var. Şagirdlərə onları aşkar etmək həvalə olunur.
4. Müəllim həll etmək üçün əvvəlcə, artıq verilənli məsələ, sonra isə, çatışmayan verilənli məsələ təklif edir. Şagirdlərə bunu aşkar etmək həvalə olunur.

Aşağıda refleksiv məsələlərin bir neçə nümunəsi verilir.

Məsələ 1. Döşəmə iki dəfə yağlı boya ilə boyanmışdır. Birinci dəfə döşəmənin hər kvadrat metrinə 105 q, ikinci dəfə 70 q. işlənmişdir. Otağın uzunluğu 6 m, eni 5 m olarsa, nə qədər boya sərf edilmişdir?

a) aşağıdakı asılılıqlarla əlaqəsi olan kəmiyyətləri göstərin: biri digərindən 1,5 dəfə böyükdür?; biri digərindən 1,5 dəfə azdır?

b) məsələnin şərtindən istifadə edərək hansı ifadələrə məna vermək olar?

$105+70;\ 105\cdot 70;\ 6\cdot 5;$

$6+5;\ 70\cdot(6\cdot 5);\ 105\cdot(5\cdot 6);\ 105+5\cdot 6;$

$6:5;\ 70:6;\ 105\cdot 5$.

Həlli. Əvvəlcə otağın sahəsini tapaq:

1) $5\cdot 6=30m^2$.

Sonra nə qədər boya sərf olunduğunu tapaq:

2) $(105+70)\cdot 30=175\cdot 30=525\ q.$

a) sualına cavablar: biri digərindən 1,5 dəfə çox olan kəmiyyətlər birinci və ikinci boya çəkmə zamanı sərf olunan boyaların nisbətidir:

$$105:70=1{,}5 \text{ (dəfə).}$$

Başqa sözlə, birinci boyalamada sərf olunan boya ikinci boyalamada sərf olunan boyanın miqdarından 1,5 dəfə çoxdur və tərsinə, ikinci boyalamada sərf olunan boya birinci boyalamada sərf olunan boyadan 1,5 dəfə azdır.

b) $105+70$ - $1m^2$ sahəni boyamağa sərf olunan boyanın miqdarıdır;

$105\cdot(5\cdot 6)$ - birinci boya çəkməkdə sərf olunan boyanın miqdarı;

$6\cdot 5$ - döşəmənin sahəsi;

$70 \cdot (5 \cdot 6)$ - ikinci dəfə boya çəkməkdə sərf olunan boyanın miqdarı;

$6:5$ - döşəmənin uzunluğu enindən neçə dəfə çoxdur?

Məsələ 2. Qatarın sürəti 60 km/saatdır və o, 300 km məsafəni getmişdir. $300:60$ ifadəsinin mənasını göstərin.

Həlli. $300:60=5$ (qatarın yola sərf etdiyi zaman)

Cavab. Qatarın verilən məsafəni qət etməyə sərf etdiyi zaman 5 saatdır.

Məsələ 3. Aşağıdakı “isbat”dakı səhvi tapın.

a) “4=5”.

$$16-36=25-45,$$

$$4^2-2\cdot 4\cdot \frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2=5^2-2\cdot 5\cdot \frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2,$$

$$\left(4-\frac{9}{2}\right)^2=\left(5-\frac{9}{2}\right)^2,$$

$$4-\frac{9}{2}=5-\frac{9}{2},$$

$$4=5.$$

Bu çevirmələrdə səhv $\left|4-\frac{9}{2}\right|=\left|5-\frac{9}{2}\right|$-dən alınan nəticənin düz olmamasıdır.

b) “$\frac{1}{9}>\frac{1}{3}$

İsbatı. $\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$; $\lg\frac{1}{3}=\lg\frac{1}{3}$;

$2\lg\frac{1}{3}>\lg\frac{1}{3}$; (səhvdir, çünki $\lg\frac{1}{3}<0$ olur).

$\lg\frac{1}{9}>\lg\frac{1}{3}$;

$\frac{1}{9}>\frac{1}{3}$.

c) $i=\sqrt{-1}$.

Bir tərəfdən $i^2=-1$, digər tərəfdən $i^2=i\cdot i=\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}=\sqrt{1}=1$.

Səhv ifadə

$\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}\neq\sqrt{(-1)(1)}$ -dir.

Refleksiv məsələlər şagirdlərin qiymətləndirmə fəaliyyətlərinin formalaşdırılmasına xidmət edir:

- fəaliyyətin nəticəsinin qiymətləndirilməsi;
- fəaliyyət metodunun optimallığının qiymətləndirilməsi;
- fəaliyyət metodunun ümumiliyinin qiymətləndirilməsi.

Ədəbiyyat

1. Далингер В.А. Причины типичных ошибок учащихся по математике // Современная наука: актуальные проблемы и пути их решения, 2014, №12, с.94-97.
2. Майкова Н.С. Виды ошибок учащихся при обучении решению геометрических задач, их причины и способы предупреждения // Известия РГПУ им.А.И.Герцена, 2008, 244 с.

DIVARI MƏSAMƏLİ BORUDA MAYE-QAZ QARIŞIĞININ HİDRODİNMİKASI

Talıblı Şamil Zahid oğlu, Abbasov Elxan Məcid oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

aelhan@mail.ru, taliblisamil@gmail.com

Bir çox hallarda içərisi qumla dolmuş borularda iki fazalı maye-qaz qarışığının hərəkətinə baxmaq lazım gəlir. Belə məsələlərə bir çox işlərin həsr edilməsinə baxmayaraq konvektiv hədd nəzərə alınaraq divarı məsaməli içi qumla dolu borularda ikifazalı mühitin hərəkət hidrodinamikası kifayət qədər öyrənilməmişdir. Ona görə də ikifazalı maye-qaz qarışığının borularda qeyri stasionar hərəkətinin öyrənilməsinin həm praktiki həm də elmi əhəmiyyəti vardır.

Divarı məsaməli içi qumla dolu boruda maye-qaz qarışığının hərəkətinə baxaq. Bu məqsədlə borudan sonsuz kiçik dx uzunluqlu bir element ayıraq və baxılan hal üçün kəsilməzlik tənliyini çıxaraq.

Balans tənliyini yazaraq alarıq.

$$\frac{\partial\left(\rho_c\left(1-m\right)\right)}{\partial t}+\frac{\partial\left(\rho_m m\right)}{\partial t}=-\frac{\partial\left(m\,\rho_m V_m\right)}{\partial x}-\frac{\partial\left((m-1)\,\rho_q V_q\right)}{\partial x}+\frac{2\alpha}{R}\left(P-P_c\right) \tag{1}$$

Birinci yaxınlaşmada $m=const$ qəbul edək.

$$\frac{\left(1-m\right)}{c_q^2}\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{m}{c_m^2}\frac{\partial P}{\partial t}=-m\frac{\partial\left(\rho_m V_m\right)}{\partial x}-(m-1)\frac{\partial\left(\rho_q V_q\right)}{\partial x}+\frac{2\alpha}{R}\left(P-P_c\right)$$

Mayenin hərəkət tənliyi aşağıdakı kimi olar.

$$Q_m=-\left(\frac{f_T k_m \rho_m}{\mu_m}+\frac{f_T k_q \rho_q}{\mu_q}\right)\frac{\partial P}{\partial x} \tag{2}$$

(2)-ni (1)-də nəzərə alsaq alarıq.

$$\frac{\partial P}{\partial t}-a^2\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}-\alpha_1 P=-\alpha_1 P_c \tag{3}$$

Başlanğıc və sərhəd şərtləri.

$$P\big|_{t=0}=f(x) \tag{4}$$

$$P\big|_{x=0}=P_c\ ,\quad P\big|_{x=l}=P_1 \tag{5}$$

f(x) maye-qaz qarışığının stasionar axındakı orta sürətidir. (3) tənliyinin (5) sərhəd şərtlərini ödəyən həllini aşağıdakı kimi axtarırıq.

$$P = P_c - \frac{P_c - P_1}{l_1}x + \sum_{i=1}^{\infty}\varphi_i \sin\frac{i\pi x}{l_1} \tag{6}$$

(6) düsturunu (3) tənliyində yerinə yazıb alınan ifadənin hər iki tərəfini $\sin\frac{i\pi x}{l}$ -ə vurub sıfırdan l-ə qədər inteqrallasaq alarıq.

$$\dot{\varphi}_i + \left(a^2 - \alpha_1\right)\varphi_i = -\frac{2\dot{P}_c}{i\pi}(1-(-1)^i) - 2(-1)^i\frac{\dot{P}_c - \dot{P}_1}{i\pi} + 2\alpha_1(-1)^i\frac{P_c - P_1}{i\pi} \tag{7}$$

Sonuncu tənlikdə Laplas çevirməsini tətbiq edib daha sonra originalına keçsək alarıq.

$$\varphi_i = \varphi_i(0)e^{-(a^2-\alpha_1)t} - \frac{2(1-(-1)^i)}{i\pi}\int_0^t P_c(\tau)e^{-(a^2-\alpha_1)(t-\tau)}d\tau - \frac{2(-1)^i}{i\pi}\int_0^t\left(\dot{P}_c(\tau) - \dot{P}_1(\tau)\right)e^{-(a^2-\alpha_1)(t-\tau)}d\tau +$$
$$+\frac{2\alpha_1(-1)^i}{i\pi}\int_0^t\left(P_c(\tau) - P_1(\tau)\right)e^{-(a^2-\alpha_1)(t-\tau)}d\tau \tag{8}$$

Burada $\varphi_i(0)$ (4) başlanğıc şərtindən tapılır. (8)-i (6)-da nəzərə alaq.

$$P = P_c - \frac{P_c - P_1}{l_1}x + \sum_{i=1}^{\infty}\left[\varphi_i 0)e^{-(a^2-\alpha_1)t} - \frac{2(1-(-1)^i)}{i\pi}\int_0^t P_c(\tau)e^{-(a^2-\alpha_1)(t-\tau)}d\tau - \right.$$
$$\left. - \frac{2(-1)^i}{i\pi}\int_0^t\left(\dot{P}_c(\tau) - \dot{P}_1(\tau)\right)e^{-(a^2-\alpha_1)(t-\tau)}d\tau + \frac{2\alpha_1(-1)^i}{i\pi}\int_0^t\left(P_c(\tau) - P_1(\tau)\right)e^{-(a^2-\alpha_1)(t-\tau)}d\tau\right]\sin\frac{i\pi x}{l}$$

$P_c = const$ halına baxaq.

$$P = P_c - \frac{P_c - P_1}{l_1}x + \sum_{i=1}^{\infty}\left[\varphi_i 0)e^{-(a^2-\alpha_1)t} - \frac{2P_c}{i\pi\left(a^2 - \alpha_1\right)} + \frac{2\alpha_1(-1)^i}{i\pi}\int_0^t\left(P_c - P_1(\tau)\right)e^{-(a^2-\alpha_1)(t-\tau)}d\tau\right]\sin\frac{i\pi x}{l}$$

Sonuncu ifadəni (2) də nəzərə almaqla maye sərfinin ifadəsini almış olarıq.

$$Q_m = -\left(\frac{f_T k_m \rho_m}{\mu_m} + \frac{f_T k_q \rho_q}{\mu_q}\right)\left[-\frac{P_c - P_1}{l_1} + \right.$$
$$\left. + \sum_{i=1}^{\infty}\frac{i\pi}{l}\left(\varphi_i 0)e^{-(a^2-\alpha_1)t} - \frac{2P_c}{i\pi\left(a^2 - \alpha_1\right)} + \frac{2\alpha_1(-1)^i}{i\pi}\int_0^t\left(P_c - P_1(\tau)\right)e^{-(a^2-\alpha_1)(t-\tau)}d\tau\right)\cos\frac{i\pi x}{l}\right]$$

Beləliklə, divarı məsaməli boruda maye-qaz qarışığının sərfi yuxarıdakı düstur ilə tapıla bilər.

Ədəbiyyat

1. М.Е.Дейч, Г.А.Филиппов. Газодинамика двухфазных сред. Москва: Изд. <<Энергия>>. 1968-422с.

MÜASIR INFORMASIYA TEXNOLOGIYALARININ TƏTBIQI LAYIHƏLƏRI

Vahidli Rəşad Etibar oğlu
Qərbi Kaspi Universiteti
rashad.vahidli@gmail.com

Müasir informasiya texnologiyalarının tətbiqi, günümüz dünyasında şirkətlər, təşkilatlar, vərəqələr və cəmiyyətlər üçün inkişaf etmiş və müstəqil layihələri təşkil etmək üçün əhəmiyyətli bir sahədir. Bu tətbiqlər, texnologiya təcrübəsi və innovasiyaların bir birləşməsi ilə mümkün olur və iş proseslərini, sənayenin keyfiyyətini və hətta cəmiyyətin həyat tərzini dəyişdirir.

Bir çox sahədə müasir informasiya texnologiyalarının tətbiqi mövcuddur. İş dünyası üçün, mühasibat proqramları, müştəri əlaqələri idarəetmə sistemləri,satış və marketinq avtomatlaşdırma texnologiyaları kimi alətlər, effektivliyi artırmaq və prosesləri sürətləndirmək üçün istifadə olunur. Bu, şirkətlərin sürətli və effektiv reaksiya göstərməsini təmin edir və rəqibləri ilə yarışda öncülük etməyə imkan verir.

Əmək müstəqil layihələrində, məsələn, tədris və təhsil sahəsində, tətbiqi layihələr təhsil proseslərini yaxşılaşdırmaq, tələbələrə interaktiv təhsil imkanları təklif etmək və təcrübəyə əsaslanan öyrənməni dəstəkləmək üçün istifadə olunur.

Sənaye sahəsində isə, avtomatlaşdırılmış iş prosesləri, IoT (Internet of Things), və süni intellekt kimi texnologiyaların tətbiqi, effektivliyi artırmağa və enerji sərfiyyatını yaxşılaşdırmağa kömək edir. Bu, sənayenin digər sahələri ilə daha effektiv şəkildə əlaqələnə bilən və daha çevik reaksiya göstərə bilən bir infrastruktura nail olmağı təmin edir.

Cəmiyyət üçün, sosial media platformaları, elektron hökumət xidmətləri, və sağlamlıq informasiya sistemləri kimi tətbiqlər, kommunikasiya və xidmətləşdirmənin daha asan və sürətli olmasına imkan verir.

Bu tətbiqlərin tətbiqi ilə, müasir informasiya texnologiyaları cəmiyyətin müxtəlif sahələrində daha böyük inteqrasiya, effektivliyin artırılması və inovativ tərəfdaşlıqların inkişafını təmin edir.

Ədəbiyyat

1. The Pragmatic Programmer: Your Journey to Mastery - Andrew Hunt, David Thomas (1999)
2. Clean Code: A Handbook of Agile Software Craftsmanship - Robert C. Martin (2008)

BİR NEÇƏ PAYLANMIŞ PARAMETRLİ İDARƏEDİCİ VƏ BAŞLANĞIC İDARƏEDİCİLƏR OLAN ÜÇ TƏRTİBLİ XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ TƏNLİKLƏ TƏSVİR OLUNAN PROSESDƏ KVADRATİK FUNKSİONALIN MİNİMUMU MƏSƏLƏSİ HAQQINDA

Yaqubov Məmməd Haqverdi oğlu, Hüseynzadə Zümrüd Cavid qızı
Bakı Dövlət Universiteti
huseynzadzumrud71@gmail.com

Tutaq ki, proses

$$\beta z_{tt} + z_t - \varepsilon \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial t} - \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \left(A(x,t), u(x,t)\right), (x,t) \in D = \{0 < x < 1,\ 0 < t < t_1\}, \tag{1}$$

$$z(0,t) = 0 \quad z(1,t) = 0,\ t \in (0,t_1) \tag{2}$$

$$z(x,0) = v_0(x), \quad z_t(x,0) = v_1(x), \quad x \in (0,1) \tag{3}$$

başlanğıc - sərhəd məsələsi ilə təsvir olunur; burada $u(x,t) = \left(u_1(x,t), u_2(x,t), ..., u_r(x,t)\right)$ paylanmış idarəedici vektor funksiyadır, $v_0(x), v_1(x)$ başlanğıc skalyar idarəedici funksiyalardır, $A(x,t) = \left(A_1(x,t), A_2(x,t), ..., A_r(x,t)\right)$ vektor - funksiyası D-də kəsilməz vektor-funksiyadır, $\left(A(x,t), u(x,t)\right) = \sum_{i=1}^{r} A_i(x,t) u_i(x,t)$. Paylanmış idarəedicilər olaraq $L_2^r(D)$ -dən olan $u(x,t)$ vektor - funksiyaları götürülür, $v_0(x) \in W_2^{1,0}(0,1) \cap W_2^{2,0}(0,1)$, $v_1(x) \in W_2^{1,0}(0,1)$. Elə $u(x,t)$, $v_0(x)$, $v_1(x)$ idarəedicilәri tapmaq tələb olunur ki, (1)-(3) başlanğıc - sərhəd məsələsinin həlli olan $z(x,t)$ funksiyası

$$z(x,T) = \varphi(x) \tag{4}$$

şərtini ödəsin və

$$\mathrm{I}(u, v_0, v_1) = \iint_D \left(u(x,t), u(x,t)\right) dxdt + \alpha_0 \int_0^1 v_0^2(x) dx + \alpha_1 \int_0^1 v_1^2(x) dx \tag{5}$$

funksionalı minimum qiymət alsın.

İşdə (1)-(3) məsələsinin həlli

$$z(x,t) = y(x,t) + w(x,t)$$

şəklində axtarılır; burada $y(x,t)$ funksiyası

$$\beta y_{tt} + y_t - \varepsilon y_{xxt} - y_{xx} = 0,\ (x,t) \in D \tag{6}$$

$$y(x,0) = v_0(x), \quad y_t(x,0) = v_1(x), \quad x \in (0,1) \tag{7}$$

$$y(0,t) = 0,\ y(1,t) = 0,\ t \in (0,1) \tag{8}$$

məsələsinin, $w(x,t)$ isə

$$\beta w_{tt} + w_t - \varepsilon w_{xxt} - w_{xx} = \left(A(x,t), u(x,t)\right),\ (x,t) \in D, \tag{9}$$

$$w(x,0) = 0, \quad w_t(x,0) = 0, \quad x \in (0,1), \tag{10}$$

$$w(0,t) = 0,\ w(1,t) = 0,\ t \in (0,t_1) \tag{11}$$

məsələsinin həlli kimi təyin olunur.

Əvvəlcə (6)-(8) məsələsinin həlli $y(x,t) = X(x)T(t)$ şəklində axtarılaraq

$$y(x,t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{l_2(k) - l_1(k)} \left\{ \int_0^1 \left[l_2(k) v_0(\xi) - v_1(\xi) \right] e^{l_1(k)t} + \right.$$
$$\left. + v_1(\xi) - l_1(k) v_0(\xi) e^{l_2(k)t} \right] \sin \pi k \xi d\xi \Big\} \sin \pi k x \tag{12}$$

şəklində qurulur, sonra isə (9)-(11) məsələsinin həlli

$$w(x,t) = \sqrt{2} \sum_{i=1}^{r} \sum_{k=1}^{\infty} R_k^i(t) \sin \pi k x$$

şəklində axtarılır; burada $l_1(k)$, $l_2(k)$

$$\beta\ddot{T}+(1+\varepsilon k^2\pi^2)\dot{T}+k^2\pi^2T=0$$

tənliyinə uyğun olan xarakteristik tənliyin kökləridir, $R_k^i(t)$ isə

$$\beta\ddot{R}_k^i+(1+\varepsilon k^2\pi^2)\dot{R}_k^i+k^2\pi^2R_k^i=A_k^i(t)u_k^i(t),\ i=1,2,...,r,\ k=1,2,...$$

tənliyinin

$$R_k^i(0)=0,\quad \dot{R}_k^i(0)=0$$

şərtlərini ödəyən həllidir, $X_k(x)=\sqrt{2}\sin\pi kx,\ k=1,2,...\quad X''+k^2\pi^2X=0,\ X(0,t)=0,\ X(1,t)=0$ spektral məsələnin ortonormal məxsusi funksiyalarıdır,

$$A_k^i(t)u_k^i(t)=\sqrt{2}\int_0^1 A_i(\xi,t)u_i(\xi,t)\sin\pi k\xi d\xi\,.$$

Buradan alınır ki,

$$w(x,t)=\sqrt{2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{l_2(k)-l_1(k)}\int_0^1\left[e^{l_2(k)(t-s)}-e^{l_1(k)(t-s)}\right]\sum_{i=1}^{r}A_k^i(s)u_k^i(s)ds\cdot\sin\pi kx\,.$$

Beləliklə, (1)-(3) məsələsinin həlli

$$z(x,t)=\sqrt{2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{l_2(k)-l_1(k)}\left\{\int_0^1\left[\left(l_2(k)v_0(\xi)-v_1(\xi)\right)e^{l_1(k)t}+\left(v_1(\xi)-l_1(k)v_0(\xi)\right)e^{l_2(k)t}\right]\sin\pi k\xi d\xi+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\beta}\int_0^t\left[e^{l_2(k)(t-s)}-e^{l_1(k)(t-s)}\right]\sum_{i=1}^{r}A_k^i(s)u_k^i(s)ds\right\}$$

şəklində qurulur. Sonra (4) bərabərliyindəki $\varphi(x),v_0(x),v_1(x)$ funksiyalarının da $X_k(x)=\sqrt{2}\sin\pi kx$ məxsusi funksiyaları üzrə ayrılışlarını da nəzərə almaqla (5) funksionalının minimumu məsələsi, Laqranj prinsipindən istifadə etməklə çoxdəyişənli funksiyanın ekstremumu məsələsinə gətirilir və alınan məsələdə həllin varlığı üçün zəruri və kafi şərt isbat olunur.

Ədəbiyyat

1. Н.А.Ларкин, В.А.Новиков, Н.Н.Яненко, Нелинейные уравнения переменного типа, Новосибирск, Наука, 1983, 269с.
2. R.Q.Həsənov, H.F.Quliyev, M.H.Yaqubov, Ş.Ş.Yusubov, Optimallaşdırma üsulları. "Bakı Universiteti" nəşriyyatı, 2017, 560s.

KAPUTO KƏSR TÖRƏMƏLI SISTEMLƏRDƏ OPTIMALLIQ ÜÇÜN ZƏRURI ŞƏRTLƏR

Yusubov Şakir Şıxı oğlu

Bakı Dövlət Universiteti

yusubov_sh@mail.ru

Tutaq ki, idarə olunan proses $[0,T]$ parçasında

$$\left({}^cD_{0+}^{\alpha}x\right)(t)=f\left(t,x(t),u(t)\right),\tag{1}$$

$$x(t_0)=x_0\tag{2}$$

sistemi ilə təsvir olunur. Burada x- n ölçülü faza dəyişəni, u-r ölçülü idarəedici vektor, $f(t,x,u)$ funksiyası və onun x-ə nəzərən ikinci tərtibə qədər (ikinci tərtib də daxil olmaqla) xüsusi törəmələri $[0,T]\times R^n \times R^r$ çoxluğunda arqumentlərinin küllüsünə nəzərən kəsilməzdir, $x_0 \in R^n$ qeyd olunmuş başlanğıc vəziyyət, $0 < T \in R$ qeyd olunmuş zaman, $\left({}^c D_{0+}^{\alpha} x\right)(t)$ ilə $\alpha \in (0,1)$ tərtibli Kaputo kəsr törəməsi işarə olunmuşdur, yəni

$$\left({}^c D_{0+}^{\alpha} x\right)(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t (t-\tau)^{-\alpha} \left(x(\tau) - x(0)\right) d\tau,$$

$x(\cdot) \in C\left([0,T], R^n\right)$, α qeyd olunub.

Mümkün idarəedicilər olaraq $[0,T]$ parçasında təyin olunan r ölçülü və qiymətləri verilmiş boş olmayan $V \subset R^r$ çoxluğundan olan ölçülən, məhdud $u(\cdot)$ vektor funksiyaları götürülür:

$$u(t) \in V, \quad t \in [0,T]. \tag{3}$$

$AC_{\infty}^{\alpha}\left([0,T], R^n\right)$ ilə $\Phi(t) = \Phi(0) + \left(I_{0+}^{\alpha}\psi\right)(t), \; t \in [0,T]$ bərabərliyini ödəyən $\Phi : [0,T] \to R^n$ funksiyalar çoxluğunu işdarə edək, burada $\psi(\cdot) \in L^{\infty}\left([0,T], R^n\right)$, I_{0+}^{α} -isə Riman-Liuvil kəsr operatorudur.

Qeyd olunmuş $u(\cdot)$ mümkün idarəedicisinə uyğun (1),(2) məsələsinin həlli dedikdə $AC_{\infty}^{\alpha}\left([0,T], R^n\right)$sinfindən olan elə $x(\cdot)$ funksiyası başa düşülür ki, o (2) başlanğıc şərtini və sanki hər yerdə (1) tənliyini ödəsin.

Mümkün idarəedicilər sinfindən elə idarəedici tapmaq tələb olunur ki, o (1),(2) məsələsinin həlli ilə birlikdə

$$J(u) = \varphi(x(T)) + \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_0^T (T-t)^{\beta-1} f_0(t, x(t), u(t)) dt \tag{4}$$

funksionalına minimum versin. Burada $\varphi(\cdot)$ iki dəfə kəsilməz diferensiallanan skalyar funksiya, $f_0(t,x,u)$ skalyar funksiyası və onun x-ə nəzərən ikinci tərtibə qədər (ikinci tərtib də daxil olmaqla) xüsusi törəmələri $[0,T]\times R^n \times R^r$çoxluğunda arqumentlərinin küllüsünə nəzərən kəsilməzdir, $\beta \geq \alpha$ qeyd olunmuş ədəddir.

(1)-(4) məsələsində optimallıq üçün müxtəlif zəruri şərtlər alınmışdır.

Ədəbiyyat

1. Sh.Sh. Yusubov and E.N.Mahmudov, Optimality conditions of singular controls for system with Caputo fractional derivatives. Journal of Industrial and Management Optimization, 19(1), (2023) 246-264. DOI: 10. 3934/jimo.202182.

SİNQULYAR ƏMSALLI ÜÇTƏRTİBLİ PSEVDOPARABOLİK TƏNLİK ÜÇÜN BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

Yusubov Şakir Şıxı oğlu, İsmayılova Xanım Eyvaz qızı

Bakı Dövlət Universiteti

yusubov_sh@mail.ru , xanim.ismayilova.1994@list.ru

Sinqulyar əmsallı üçtərtibli

$$(l_{12}u)(x) \equiv D_1D_2^2u(x) + \frac{a_{02}(x)}{(x_1-x_1^0)^{\alpha_1}}D_2^2u(x) + \frac{a_{11}(x)}{(x_2-x_2^0)^{\alpha_2}}D_1D_2u(x) + \frac{a_{10}(x)}{(x_2-x_2^0)^{\alpha_2}}D_1u(x) +$$

$$+\frac{a_{01}(x)}{(x_1-x_1^0)^{\alpha_1}(x_2-x_2^0)^{\alpha_2}}D_2u(x) + \frac{a_{01}(x)}{(x_1-x_1^0)^{\alpha_1}(x_2-x_2^0)^{\alpha_2}}D_2u(x) + \frac{a_{00}(x)}{(x_1-x_1^0)^{\alpha_1}(x_2-x_2^0)^{\alpha_2}}u(x) = \qquad (1)$$

$$= \frac{\varphi_{12}(x)}{(x_1-x_1^0)^{\alpha_1}(x_2-x_2^0)^{\alpha_2}}, \quad x \in G,$$

psevdoparabolik tənliyi üçün aşağıdakı sərhəd şərtlərinə baxaq:

$$(l_{02}u)(x_2) \equiv \beta_1D_2^2u(x_1^0,x_2) + \beta_2D_2^2u(x_1^1,x_2) = \frac{\varphi_{02}(x_2)}{(x_2-x_2^0)^{\alpha_2}}, \qquad x_2 \in G_2,$$

$$(l_{11}u)(x_1) \equiv D_1D_2u(x_1,x_2^0) = \frac{\varphi_{11}(x_1)}{(x_1-x_1^0)^{\alpha_1}}, \qquad x_1 \in G_1, \qquad (2)$$

$$(l_{10}u)(x_1) \equiv D_1u(x_1,x_2^0) = \frac{\varphi_{10}(x_1)}{(x_1-x_1^0)^{\alpha_1}}, \qquad x_1 \in G_1,$$

$$l_{01}u \equiv D_2u(x_1^0,x_2^0) = \varphi_{01}, \quad l_{00}u \equiv u(x_1^0,x_2^0) = \varphi_{00}.$$

Burada $u(x)-$axtarılan funksiya, $a_{ij}(x),\ i=0,1,\ j=0,1,2,\ i+j<3$ funksiyaları $G-$də ölçüləndirlər, $a_{00}(x), a_{01}(x) \in L_p(G), a_{1j} \in L_{\infty,p}^{x_1,x_2}(G),\ j=0,1, a_{02}(x) \in L_{\infty,p}^{x_1,x_2}(G), 1<p<\infty, \varphi_{12}(x) \in L_p(G)$ $\varphi_{02}(x_2) \in L_p(G_2), \varphi_{1j}(x_1) \in L_p(G_1),\ j=0,1$ verilmiş funksiyalardır, $\varphi_{0i} \in R, i=0,1, \alpha_i \in \left[0,1-1/p\right),$ $\beta_i, i=1,2,\ 1<p<\infty$verilmiş ədədlərdir, $\beta_1+\beta_2 \neq 0,\ G=\{x=(x_1,x_2): x_i \in G_i=(x_i^0,x_i^1), i=1,2\}$.

(1), (2) məsələsinin həlli çəkili

$$W_{p,\alpha}^{(1,2)}(G) = \{u : D_1D_2^2u \in L_{p,\alpha}(G), D_2^2u \in L_{p,\alpha_2}(G), D_1D_2u \in L_{p,\alpha_1}(G),$$
$$D_1u \in L_{p,\alpha_1}(G), D_2u \in L_p(G), u \in L_p(G)\}$$

S.L.Sobolev fəzasında axtarılır, bu fəzada norma

$$\|u\|_{W_{p,\alpha}^{(1,2)}(G)} = \|D_1D_2^2u\|_{p,\alpha,G} + \|D_2^2u\|_{p,\alpha_2,G} + \|D_1D_2u\|_{p,\alpha_1,G} + \|D_1u\|_{p,\alpha_1,G} + \|D_2u\|_{p,G} + \|u\|_{p,G}$$

şəklində verilir, burada $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2)$.

(1), (2) məsələsinin korrekt həll olunması araşdırılır.

Qeyd edək ki, $\beta_1=1,\ \beta_2=0$ olduqda (1), (2) məsələsi [1] işində araşdırılmışdır.

Ədəbiyyat

1. M.H.Yagubov, Sh.Sh. Yusubov. The Goursat problem for the pseudoparabolic equation of the third opder with singular coefficients, The 6 th International Conference on Control and Optimization with Industrial Applications, volume I (2018), 376-378.

YÜKLƏNMİŞ İMPULS TƏSİRLİ ÜÇTƏRTİBLİ TƏNLİK ÜÇÜN BİR LOKAL OLMAYAN SƏRHƏD MƏSƏLƏSİ

Yusubov Şakir Şıxı oğlu, Xeyrəddinli Güləzər Mətləb qızı
Bakı Dövlət Universiteti
yusubov_sh@mail.ru, gulezer.ga@gmail.com

Müstəvinin

$$G = G_1 \times G_2,\ G_1 = G_{10} \bigcup G_{11},\ G_{1i} = \left(x_1^i, x_1^{i+1}\right),\ i = 0,1,\ G_2 = \left(x_2^0, x_2^1\right),$$
$$G^i = G_{1i} \times G_2,\ i = 0,1$$

çoxluğunda

$$\begin{aligned}(l_{21}u)(x) \equiv D_1^2 D_2 u(x) + a_{20}(x) D_1^2 u(x) + a_{11}(x) D_1 D_2 u(x) + \\ a_{10}(x) D_1 u(x) + a_{01}(x) D_2 u(x) + a_{00}(x) u(x) + a(x) u(\bar{x}) = \varphi_{21}(x),\end{aligned} \tag{1}$$

üçtərtibli hiperbolik tənliyinə baxılır. Burada $u(x)$ axtarılan funksiya, $a_{ij}(x),\ i = 0,1,2,$ $j = 0,1,\ a(x),\ \varphi_{21}(x)$ funksiyaları G çoxluğunda ölçüləndirlər, $a_{10}(x),\ a_{00}(x),\ a(x),$ $\varphi_{21}(x) \in L_p(G),\ a_{20}(x) \in L_{\infty,p}^{x_1,x_2}(G), a_{11}(x),\ a_{01}(x) \in L_{p,\infty}^{x_1,x_2}(G)$; $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2) \in G$ - qeyd olunmuş nöqtədir.

(1) tənliyinin lokal olmayan

$$\begin{aligned}&D_1^2 u(x_1, x_2^0) = \varphi_{20}(x_1),\ x_1 \in G_1,\\ &\Delta D_1 D_2 u(x_1^i, x_2) = \varphi_{11}^i(x_2),\ x_2 \in G_2, i = 0,1,\\ &\Delta D_2 u(x_1^i, x_2) = \varphi_{01}^i(x_2),\ x_2 \in G_2, i = 0,1,\\ &\Delta D_1 u(x_1^i, x_2^0) = \varphi_{10}^i, i = 0,1,\end{aligned} \tag{2}$$
$$\alpha u(x_1^0, x_2^0) + \iint_G d(x) D_1^2 D_2^2 u(x) dx = \varphi_{00}^0,\ \ \Delta u(x_1^1, x_2^0) = \varphi_{00}^1$$

sərhəd şərtlərini ödəyən həlli axtarılır.
Burada

$$\Delta D_1^j D_2 u(x_1^i\ , x_2) = D_1^j D_2 u(x_1^i +, x_2) - D_1^j D_2 u(x_1^i -, x_2),\ i\ = 0,1,\ j = 0,1,$$

$$\Delta D_1^j u(x_1^i\ , x_2^0) = D_1^j u(x_1^i +, x_2^0) - D_1^j u(x_1^i -, x_2^0),\ i\ = 0,1,\ j = 0,1,$$

$$\Delta D_1^j u(x_1^0 -, x_2^0) = 0,\ \ j = 0,1, \quad D_1^j D_2 u(x_1^0 -, x_2) = 0,\ x_2 \in G_2\ , j = 0,1,$$

$$\varphi_{20}(x_1) \in L_p(G_1),\ \varphi_{11}^i(x_2),\ \varphi_{01}^i(x_2) \in L_p(G_2), i = 0,1,$$

$$\varphi_{10}^i,\ \ \varphi_{00}^i \in R,\ \ i\ = 0,1,\ \ \alpha \neq 0.$$

(1)-(2) məsələsinin həlli

$$V_p^{(2,1)}(G) = \{u \in L_p(G):\ D_1^i D_2^j u \in L_p(G^k),$$

$$k = 0,1;\ i = 0,1,2;\ \ j = 0,1\}$$

sinfində axtarılır.

Qoyulmuş məsələnin və uyğun qoşma məsələnin korrekt həll olunması isbat olunur və məsələnin həllinin inteqral göstərilişi alınır.

A STUDY OF NEUTROSOPHIC SOFT LIE ALGEBRAS

Abdullayev Sebuhi Eldar, Veliyeva Kemale Mutalib
Bakı Dövlət Universiteti
sebuhi_abdullaye@mail.ru, kemale2607@mail.ru

We introduce the concept of neutrosophic soft Lie subalgebras of a Lie algebra and investigate some of their properties. The Cartesian product of neutrosophic soft Lie subalgebras will be discussed. In particular, the homomorphisms of neutrosophic soft Lie algebras is introduced and investigated some of their properties.

Keywords: Lie algebra, subalgebra, neutrosophic soft set, neutrosophic soft Lie Algebras.

Definition 1. An intuitionistic fuzzy set $A = (\mu A, \lambda A)$ on L is called an intuitionistic fuzzy Lie subalgebra if the following conditions are satisfied:

$$\mu A(x+y) \geq \min\left(\mu A(x), \mu A(y)\right)\ \ and \quad \lambda A(x+y) \leq \max\left(\lambda A(x), \lambda A(y)\right), \tag{1}$$

$$\mu A(\alpha x) \geq \mu A(x)\ \ and\ \ \ \lambda A(\alpha x) \leq \lambda A(x) \tag{2}$$

$$\mu A([x,y]) \geq \min\{\mu A(x), \mu A(y)\}\ \ and\ \ \lambda A([x,y]) \leq \max\{\lambda A(x), \lambda \setminus A(y)\} \tag{3}$$

for all $x, y \in L$ and $\alpha \in F$.

Theorem 1. Let $\tilde{F}, E$ be a neutrosophic soft Lie subalgebra over L. Then $(\tilde{F}, E)$ is a neutrosophic soft Lie subalgebra of L if and only if for each $e \in E$ the non-empty upper s - level cut.

$$U_{T_{\tilde{F}}(e)}(s) = \{x \in L / T_{\tilde{F}}(e)(x) \geq s\}$$

$$U_{I_{\tilde{F}}(e)}(s) = \{x \in L / I_{\tilde{F}}(e)(x) \geq s\}$$

and the non-empty Lower s - lewel cut

$V_{T_{\tilde{F}}(e)}(s)=\{x\in L/T_{\tilde{F}}(e)(x)\geq s\}$ are Lie subalgebras of L, for all $s\in[0,1]$.

Theorem 2. If $(\tilde{F}^1,E_1)$ and $(\tilde{F}^2,E_2)$ be two neutrosophic soft Lie subalgebra over L, then intersection $(\tilde{F}^1,E_1)\cap(\tilde{F}^2,E_2)=(\tilde{F}^3,E_1\cap E_2)$ is a neutrosophic soft Lie subalgebra over L.

Theorem 3. Let $(\tilde{F}^1,E_1)$ and $(\tilde{F}^2,E_2)$ be two neutrosophic soft Lie subalgebra over L, then union is $(\tilde{F}^1,E_1)\cup(\tilde{F}^2,E_2)=(\tilde{F}^3,E_1\cup E_2)$a neutrosophic soft Lie algebra over L.

References

1. M. Akram , Gulzar, Kar Ping shum: Single-valued neutrosophic Lie Algebras, Journal of Mathematical Resear ch with applications Mar., 2019, vol. 39, no 2, pp.141-152.
2. M. Akram, F.Feng, Soft intersection Lie algebras, Quasigroups and Related Systems 21: 1-10 (2013)
3. F.Smarandache, Neutrosophy. Neutrosophic Probability, Set, and Logic, ProQuest Information & Learning, Ann Arbor, Michigan, USA, 105 p., (1998).

ON THE HIGH-ORDER MOMENTS OF THE RENEWAL-REWARD PROCESS

Afaq Abdullayeva

Azerbaijan State Oil and Industry University

afaq.abdullayeva21@gmail.com

Let random vectors $(\xi_n,\eta_n),n\geq 1$ be independent and identically distributed. In the general case, the random variable η_n is assumed to depend on the random variable ξ_n. Let's introduce the following sum:

$$S_{v(t)}=\sum_{n=1}^{v(t)}\eta_n \tag{1}$$

Where $v(t)=\max\{n:T_n\leq t\},t>0$ is the renewal process and $T_n=\sum_{i=1}^{n}\xi_i \; ,n=1,2,...$.

$S_{v(t)},t\geq 0$ is called renewal-reward process and represents the sum of the rewards obtained up to time t. It is easy to see that, the renewal-reward process is a generalization of the renewal process. So, in the special case if $\eta_n\equiv 1,n\geq 1,$ we obtain that $S_{v(t)}\equiv v(t).$ The renewal-reward process belongs to the class of the stochastic processes of discrete interference of chance. There are many important results in the scientific literature related to this process (see, for example, Brown and Ross (1972), Brown and Solomon (1975), Aliyev et all (2010), Aliyev and Khaniyev (2014), Patch et al. (2015), Aliyev and Bayramov (2017)). Renewal-reward processes are applied in insurance and reliability theories. In the present study, the exact formulas for the third and fourth-order initial moments of the renewal-reward process are given.

Denote the n-th order moment of the renewal-reward process (1) by $D_n(t)$ and the mathematical expectation of the renewal-reward process by
$M_n(t)$ when rewards are given by $\eta_k^n(k\geq 1,n\geq 1)$

$$D_n(t) = E(S_{\nu(t)})^n = E\left(\sum_{k=1}^{\nu(t)} \eta_k\right)^n, \; M_n(t) = E\left(\sum_{k=1}^{\nu(t)} \eta_k^n\right).$$

Main result of this paper can be formulated as the following theorem:

Theorem. Let random vectors (ξ_n, η_n), $n \geq 1$ are independent and identically distributed. Then third and fourth order initial moments of the process, consequently, have following forms:

$$D_3(t) = M_1^{*(3)}(t) + 6M_2 * M_1(t) + M_3(t),$$

$$D_4(t) = 24M_1^{*(4)}(t) + 36M_2 {*} M_1^{*(t)}(t) + 6M_2^{*}(t) + 8M_3 * M_1(t) + M_4(t),$$

Where

$$M_i^{*(k)} * M_j^{*(n)}(t) = \int_0^t M_i^{*(k)}(t-x)\,dM_j^{*(n)}(x), n, k, i, j \geq 1,$$

$$M_i^{*(n)}(t) = \int_0^t M_i^{*(n-1)}(t-x)\,dM_i(x), n, i \geq 1,$$

$$M_i^{*(1)}(t) \equiv M_i(t), M_i^{*(0)}(t) \equiv 1, t \geq 0, i \geq 1.$$

References

1. Aliyev, R.T., Khaniyev, T.A. On the moments of a semi-Markovian random walk with Gaussian distribution of summands. Comm. Statist. Theory Methods. 2014, 43, P. 90–104.
2. Aliyev, R.T., Kucuk, Z., Khaniyev, T.A. Three-term asymptotic expansions for the moments of the random walk with triangular distributed interference of chance. Appl. Math. Model. 2010, 34, P. 3599–3607.
3. Aliyev R., Bayramov V. On the asymptotic behaviour of the covariance function of the rewards of a multivariate renewal–reward process. Statistics and Probability Letters. 2017, 127, P.138–149.
4. Brown, M., Ross, S.M. Asymptotic properties of cumulative processes. SIAM J. Appl. Math. 1972, 22, P. 93–105.
5. Brown, M., Solomon, H.A. Second-order approximation for the variance of a renewal reward process. Stochastic Process. Appl. 3, 1975, P. 301–314.
6. Khaniyev, T.A., Kesemen, T., Aliyev, R.T., Kokangul, A. Asymptotic expansions for the moments of a semi-Markovian random walk with exponential distributed interference of chance. Statist. Probab. Lett. 2008, 78 (6), P. 785–793.
7. Patch, B., Nazarathy, Y., Taimire, T., A correction term for the covariance of renewal-reward processes with multivariate rewards. Statist. Probab. Lett. 2015, 102, P. 1–7.

ON THE SOLVABILITY OF BAOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A PERIODIC TYPE

Agayeva Gulsum Allahyar
Baku State Universitety
Gulsumm_agayeva@mail.ru

Let H be a separable Hilbert space. Assume that C is a self-adjoint operator with domain of definition $D(C)$. Then for all $\gamma \ge 0$ the domain of definition of the operator C^{γ} will be a Hilbert space $H_{\gamma}(\gamma \ge 0)$ with a scalar product $(x,y)_{\gamma} = (C^{\gamma}x, C^{\gamma}y)$. For $\gamma = 0$ we assume $H_0 = H$ and $(x,y)_0 = (x,y)$.

Denote by $L_2((0,1):H)$ a Hilbert space of vector –functions determined almost everywhere in $(0,1)$ for which

$$\|f\|_{L_2((0,1):H)} = \left(\int_0^1 \|f(t)\|^2 dt\right)^{1/2}$$

Following the book [13], we determine the Hilbert space

$$W_2^2((0,1):H) = \{u : u'' \in L_2((0,1):H),\ C^2u \in L_2((0,1):H)\}$$

with the norm

$$\|u\|_{W_2^2((0,1):H)} = \left(\|u''\|^2_{L_2((0,1):H)} + \|C^2u\|^2_{L_2((0,1):H)}\right)^{1/2}.$$

We determine the subspace $W^2_{2,\psi}((0,1):H)$ as follows

$$W^2_{2,\psi}((0,1):H) = \{u : u'' \in W_2^2((0,1):H),\ u(0) = e^{i\psi}u(1), u'(0) = e^{i\psi}u'(1), \psi \in R = (-\infty,\infty)\}$$

From the trace theorem it follows that $W^2_{2,\psi}$ is a complete Hilbert space.

Consider in H the boundary value problem

$$L(d/dt)u(t) = -u''(t) + \rho(t)A^2u(t) + (A_1 + K_1)u'(t) + (A_2 + K_2)u(t) = f(t)\ ,\ t \in (0,1) \quad (1)$$

$$u(0) = e^{i\psi}u(1),\ \ u'(0) = e^{i\psi}u'(1) \quad (2)$$

where the operator coefficients of the equation (1) satisfy the conditions:

1) A is a normal operator with a completely continuous operator in H, whose set of spectra is contained in the angular sector

$$S_{\varepsilon} = \{\lambda : |\arg\lambda < \varepsilon,\ 0 \le \varepsilon \le \pi/4\};$$

2) $\rho(t)$ is a scalar function defined in (0,1), measurable and bounded, moreover $0 < \alpha \le \rho(t) \le \beta < \infty$, where $\alpha, \beta \in R = (-\infty,\infty)$;

3) The operators $B_1 = A_1A^{-1}$ *and* $B_2 = A_2A^{-2}$ are bounded in H;

4) The operators $T_1 = K_1A^{-1}$ *and* $T_2 = K_2A^{-2}$ are completely continuous operators in H.

Theorem. Let conditions 1) and 2) be fulfilled. Then for any $u \in W^2_{2,\psi}((0,1):H)$ we have the inequality

$$\|Au'\|_{L_2((0,1):H)} \le d_1(\varepsilon)\|P_0u\|_{L_2((0,1):H)} \quad (3)$$

and

$$\left\|A^2 u\right\|_{L_2((0,1):H)} \le d_0(\varepsilon)\left\|P_0 u\right\|_{L_2((0,1):H)}\ , \tag{4}$$

where

$$d_1(\varepsilon) = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}}\,\frac{1}{\cos\varepsilon}\quad ,\quad d_0 = \frac{1}{\alpha}.$$

Referense

1. Лионс Ж.Л.,Мадженс Э. Неоднородные граничные задачи и их приминения. М.:Мир,1971,371с.
2. Mirzoyev S.S., Agayeva G.A. Correct Solvability of One Boundary Value Problem for the Differential Equation of the Second Order on Hilbert Space //Appl.Mathemat.Science, v7,No79, 2013,p.3935-3945//
3. Mirzoyev S.S., Agayeva G.A. On the Solvability Conditions of one Baundary Value Problemfor the second Order Differential Equation with Operator Coefficients/İnt.Jour. of Math.and Computer Science, v8,No4, 2014,p.149-156.//
4. Agayeva G.A. On a boundary value problem for operator-differential equations of the second order. Proceedings of the Pedagogical University, section of the natural sciences.p.9-17,(2017)

ON THE PROBLEM OF POPULATION PROCESSES

Akhmedov Ali Mustafa., Baghirov Suleyman Hafiz

Baku State University

ali.akhmedov@rambler.ru, suleymanbagirov5@gmail.com

The work is devoted to the investigation of changes occurring in the population through iterative sequences. Returning sequences, a special type of iterative sequences, were first investigated by the author of this article [1], [2].

When the changes occurring in the population are determined according to the recurrent relationship $x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$ the bifurcation picture obtained as a part of the Mandelbrot set.

Here r is the growth factor. The quantity $(1 - x_n)$ is the limiting effect of the environment. x_n is a quantity measured by the ratio of the population number to the maximum possible number of the population for a given year. x_{n+1} is a quantity measured by the ratio of the population number for the next year to the maximum possible number of the population.

The expression $x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$ is called logistic regression. An arbitrary population is doomed when r<1. Because the number in each next generation will be less than the previous generation. This will eventually lead to the destruction of the population. When r≥1, the population reaches a certain stationary state. An interesting fact is that the number of possible stationary states reaches 2 when r>3. (figure 1)

As the years pass, the number of the population in a certain year is in an upper stationary state, and in the next year it is in a lower stationary state. As we increase the quantity r, the stability values will increase and the redistribution will begin.

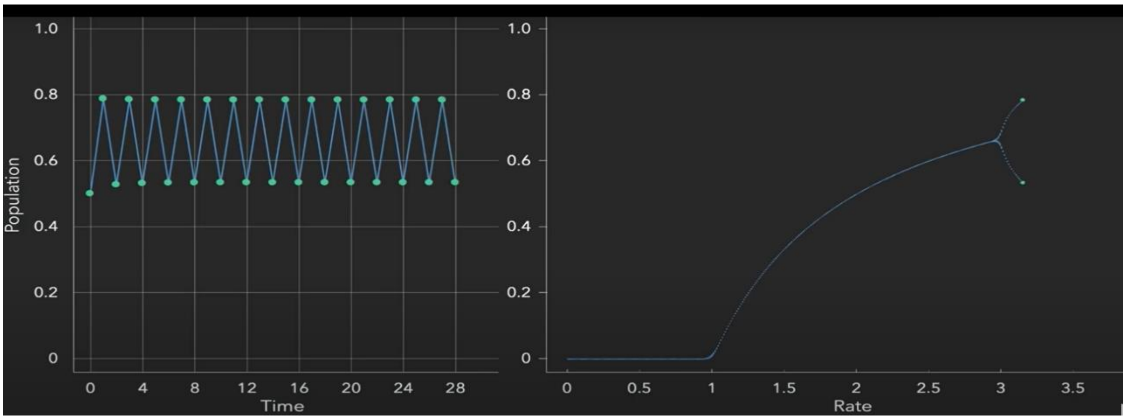


figure 1

Now the cycle will consist of 4 stationary states instead of 2. The length of the cycle, in other words, the period is doubled. This is called bifurcation of peridon doubling. (figure 2)

As the process continues, bifurcations of this type occur again, and 8, 16, 32, 64, etc. cycles are created. Chaos occurs when r=3.57.

Population does not have a stationary value. It is no coincidence that the equation $x_{n+1} = rx_n(1 - x_n)$ is the basis of pseudo-random number generator in machine technology. No apparent regularity or repetition is observed. (figure 3)

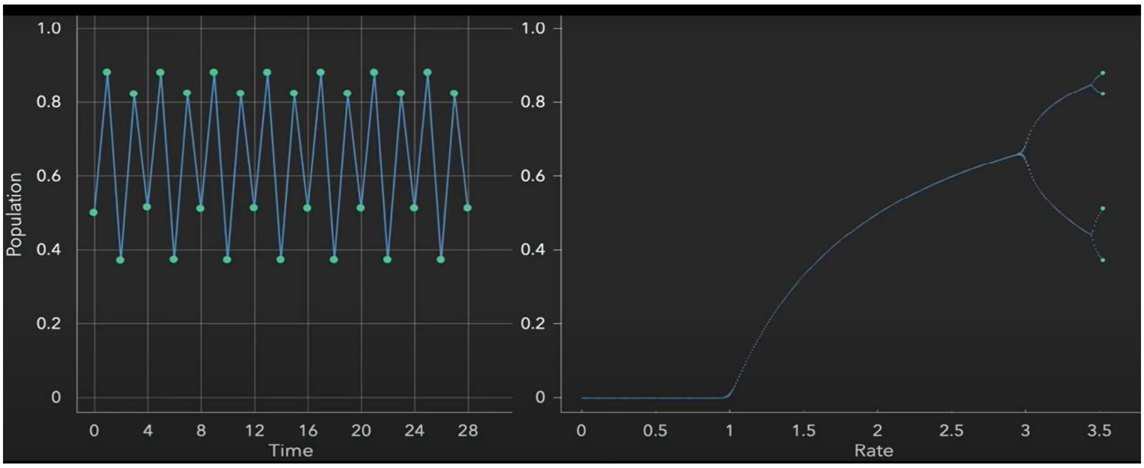


figure 2

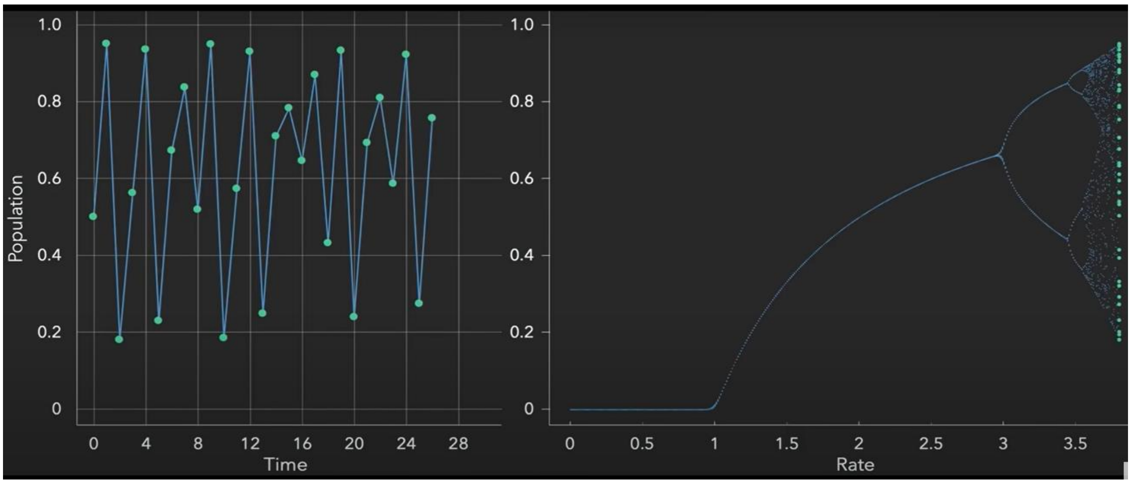


figure 3

REFERENCES

1. Akhmedov A.M. On recurrent processes and associated with them spectral problems. Proceedings of the Intern. COIA, Vol 1, July,2018, Baku.
2. Akhmedov A.M., I.V.Safarli. On the Recurrence Sequence and Their Applications, News of Baku University, pp.7, 2020.
3. Akhmedov A.M., Baku State University, Head of the Theory of Functions and Functional Analysis Department, doctor of science,
4. prof.Baghirov S.H., Baku State University, doctoral student of the Theory of Functions and Functional Analysis Department

OPTIMIZATION OF LINEAR NONLOCAL BOUNDARY VALUE CONTROL PROBLEM FOR MANJERON EQUATION OF FOURTH ORDER

Akhmedov Fahreddin Shamil, Akhiev Sadeddin Seydi

Baku State University, Azerbaijan State Pedagogical University

axiyev63@mail.ru

In this paper linear nonlocal boundary-value control problem for fourth order Manjeron equation has been considered [1,2]

$$
\begin{aligned}
&(V_{2,2}z)(t,x) \equiv z_{t^2x^2}(t,x) + z(t,x)A_{0,0}(t,x) + z_x(t,x)A_{0,1}(t,x) + z_t(t,x)A_{1,0}(t,x) + z_{x^2}(t,x)A_{0,2}(t,x) + \\
&+ z_{tx}(t,x)A_{1,1}(t,x) + z_{t^2}(t,x)A_{2,0}(t,x) + z_{tx^2}(t,x)A_{1,2}(t,x) + z_{t^2x}(t,x)A_{2,1}(t,x) + z_{tx}(\tau_0,\xi_0)A_{2,2}(t,x) = \\
&= g_{2,2}(t,x), \ (t,x)\in D = T\times X = [t_0,t_1]\times[x_0,x_1],
\end{aligned} \tag{1}
$$

$$
\begin{aligned}
&V_{0,0}z \equiv z(t_0,x_0) = g_{0,0}, \qquad V_{0,1}z \equiv z_x(t_0,x_0) = g_{0,1}, \\
&V_{1,0}z \equiv z_t(t_0,x_0) = g_{1,0}, \qquad V_{1,1}z \equiv z_{tx}(t_0,x_0) = g_{1,1},
\end{aligned} \tag{2}
$$

$$
\begin{aligned}
&(V_{0,2}z)(x) \equiv z_{x^2}(t_0,x) = g_{0,2}(x), \\
&(V_{1,2}z)(x) = \sum_{j=1}^{m}\left[z_{tx}(\tau_j,x)\alpha_{1,j}(x) + z_t(\tau_j,x)\alpha_{0,j}(x)\right] = g_{1,2}(x), \quad x\in X = [x_0,x_1];
\end{aligned} \tag{3}
$$

$$(V_{2,0}z)(t) \equiv z_{t^2}(t,x_0) = g_{2,0}(t),$$

$$(V_{2,1}z)(t)=\sum_{j=1}^{m}\left[z_{tx}(t,\xi_j)\beta_{1,j}(t)+z_x(t,\xi_j)\beta_{0,j}(t)\right]=g_{2,1}(t),\quad t\in T=[t_0,t_1]. \tag{4}$$

Here $A_{0,0}(t,x)$, $A_{0,1}(t,x)$, $A_{1,0}(t,x)$, $A_{0,2}(t,x)$, $A_{1,1}(t,x)$, $A_{2,0}(t,x)$, $A_{1,2}(t,x)$, $A_{2,1}(t,x)$, $A_{2,2}(t,x)$ are given $n\times n-$ matrices; $A_{0,0}$, $A_{0,1}$, $A_{1,0}$, $A_{1,1}$, $A_{2,2}\in L_{p,n\times n}(D)$, i.e., elements of these matrices from $L_p(D)$; there exist functions $a_{0,2},a_{1,2}\in L_p(T)$ and $a_{2,0},a_{2,1}\in L_p(X)$ that there are satisfied inequalities

$$\|A_{0,2}(t,x)\|\le a_{0,2}(t),\qquad \|A_{1,2}(t,x)\|\le a_{1,2}(t),$$
$$\|A_{2,0}(t,x)\|\le a_{2,0}(x),\qquad \|A_{2,1}(t,x)\|\le a_{2,1}(x),$$

for almost every $(t,x)\in D$; $\alpha_{1,j}(x)$, $\alpha_{0,j}(x)$, $\beta_{1,j}(t)$, $\beta_{0,j}(t)$ are given $n\times n-$matrices, such that $\alpha_{1,j}$, $\alpha_{0,j}\in L_{p,n\times n}(T)$, $\beta_{1,j}$, $\beta_{0,j}\in L_{p,n\times n}(X)$, i.e., with elements from $L_p(T)$and from $L_p(X)$, respectively; $g_{0,0}$, $g_{0,1}$, $g_{1,0}$, $g_{1,1}\in R^n$ are given vectors; $g_{0,2}(x)$, $g_{1,2}(x)$, $g_{2,0}(t)$, $g_{2,1}(t)$ are given $n-$vector-functions, such that $g_{0,2}$, $g_{1,2}\in L_{p,n}(X)$ and $g_{2,0}$, $g_{2,1}\in L_{p,n}(T)$ i.e., with elemens from $L_p(X)$ and from $L_p(T)$, respectively; $g_{2,2}(t,x)$ is given $n-$vector-function from $L_{p,n}(D)$; $z(t,x)=(z_1(t,x),\ldots,z_n(t,x))$ is $n-$dimentional line vector-function; $(\tau_0,\xi_0)$is given point from D.

Basing on the data of the problem (1)-(4) we can say that the operator $V=(V_{0,0},V_{0,1},V_{1,0},V_{1,1},V_{0,2},V_{1,2},V_{2,0},V_{2,1},V_{2,2})$ defined on Sobolev space [5]

$$W_{p,n}^{(2,2)}(D)=\{z\in L_{p,n}(D);\ z_t,z_x,z_{tx},z_{t^2x},z_{tx^2},z_{t^2x^2}\in L_{p,n}(D)\}$$

with generalized derivatives and acts into the space $\Delta_{p,n}^{(2,2)}(D)=R^n\times R^n\times R^n\times R^n\times L_{p,n}(X)\times$ $\times L_{p,n}(X)\times L_{p,n}(T)\times L_{p,n}(T)\times L_{p,n}(D)$ of elements

$$g=(g_{0,0},g_{0,1},g_{1,0},g_{1,1},g_{0,2}(x),g_{1,2}(x),g_{2,0}(t),g_{2,1}(t),g_{2,2}(t,x)).$$

Taking the condition (5) into account, for every admittable $u\in U_\partial$ we will assume the solution of the linear nonlocal problem (1)-(4) from Sobolev space $W_{p,n}(D)$

Minimizing functional of this control problem has been choosed following linear functional defined on the solutions of the boundary-value problem (1)-(4) corresponding to the admittable controls:

$$S(u)=\sum_{l=1}^{m}z(\tau_j,\xi_j)c_j'. \tag{6}$$

Here c_j are given line n –vectors, (τ_j,ξ_j) are given points from D, $(\ )'$ is transponeering.

In this work there has been used an isomorphism $[3-8]$ from Sobolev space $W_{p,n}^{(2,2)}(D)$ onto the space $\Delta_{p,n}^{(2,2)}(D)$which is implemented by the operator $[3,4,6-8]$

$$Nz=(z(t_0,x_0),z_x(t_0,x_0),z_t(t_0,x_0),z_{tx}(t_0,x_0),z_{x^2}(t_0,x),z_{tx^2}(t_0,x),z_{t^2}(t,x_0),z_{t^2x}(t,x_0),z_{t^2x^2}(t,x)).$$

Basing on this izomorphism has been introduced the concept of adjoint problem with operator $W=(W_{0,0},W_{0,1},W_{1,0},W_{1,1},W_{0,2},W_{1,2},W_{2,0},W_{2,1},W_{2,2})$ which is conjugate to to V, i.e.,

$W = V^{*}$. With help of the adjoint problem has been gotten expression for increment of functional of the (6) and maximum condition in view of maximum principle.

References

1. F.F. Chudnovski. Hotfiziks of Spoils. M.: Nauka, 1976, 352 p.
2. A.M. Nakhushev. Uniqueness criterion of solition of Dorboux problem for a degenerate hyperbolic moisture. Transfer Equation, 1980, v.16, №9, p.1643-1649.
3. F.Sh. Akhmedov, S.S. Akhiev. On a linear nonlocal boundary-value problem for hyperbolic equation. Transactions, AzTU, ser. Fundamental Sciences, 2010, v.IX(35), №3, p.37-40.
4. S.S. Akhiev. Representation of solitions of some linear operator equations. 1980. Soviet. Dokl., v.251, №5, p.1037-1040.
5. S.L. Sobolev. Some applications of functional analisis in mathematical fisics. Novosibirsk, 1962, 256p.
6. S.S. Akhiev. Optimal control problem for second order for linear nonlocal hyperbolic equations with discontinuous solutions. Dokl. NAN Azerbaijan, 2007, T.LXII, №5, p.8-15.
7. S.S. Akhiev. A priori estimate for discontinuous solutions of a second order linear hyperbolic problem. Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations. 2010, № 23, pp. 1-12.
8. K. Orucoglu, S.S. Akhiev. The Riemann function for the third order onedimensional pseoudoparabolic equation. Acta Appl. Math. 1998, (53), №3, p.353-370.

A PRIORI ESTIMATE FOR SOLUTION OF LINEAR NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE FOURTH ORDER LOADED MANJERON EQUATION

Akhmedov Fahreddin Shamil, Akhiev Sadeddin Seydi

Baku State University,Azerbaijan State Pedagogical University

axiyev63@mail.ru

In this work for the Manjeron equation of fourth order following linear nonlocal boundary-value problem has been considered [1,2]

$$\begin{gathered}(V_{2,2}z)(t,x) \equiv z_{t^2x^2}(t,x) + z(t,x)A_{0,0}(t,x) + z_x(t,x)A_{0,1}(t,x) + z_t(t,x)A_{1,0}(t,x) + z_{x^2}(t,x)A_{0,2}(t,x) + \\ + z_{tx}(t,x)A_{1,1}(t,x) + z_{t^2}(t,x)A_{2,0}(t,x) + z_{tx^2}(t,x)A_{1,2}(t,x) + z_{t^2x}(t,x)A_{2,1}(t,x) + z_{tx}(\tau_0,\xi_0)A_{2,2}(t,x) = \\ = g_{2,2}(t,x), \ (t,x) \in D = T \times X = [t_0,t_1] \times [x_0,x_1],\end{gathered} \tag{1}$$

$$\begin{gathered}V_{0,0}z \equiv z(t_0,x_0) = g_{0,0}, \qquad V_{0,1}z \equiv z_x(t_0,x_0) = g_{0,1}, \\ V_{1,0}z \equiv z_t(t_0,x_0) = g_{1,0}, \qquad V_{1,1}z \equiv z_{tx}(t_0,x_0) = g_{1,1}, \\ (V_{0,2}z)(x) \equiv z_{x^2}(t_0,x) = g_{0,2}(x),\end{gathered} \tag{2}$$

$$(V_{1,2}z)(x) = \sum_{j=1}^{m} \left[z_{tx}(\tau_j,x)\alpha_{1,j}(x) + z_t(\tau_j,x)\alpha_{0,j}(x) \right] = g_{1,2}(x), \quad x \in X = [x_0,x_1]; \tag{3}$$

$$(V_{2,0}z)(t) \equiv z_{t^2}(t,x_0) = g_{2,0}(t),$$

$$(V_{2,1}z)(t)=\sum_{j=1}^{m}\left[z_{tx}(t,\xi_j)\beta_{1,j}(t)+z_x(t,\xi_j)\beta_{0,j}(t)\right]=g_{2,1}(t),\quad t\in T=[t_0,t_1]. \tag{4}$$

Here, $A_{0,0}(t,x)$, $A_{0,1}(t,x)$, $A_{1,0}(t,x)$, $A_{0,2}(t,x)$, $A_{1,1}(t,x)$, $A_{2,0}(t,x)$, $A_{1,2}(t,x)$, $A_{2,1}(t,x)$, $A_{2,2}(t,x)$ are given $n\times n-$ matrices; $A_{0,0}$, $A_{0,1}$, $A_{1,0}$, $A_{1,1}$, $A_{2,2}\in L_{p,n\times n}(D)$, i.e., elements of these matrices from $L_p(D)$; there exist functions $a_{0,2},a_{1,2}\in L_p(T)$ and $a_{2,0},a_{2,1}\in L_p(X)$ that there are satisfied inequalities

$$\|A_{0,2}(t,x)\|\le a_{0,2}(t),\qquad \|A_{1,2}(t,x)\|\le a_{1,2}(t),$$

$$\|A_{2,0}(t,x)\|\le a_{2,0}(x),\qquad \|A_{2,1}(t,x)\|\le a_{2,1}(x),$$

for almost every $(t,x)\in D$; $\alpha_{1,j}(x)$, $\alpha_{0,j}(x)$, $\beta_{1,j}(t)$, $\beta_{0,j}(t)$ are given $n\times n-$matrices, such that $\alpha_{1,j}$, $\alpha_{0,j}\in L_{p,n\times n}(T)$, $\beta_{1,j}$, $\beta_{0,j}\in L_{p,n\times n}(X)$, i.e., with elements from $L_p(T)$and from $L_p(X)$, respectively; $g_{0,0}$, $g_{0,1}$, $g_{1,0}$, $g_{1,1}\in R^n$ are given vectors; $g_{0,2}(x)$, $g_{1,2}(x)$, $g_{2,0}(t)$, $g_{2,1}(t)$ are given $n-$vector-functions, such that $g_{0,2}$, $g_{1,2}\in L_{p,n}(X)$ and $g_{2,0}$, $g_{2,1}\in L_{p,n}(T)$ i.e., with elemens from $L_p(X)$ and from $L_p(T)$, respectively; $g_{2,2}(t,x)$ is given $n-$vector-function from $L_{p,n}(D)$; $z(t,x)=(z_1(t,x),\dots,z_n(t,x))$ is $n-$dimentional line vector-function; $(\tau_0,\xi_0)$is given point from D.

Basing on the data of the problem (1)-(4) we can say that the operator $V=(V_{0,0},V_{0,1},V_{1,0},V_{1,1},V_{0,2},V_{1,2},V_{2,0},V_{2,1},V_{2,2})$ defined on Sobolev space [5]

$$W_{p,n}^{(2,2)}(D)=\{z\in L_{p,n}(D);\ z_t,z_x,z_{tx},z_{t^2x},z_{tx^2},z_{t^2x^2}\in L_{p,n}(D)\}$$

with generalized derivatives and acts into the space $\Delta_{p,n}^{(2,2)}(D)=R^n\times R^n\times R^n\times R^n\times L_{p,n}(X)\times$ $\times L_{p,n}(X)\times L_{p,n}(T)\times L_{p,n}(T)\times L_{p,n}(D)$ of elements

$$g=(g_{0,0},g_{0,1},g_{1,0},g_{1,1},g_{0,2}(x),g_{1,2}(x),g_{2,0}(t),g_{2,1}(t),g_{2,2}(t,x)).$$

Using this operator V we can write the linear nonlocal problem (1)-(4) as one equation

$$Vz=g,\ \ z\in W_{p,n}^{(2,2)}(D) \tag{5}$$

with right side $g\in\Delta_{p,n}^{(2,2)}(D)$.

In this work there has been used an isomorphism $[3-8]$ from Sobolev space $W_{p,n}^{(2,2)}(D)$ onto the space $\Delta_{p,n}^{(2,2)}(D)$, which is implemented by the operator $[3,4,6-8]$

$$Nz=(z(t_0,x_0),z_x(t_0,x_0),z_t(t_0,x_0),z_{tx}(t_0,x_0),z_{x^2}(t_0,x),z_{tx^2}(t_0,x),z_{t^2}(t,x_0),z_{t^2x}(t,x_0),z_{t^2x^2}(t,x)).$$

Basing on this izomorphism we use integro-algebraic system

$$\vartheta\varphi=g,\ \ \varphi\in\Delta_{p,n}^{(2,2)}(D), \tag{6}$$

which is equivalent to the equation (5) (or the problem (1)-(4)), where $\vartheta=VN^{-1}$. First there are gotten estimates for vector-components of the solution $\varphi\in\Delta_{p,n}^{(2,2)}(D)$ of the problem (6) after a priori estimates for the solution $z\in W_{p,n}^{(2,2)}(D)$of the problem (1)-(4).

References

1. F.F. Chudnovski. Hotfiziks of Spoils. M.: Nauka, 1976, 352 p.
2. A.M. Nakhushev. Uniqueness criterion of solition of Dorboux problem for a degenerate hyperbolic moisture. Transfer Equation, 1980, v.16, №9, p.1643-1649.
3. F.Sh. Akhmedov, S.S. Akhiev. On a linear nonlocal boundary-value problem for hyperbolic equation. Transactions, AzTU, ser. Fundamental Sciences, 2010, v.IX(35), №3, p.37-40.
4. S.S. Akhiev. Representation of solitions of some linear operator equations. 1980. Soviet. Dokl., v.251, №5, p.1037-1040.
5. S.L. Sobolev. Some applications of functional analisis in mathematical fisics. Novosibirsk, 1962, 256p.
6. S.S. Akhiev. Optimal control problem for second order for linear nonlocal hyperbolic equations with discontinuous solutions. Dokl. NAN Azerbaijan, 2007, T.LXII, №5, p.8-15.
7. S.S. Akhiev. A priori estimate for discontinuous solutions of a second order linear hyperbolic problem. Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations. 2010, № 23, pp. 1-12.
8. K. Orucoglu, S.S. Akhiev. The Riemann function for the third order onedimensional pseoudoparabolic equation. Acta Appl. Math. 1998, (53), №3, p.353-370.

ON THE OSCİLLATİONS OF EİGENFUNCTİONS OF A SPECTRAL PROBLEM DESCRİBİNG BENDİNG VİBRATİONS OF A ROD AT THE ENDS OF WHİCH MASS AND İNERTİAL MASS ARE CONCENTRATED

Aliyev Ziyatkhan Seyfaddin, Mehrabov Vuqar Abdulla

Baku State University

mvuqar-1969@mail.ru

We consider the following eigenvalue poblem

$$y^{(4)}(x)-(q(x)y'(x))=\lambda y(x),\ 0<x<1, \tag{1}$$

$$y''(0)=0,\ \ Ty(0)-a\lambda y(0)=0, \tag{2}$$

$$y''(1)-b\lambda y'(1)=0,\ Ty(1)-c\lambda y(1)=0, \tag{3}$$

where $\lambda\in C$ isspectral parameter, $Ty\equiv y'''-qy'$, $q\in AC([0,1];(0,+\infty))$, a,b and c are real constants such that $a<0$, $b>0$ and $c>0$.

Problem (1)-(3) describes small bending vibrations of a Euler-Bernoulli beam of constant rigidity, in the sections of which a longitudinal force acts, at the left end of which the mass is concentrated, and at the right end the inertial mass is concentrated [1].

Problem (1)-(3) in the case of $a>0$, $b>0$ and $c<0$ was considered in [2], where it was shown that the eigenvalues of this problem are nonnegative, simple and form an infinitely increasing sequence. Moreover, the oscillatory properties of all eigenfunctions of this problem and their derivatives have also been studied.

Theorem 1. *The eigenvalues of problem (1)-(5) are real, simple, except, for the case* $c<1$ *and* $a=c-1,$ *when the eigenvalue* $\lambda=0$ *which has algebraic multiplicity 2, and form an unboundedly non-decreasing sequence* $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ *such that*

$$\lambda_1<\lambda_2<0=\lambda_3<\lambda_4< \ ...<\lambda_k<... \text{ for } c<1 \text{ and } a>c-1,$$

$$\lambda_1<\lambda_2=0=\lambda_3<\lambda_4< \ ...<\lambda_k<... \text{ for } c<1 \text{ and } a=c-1,$$

$$\lambda_1<\lambda_2=0<\lambda_3<\lambda_4< \ ...<\lambda_k<... \text{ for } c<1,\ a>c-1, \text{and } c\geq 1.$$

Moreover, for each $k\in \mathrm{N}$ *the eigenfunction* $y_k(x)$ *corresponding to the eigenvalue* λ_k *of problem(1)-(5) and its derivative have the following oscillation properties: (i) the function* $y_k(x)$ *for* $k\geq 4$ *has exactly* $k-2$ *simple zeros, the function* $y_3(x)$ *has one simple zero and the function* $y_2(x)$ *has no zeros in* $(0,\,1)$ *for* $c\geq 1$ *and* $c<1, a>c-1,$ *the function* $y_3(x)$ *has no zeros and the function* $y_2(x)$ *can have an arbitrary number of zeros (which are simple) in* $(0,\,1)$ *for* $c<1$ *and* $a<c-1,$ *the function* $y_2(x)$ *has no zeros in* $(0,\,1)$ *for* $c<1$ *and* $a=c-1,$ *the function* $y_1(x)$ *can have an arbitrary number of zeros (which are simple) in* $(0,\,1)$; *(ii) the function* $y_k'(x)$ *for* $k\geq 4$ *has either* $k-3$ *or* $k-2$ *simple zeros, the function* $y_3'(x)$ *has no zeros in* $(0,\,1)$ *for* $c\geq 1$ *and* $c<1, a>c-1,$ *the function* $y_2'(x)$ *can have an arbitrary number of zeros (which are simple) in* $(0,\,1)$ *for* $c<1$ *and* $a<c-1,$ *the function* $y_1'(x)$ *can have an arbitrary number of zeros (which are simple) in* $(0,\,1)$.

References

1. B.B. Bolotin, Vibrations in Technique: Handbook in 6 Volumes, the Vibrations of Linear Systems, I. Moscow: Engineering Industry; 1978.
2. Z.S. Aliyev, G.T. Mamedova, Some properties of eigenfunctions for the equation of vibrating beam with a spectral parameter in the boundary conditions // J. Differential Equations, 2020, vol. 269, no. 2, p. 1383-1400.

OSCİLLATORY AND BASİS PROPERTİES OF EİGENFUNCTİONS OF SOME FOURTH-ORDER EİGENVALUE PROBLEMS

Fleydanlı Ayna Elbrus

Sumgait State University

aynafleydanli@gmail.com

We consider the following eigenvalue problem

$$y^{(4)}(x)-(q(x)y'(x))'=\lambda y(x),\ x\in(0,\,1), \tag{1}$$

$$y''(0)=a\lambda y'(0),\ \ Ty(0)=b\lambda y(0), \tag{2}$$

$$y''(1)=c\lambda y'(1),\ \ Ty(1)=d\lambda y(1), \tag{3}$$

where $\lambda\in C$ is a spectral parameter, $q(x)$ is an absolutely continuous nonnegative function on $[0,\,1]$, a,b,c,d arereal constants such that $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d<0.$

The spectral properties ofproblem (1)-(3) in the case of

$a > 0,\ b < 0,\ c > 0,\ d < 0$ has been studied in [1].

In this work we study oscillatory and basis property of eigenfunctions of the spectral problem (1)-(3). The main results of this note are the following theorems.

Theorem 1. *The eigenvalues of problem (1)-(3)are real and simple and form an infinitely increasing sequence* $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$ *such that*

$$\lambda_1 < 0 = \lambda_2 < \lambda_3 < \ldots < \lambda_k < \ldots .$$

Moreover, the corresponding eigenfunctions $y_1(x), y_2(x), \ldots, y_k(x), \ldots,$ *and their derivatives have the following oscillatory properties:*

1.there exists a natural number $k_1 \geq 4$ *such that the function* $y_k(x)$ *for* $2 \leq k \leq k_1$ *has exactly* $k-2$ *simple zeros andfor* $k > k_1$ *has exactly* $k-3$ *simple zeros in* $(0, 1),$ *and the function* $y_1'(x)$ *can have an arbitrary number of zeros in* $(0, 1);$

2.the function $y_k'(x)$ *for* $k \geq 3$ *has exactly* $k-3$ *simple zeros in* $(0, 1),$ $y_2'(x) \equiv 0,$ *and the function* $y_1'(x)$ *can have an arbitrary number of zeros in* $(0, 1).$

Theorem 2. *Let* $i = 2$ *and* $j, r, l,\ 2 < j < r < l,$ *be arbitrary sufficiently large fixed natural numbers, two of which are even and the third odd. Then the system* $\{y_k(x)\}_{k=1, k\neq i,j,r,l}^{\infty}$ *is a basis in the space* $L_p(0, 1), 1 < p < \infty,$ *which is an unconditional basis in* $L_2(0, 1).$

References

1. Z.S. Aliyevand A.E. Fleydanli, Properties of eigenfunctions of a boundary value problem for ordinary differential equations of fourth-order with boundary conditions depending on the spectral parameter, Journal of Differential Equations, 2023, 26 p.,to appear.

LINEAR NON-UNIFORMLY PARABOLIC EQUATION INVOLVING L_1 DATA

Gasimova Khayala Ashraf

Institute of Mathematics and Mechanics of MSERA

khayala.gasimova21@gmail.com

In this paper, we study the existence results of the Dirichlet problem for linear non-uniformly degenerate parabolic equation

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} - \dfrac{\partial}{\partial z_i}\left(a_{ij}(t,z)\dfrac{\partial u}{\partial z_j}\right) = f(t,z), \quad (t,z) \in Q_T, \\ u(0,z) = g(z), \qquad z \in \Omega, \\ u\Big|_{S_T}^{L} = 0, \end{cases} \tag{1}$$

where the function $f \in L_1(Q_T)$, $S_T = \partial\Omega \times (0,T)$ and the coefficient matrix $A = \|a_{ij}(t,z)\|$ $(1 \leq i,j \leq N)$ is positively defined, $(t,z) \in R^{N+1} \cap \{t \geq 0\}$and matrix elements $a_{ij}(t,z), i,j = 1,2,\ldots,N$ are measurable functions. The $\Omega \in R^N$ is a bounded Lipschitz domain, $Q = \Omega \times [0,T]$(see, e.g., [2]).

Moreover, it is assumed that there exist positive constants such that

$$c_1(\omega\,(\mathrm{x})|\xi|^2+|\eta|^2)\le A(z)\zeta\cdot\zeta\le c_2(\omega\,(\mathrm{x})|\xi|^2+|\eta|^2) \tag{2}$$

a.e$z\in\Omega$ with$\forall\,\zeta=(\xi,\eta)\in R^N,\ \xi\in R^n,\ \eta\in R^m,\ N=n+m\ (n,m\ge 1)$.

Set the weighted Sobolev space

$$W_{1,q}(\mathrm{Q_T};\omega dz)=\{u\in L_1(\mathrm{Q_T}):\ u_x\in L_{q,\omega}(\mathrm{Q_T}),u_y\in L_q(\mathrm{Q_T})\},$$

with the norm

$$\|u\|_{W_{1,q}(\mathrm{Q_T};\omega dz)}=\|u\|_{L_1(\mathrm{Q_T})}+\|u_x\|_{L_{q,\omega}}+\|u_y\|_{L_q}.$$

The solution of the problem (1) is understand in the distributional sense and $f(t,z)$ and $g(z)$ to be positive on $Q_T=\Omega\times[0,T]$. The degeneration $\omega(x):R^n\to[0,\infty)$is positive function on R^n and is taken from the suitable Muckenhoupt class A_p (see, e.g.,[1]).

Theorem: Let the condition (2) be satisfied for the matrix$A(z)=\{a_{ij}(z)\}$ and $f(t,z)$ be $L_1(\Omega)$ function. Then there exists a weak solution u of the problem (1).

References

1. L.Boccardo, T.Gallouet: Nonlinear elliptic and parabolic equations involving measure data - J.Funct. Anal. 87 (1989), 149 -169.
2. F.I. Mamedov, A Poincare's inequality with non-uniformly degenerating gradient, Monatshefte fur Mathematik, 194(1), 151-165, 2021.

ON THE STRONG SOLVABILITY OF A NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE LAPLACE EQUATION IN WHEIGHTED GRAND SOBOLEV SPACES

Gasymov Telman Bender., Akhmadli Baharchin Qurban
Bakı Dövlət Universiteti, AR ETN Riyaziyyat və Mexanika İnstitutu
Telmangasymov59@gmail.com, a_beherchin@mail.ru

Consider the following nonlocal boundary value problem for the Laplace equation:

$$u_{xx}+u_{yy}=h(x,y),\ 0<x<2\pi,\ y>0, \tag{1.1}$$

$$u(x,0)=f(x),\ u(0,y)=u(2\pi,y),\ 0<x<2\pi, \tag{1.2}$$

$$u_x(0,y)=0,\ y>0. \tag{1.3}$$

Such problems have specific features in comparison with problems with local conditions. Earlier F. I. Frankl [1; 2, p. 453-456] considered a problem with a non-local boundary condition for a shifted type equation. The Bitsadze-Samarskii problem [3] for elliptic equations is also nonlocal with supports on a part of the boundary of the domain and, moreover, the supports are free from other boundary conditions. In the work ofN.I.Ionkin and E.I.Moiseev [4], for multidimensional parabolic equations, a boundary value problem was solved with nonlocal conditions supported by the characteristic and improper parts of the domain boundary. In works [5, 6], problem (1)-(3) is considered in an infinite strip in the classical formulation.

In this paper, we consider problem (1)-(3) in a weighted Sobolev space with a weight from the Mackenhoupt class. The notion of a strong solution of this problem is defined. The correct solvability of this problem is proved by the Fourier method.

To formulate the main results, we present the definitions of some weighted spaces. Let $\nu: [0,\ 2\pi] \to (0, +\infty) -$ be some weight function, $\Pi = (0, 2\pi) \times (0, +\infty)$. Denote by $L_{p;\nu}(\Pi)$ the Banach space of functions on Π with mixed norm

$$\|f\|_{L_{p,\nu(\Pi)}} = \int_0^{+\infty} \left(\int_0^{2\pi} |f(x;y)|^p \nu(x) dx\right)^{\frac{1}{p}} dy, 1 < p < +\infty.$$

We denote by $W_{p,\nu}^2(\Pi)$ the Sobolev space generated by the norm

$$\|u\|_{W_{p;\nu}^2} = \sum_{|\alpha| \le 2} \|\partial^\alpha u\|_{L_{p,\nu}(\Pi)}.$$

Weighted Lebesgue space generated by the norm

$$\|f\|_{L_{p,\nu}(I)} = \left(\int_I |f(x)|^p \nu(x) dx\right)^{\frac{1}{p}}.$$

denote by $L_{p,\nu}(I)$, where. We also consider the weighted Sobolev space $W_{p,\nu}^2(I)$, generated by the norm

$$\|f\|_{W_{p,\nu}^2(I)} = \|f\|_{L_{p,\nu}(I)} + \|f'\|_{L_{p,\nu}(I)} + \|f''\|_{L_{p,\nu}(I)}.$$

Recall that the class of Mackenhoupt weights $A_p(I)$ is the class of periodic functions (i.e., it is considered that the function $\nu(x)$ is periodically extended to the entire axis with period 2π) satisfying the condition

$$\sup_{J \subset I} \left(\frac{1}{|J|} \int_J \nu(t) dt\right) \left(\frac{1}{|J|} \int_I |\nu(t)|^{-\frac{1}{p-1}}\right)^{p-1} < +\infty,$$

where the supremum is taken over all intervals $J \subset I$and $|J|$ —is a length of the interval J.

Definition. *A functionu $\in W_{p,\nu}^2(\Pi)$ is called a strong solution to problem (1)-(3) if equality (1) is satisfied a.e. $(x;y) \in \Pi$, and its trace $u|_{\partial\Pi}$ satisfies relations (2), (3).*

Let us introduce into consideration the system of functions$\{u_n(x)\}_{n\in Z^+}$ and $\{\vartheta_n(x)\}_{n\in Z^+}$, where

$$u_{2n}(x) = \cos n\, x,\ n \in Z^+, \quad u_{2n-1}(x) = x \sin n\, x,\ n \in N, (4)$$

$$\vartheta_0(x) = \frac{1}{2\pi^2}(2\pi - x), \vartheta_{2n}(x) = \frac{1}{\pi^2}(2\pi - x) \cos n\, x, \vartheta_{2n-1}(x) = \frac{1}{\pi^2} \sin n\, x, n \in N. (5)$$

Note that systems (4) and (5) are biorthogonally conjugate, which can be verified directly. In obtaining the main result, the following theorem is essentially used.

Theorem 1. *Let $\nu \in A_p(I)$, $1 < p < +\infty$. Then system (4) forms a basis in $L_{p,\nu}(I)$.*

The solution to problem (1)-(3) is sought in the form of a series

$$u(x,y) = U_0(y) + \sum_{n=1}^\infty U_n(y) u_n(x),$$

where

$$U_{2n-1}(y) = f_{2n-1} e^{-ny} - e^{-ny} \int_0^{2\pi} \frac{h_{2n-1}(t) e^{nt}}{n} dt, \quad n \in N,$$

$$U_{2n}(y) = f_{2n} e^{-ny} - e^{-ny} \int_0^{2\pi} \frac{h_{2n}(t) e^{nt}}{n} dt + f_{2n-1} y e^{-ny},\ n \in Z^+,$$

$$f_n = \int_0^{2\pi} f(x) \vartheta_n(x) dx, \quad h_n(y) = \int_0^{2\pi} h(x,y) \vartheta_n(x) dx, n \in Z^+.$$

Let $h(x,y)$ be a function that seperates into its variables and satisfy the following condition :

$$h(x,y) = \varphi(x) \psi(y),$$

$h(x,y) \in L^0_{p,\nu}(\Pi) = \{F(x;y) \in L_{p;\nu}(\Pi), \exists y_0 > 0; F(x;y) = 0; \forall y \geq y_0\}$. The main result of the paper is the following theorem.

Theorem 2. *Let $\nu \in A_p(I)$, $1 < p < +\infty$, the boundary functions $f(x)$ and $\varphi(x)$ belong to the space $W^2_{p,\nu}(I)$ and satisfy the conditions*

$$f(2\pi) - f(0) = f'(0) = 0, \ \varphi(2\pi) - \varphi(0) = \varphi'(0) = 0,$$
$$\text{and}\psi(y) \in L_1(0, y_0).$$

Then problem (1)- (3) has a unique solution in $W^2_{p,\nu}(\Pi)$ and moreover it is valid the following estimate

$$\|u\|_{W^2_{p;\nu}(\Pi)} \leq c_1 \|f\|_{W^2_{p;\nu}(I)} + c_2 \|\varphi\|_{W^2_{p;\nu}(I)} \|\psi\|_{L_1(0,y_0)},$$

where c_1 and c_2 are a constant independent of $f(x), \varphi(x)$ and $\psi(y)$.

References

1. Frankl F.I., Flow around airfoils by a stream of subsonic velocity with supersonic zones terminating in a straight-line condensation shock, Prikl. Mat. Mekh., vol. 20, no. 2, 196–202 (1956) [2] Frankl F.I. Selected works on gas dynamics, Moscow, 1973, 711 p.
2. Bitsadze A.V., Samarsky A. A. On some simplest generalizations of linear elliptic boundary value problems // Reports of the USSR Academy of Sciences, 1969, v. 185, No. 4, pp. 739-740.
3. N.I. Ionkin and E.I. Moiseev, A Problem for Heat Transfer Equation with Two-Point Boundary Conditions, Differents. Uravneniya, 1979, v. 15, No. 7, pp. 1284–1295.
4. E.I. Moiseev, On the solution of a nonlocal boundary value problem by the spectral method. Differents. Uravneniya, 1999, v. 35, No. 8, pp. 1094-1100.
5. M.E. Lerner, O.A. Repin, On Frankl'-type problems for some elliptic equations with degeneration of various types. Differents. Uravneniya, 1999, v. 35, No. 8, pp. 1087-1093.

ON THE BASIS PROPERTY IN $L_p(0,1)$ EIGENFUNCTIONS OF A SECOND-ORDER DIFFERENTIAL OPERATOR WITH A DISCONTINUITY POINT

Gasymov Telman Benser, Akhmedov Alirza Qadir

Baku State University,

telmangasymov59@gmail.com, ehmedov-elirza@mail.ru

Consider the following spectral problem with a discontinuity point

$$\text{yx+λyx=0 } y''(x) + \lambda y(x) = 0, \ \ x \in (0, \tfrac{1}{3}) \cup (\tfrac{1}{3}, 1), \tag{1}$$

$$\begin{cases} y'(0) = y'(1) = 0, \ y(\frac{1}{3} - 0) = y(\frac{1}{3} + 0), \\ y'(\frac{1}{3} - 0) - y'(\frac{1}{3} + 0) = \lambda m y(\frac{1}{3}), \end{cases} \tag{2}$$

where λ is a spectral parameter, and m is is a non-zero complex number. Such spectral problems arise by solving the problem on vibrations of a loaded string with free ends [1].

The study of the basic properties of systems from eigenfunctions of spectral problems with a discontinuity point sometimes requires the use of other methods different from those previously known. In [2,3], a new method for studying the basic properties of discontinuous differential operators was proposed. In this paper, we study the basic properties of the eigenfunctions of problem (1), (2) by the method of [2,3] in Lebesgue spaces.

The spectral problem (1),(2) has two series of eigenvalues: $\lambda_{1,n} = (\rho_{1,n})^2$ and $\lambda_{2,n} = (\rho_{2,n})^2$, $n \in Z^+$, where $Z^+ = N \cup \{0\}$, $\rho_{1,n} = 3\pi n + \frac{3\pi}{2} + O\left(\frac{1}{n}\right)$, $\rho_{2,n} = \frac{3\pi n}{2} + \frac{3\pi}{4} + O\left(\frac{1}{n}\right)$, and the corresponding eigenfunctions are given by the following expressions:

$$y_{i,n}(x) = \begin{cases} \cos\frac{2\rho_{i,n}}{3} \cos\rho_{i,n}\, x, & x \in \left[0, \frac{1}{3}\right], \\ \cos\frac{\rho_{i,n}}{3} \cos\rho_{i,n}\,(1-x), & x \in \left[\frac{1}{3}, 1\right], \end{cases} \quad i = 1,2; \quad n \in Z^+. \quad (3)$$

We define the operator L in the space $L_p(0,1) \oplus C$ as follows: $D(L) = \left\{\hat{y} = \left(y(x), my\left(\frac{1}{3}\right)\right): \quad y(x) \in W_p^2\left(0, \frac{1}{3}\right) \oplus W_p^2\left(\frac{1}{3}, 1\right), \quad y'(0) = y'(1) = 0, \quad y\left(\frac{1}{3} - 0\right) = y\left(\frac{1}{3} + 0\right)\right\}$ and for $\hat{y} \in D(L)$: $L\hat{y} = \left(-y''; \ y'\left(\frac{1}{3} - 0\right) - y'\left(\frac{1}{3} + 0\right)\right)$. The eigenvalues of the operator L are the numbers $\lambda_{i,n}$, and the corresponding eigenvectors have the form: $\hat{y}_{i,n} = \left(y_{i,n}(x), my\left(\frac{1}{3}\right)\right)$, where $y_{i,n}(x)$ are defined by formulas (3).

Suppose that the system $\{u_n\}_{n\in N}$ is a basis in the Banach space E, and $\{v_n\}_{n\in N}$ is its biorthogonal system. İf $\exists r > 1, \exists c > 0, \forall x \in E$: $\left(\sum_{n=1}^{\infty} |\langle x, v_n\rangle|^r\right)^{\frac{1}{r}} \leq C\|x\|$, then it is said that the system $\{u_n\}_{n\in N}$ forms an $r - basis$ in the space E .

Suppose $1 < p < \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, $r = max\{p, q\}$. The following theorem is true.

Theorem 1. *The system* $\{\hat{y}_{i,n}\}_{i=1,2;n\in N^+}$ *of eigenvectors of the operator* L *forms a* r *−basis in the space* $L_p(0,1) \oplus C$. *When* $p = 2$, *this system becomes a Riesz basis in space* $L_2(0,1) \oplus C$.

Suppose that $n_0 \in Z^+$ is an arbitrary number and $y_0(x)$ has been denoted by any of the eigenfunctions $y_{1,n_0}(x)$ or $y_{2,n_0}(x)$.

Theorem 2. *The system* $\{y_{i,n}\}_{i=1,2;n\in Z^+} \setminus \{y_0(x)\}$ *which has been formed byeigenfunctions of spectral problem (1),(2) forms* r *−basis in space* $L_p(0,1)$. *When* $p = 2$, *this system becomes a Riesz basis in space* $L_2(0,1)$.

This work was supported by the Azerbaijan Science Foundation-**Grant № AEF-MCG-2023-1(43)-13/06/1-M-06.**

References

1. A.N.Tikhonov, A.A.Samarskii, Equations of Mathematical Physics, Mosk. Gos. Univ., Moscow, 1999; Dover, New York, 2011.

2. B.T.Bilalov, T.B.Gasymov, On bases for direct decomposition, Doklady Mathematics, 2016, v. 93, No 2, p. 183-185.
3. B.T.Bilalov, T.B.Gasymov, On basicity a system of eigenfunctions of second order discontinuous differential operator, Ufa Mathematical Journal, 2017, v. 9, No 1, p.109-122.

DIAMETERS AND PRINCIPALAXES OF SECOND-ORDER CURVES

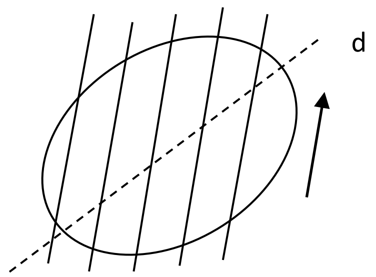
Hasanova Leyla Kazim
Baku State University
leyla.hasanmath@gmail.com

A straight line passing through the midpoints of parallel chords of a II-order curves called a diameter of this curve. A diameter is said to be *conjugate* to the chords (or to the direction of chords) which it divides into two parts.

The equation of the diameter

$$\left(a_{11}x+a_{12}y+a_{10}\right)+k\left(a_{21}x+a_{22}y+a_{20}\right)=0, \tag{1}$$

where k is the slope of conjugate chords. Changing k we get an infinite number of diameters, all of them pass through the center of the curve. All diameters of parabola are parallel to each other.



The directions of chords and conjugated diameter are called the *conjugate directions* with respect to the given curve. The relationship between two conjugate directions is

$$a_{11}+a_{12}(k+k')+a_{22}kk'=0. \tag{2}$$

Each of the two conjugate diameters of a central second-order curve bisects the chords parallel to the other diameter.

A diameter perpendicular to the chords conjugate to it is called a *principal axis*. A principal axis is a symmetry axis of a second-order curve. For each central II-order curve $(\delta \neq 0)$, either there are two perpendicular principal axes or each of its diameters is a principal axis (the circle). A II-order curve with $\delta = 0$ has a unique principal axis.

The points of intersection of a second-order curve with its principal axes are called its *vertices.*

The directions of principal axes and of their conjugate chords are called the *principal directions* of a II-order curve. The principal directions are determined from the

$$a_{11}k^2+(a_{11}-a_{22})k-+a_{12}=0$$

or

$$\tan 2\varphi = \frac{2a_{12}}{a_{11} - a_{22}}$$

where φ is the angle between the positive direction of the $Ox-$ axis and each of the two principal directions of a II-order curve.

Each II-order curve has 2 principal directions. Only circle has undetermined principal direction.

The slope is determined for all diameters of a parabola by the formula:

$$k = -\frac{a_{11}}{a_{12}} = -\frac{a_{12}}{a_{22}}.$$

References

4. Berndt E. Schwerdtfeger. Invariants of curves of second order/ mathematics subject classification. V 1.0, 13 sept 2013

ON SOME WAYS FOR CONSTRUCTION ALGORITHM TORECEIVING MORE EXACT RESULTS

Ibrahimov Vagif Əli Rza, Rahimova Kamala Razim
Baku State University
ibvag47@mail.ru, kamala.ragimova.mr@gmail.com

As is known, there are some ways for the extrapolationof the values of the solution for some problems with higher order of accuracy. One of these is the Richardson extrapolation. Note that lastly for the above mentioned aim is used some combination of linear methods. Here, we want to show that by using some theoretical results one can define the number to increase the exactness of the calculated values by using the Richardson extrapolation. Marchuk and Shaydarov prove that by using Richardson extrapolation once, can increase the accuracy more than one. For this, let us to consider the following problem:

$$y' = f(x, y), \; y(x_0) = y_0, \; x_0 \le x \le X. \tag{1}$$

This is initial-value problem for the ODEs of the first order. Let us suppose that the solution of problem (1) functions $y(x)$ is continuous and has defined on the segment of $[x_0, X]$,but the continuous to totality of arguments function $f(x, y)$ has defined in some close set and their has the continuous derivative up to p, inclusively. For the finding the numerical solution of the problem (1), let us denote by the $y(x_i)$ - the exact values of the solution of problem (1) at the point x_i, but by the y_i the corresponding approximately values. For the determined the values $y_i (i = 0,1,2,...))$, let us dived the segment $[x_0, X]$ to N equal part by using the mesh- points $x_{i+1} = x_i + h \; (i = 0,1,2...)$. Here, $0 < h$ is the step-size.

It is known that there are mostly two class numerical methods for solving problem (1). One of them is the following linear multistep method with constant coefficients:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k}\beta_i f(x_{n+i}, y_{n+i}) \;\; n = 0,1,2,.., N-k. \tag{2}$$

As is known Dahlquist proved that if by the p-dinote degree for the method (2), then $p \le 2k$ there is satisfies, here p -is the degree and k is the order for the method (2).Integer values p is called as the degree for the method (2) is the followingholds:

$$\sum_{i=0}^{k}(\alpha_i y(x+ih) - h\beta_i y'(x+ih)) = O(h^{p+1}),\; h \to 0. \tag{3}$$

Noted that if method (2) is stable and has the degree of p, then $p \le 2[k/2]+2$. Hence, the specialists for the receiving the best results suggested to use some designs. One of them is the Richardson extrapolation, which consists of the following. The essence of this method is as follows, in first by using some method, we find the value of the solutionto this problem at the point x_n with the step-size h, then calculate the solution to the problem (1) at the point x_{n+k} with the step-size h, with the step-size $h/2$ (or $2h$).Then by highlighting the leading term in the local truncation error one, takes into account in the following formula:

$$ch^{p+1}(1-\lambda+\lambda/2^{p+1})y_{(h)}^{(p+1)} /_{x=x_{n+k}} + O(h^{p+s+1}), \tag{4}$$

here, $y_{(h)}^{(p+1)}$-means that the corresponding value is calculated with the step size h. By solving the following equation

$$1-\lambda+\lambda/2^{p+1} = 0$$

one can be find the value of λ.

Noted that if method is stable, then receive that for the value $p_{\max}$, the variable s can be taking as $s=1$. If $p < p_{\max}$, in this case the condition $s>1$ can be met. Thus we obtain that the method, which has applied to solve the problem (1) has the degree of p, but applied that to calculation of the values

$$z(x_n + x) = \lambda y(x_n + x/2) + (1-\lambda)y(x_n + x),\;\; x \in [x_0, x_k],\;\; n = 0,1,..., \tag{5}$$

behaves like 2 method with the accuracy $p+1$ (more than p). For the increases of the values of the degree p, one can be used some linear combinations of different methods. In this case also by using formula (4) and linear combinations of linear methods one can constructed way for the calculation of the approximately values for the solution of the problem (1). Similarly results are receiving by some authors (see for example [1]-[5]). Noted that Richardson extrapolation and some combination of methods can be applied to correction of the receiving results in solving the Volterra integral and integro-differential equations. In the application of above discrete way to solving some problems arises any question related with the application of implicit methods. In usually, for this aim the predictor-corrector methods are used. By taking into account that in usually the implicit methods are more exact than the explicit methods, here have been used the implicit and explicit methods, which help us for choosing the predictor and corrector methods.

Ədəbiyyat

1. Марчук Г.И., Шайдуров В.В., Повышение точности решений разностных схем, Мос.Наука, 1979, с.319.
2. G. Dahlquist, Convergence and stability in the numerical integration of ordinary differential equations, Math. Scand, 1956, No 4, p.33-53.
3. Ибрагимов В.Р., О некоторых свойствах экстраполяции Ричардсона, Диф.урав., 1990, №12,с. 2170-2173.
4. Mehdiyeva G.Yu., Ibrahimov V.R., On the research of multistep methods with constant coefficients, Monograph, / Lambert, acad. publ., 2013. 314 p.
5. Ибрагимов В.Р., Об одном представлении локальной ошибки к-шагового методы, приближенные методы анализа, Баку, 1982, с. 47-65.

TWO-WEIGHTED INEQUALITIES FOR SINGULAR OPERATORS IN GENERALIZED WEIGHTED MORREY SPACES

Hasanov Javanshir Javad, Safarov Zaman Vahab
Azerbaijan State Oil and Industry University
hasanovjavanshir@gmail.com,zsafarov@gmail.com

Calderon-Zygmund type singular operator is defined as

$$Tf(x) = \int_{R^n} K(x,y) f(y)dy,$$

where*K*(*x,y*) is a "standard singular kernel", that is, a continuous function defined on $\{(x,y) \in R^n \times R^n : x \neq y\}$ and satisfying the estimates

$| K(x,y) | \leq C \, | x-y |^{-n}$ for all $x \neq y$, $| K(x,y) - K(x,z) | \leq C \dfrac{| y-z |^{\sigma}}{| x-y |^{n+\sigma}}$, $\sigma > 0$, |*x*-*y*|>2|*y*-*z*|,

$| K(x,y) - K(\xi,y) | \leq C \dfrac{| y-\xi |^{\sigma}}{| x-y |^{n+\sigma}}$, $\sigma > 0$, |*x*-*y*|>2|*y*-*ξ*|.

Let **Ошибка! Ожидалась цифра.**, φ be a positive measurable function on $R^n \times (0,\infty)$ and ω be a non-negative measurable function on Rn. We denote by $M_{\omega}^{p,\varphi}$ the generalized weighted Morrey space, the space of all functions $f \in L_{p,\omega}^{loc}(R^n)$ with finite norm

$$\|f\|_{M_{\omega}^{p,\varphi}(R^n)} = \sup_{x \in R^n, r>0} \frac{\|f\|_{L_{p,\omega}(B(x,r))}}{\varphi(x,r) \|\omega\|_{L_p(B(x,r))}},$$

where the supremum is taken over all balls B(x,r) in Rn and $L_{p,\omega}(R^n)$ be the space of measurable functions on R^n such that

$$\|f\|_{L_{p,\omega}(R^n)} = \left(\int_{R^n} | f(x)|^p \ \omega^p(x)dx \right)^{1/p}, \ 1 \le p < \infty .$$

Definition 1. *The weight functions* (ω_1, ω_2) *belong to the class* $\widetilde{A}_p(R^n)$ *for* **Ошибка! Ожидалась цифра.**, *if the following statement*

$$\sup_{x \in R^n, r>0} \left(\int_{B(x,r)} \omega_2^p(y)dy \right)^{1/p} \left(\int_{B(x,r)} \omega_1^{-p'}(y)dy \right)^{1/p'} < \infty .$$

Theorem. *Let* **Ошиба! Ожидалась цифра.**, $0 < \delta < 1$, (ω1,ω2)∈Ap(Rn) *and the function* $\varphi_1(x,r)$ *and* $\varphi_2(x,r)$ *satisfy the condition*

$$\sup_{t>r} \frac{\operatorname*{essinf}_{t<s<\infty} \varphi_1(x,s) \|\omega_1^\delta\|_{L_p(B(x,s))}}{\|\omega_2^\delta\|_{L_p(B(x,t))}} \le C\varphi_1(x,r) ,$$

where C *does not depend on* x *and* t. *Then the singular operator* T *is bounded from the space* $M^{p,\varphi_1}_{\omega_1^\delta}(R^n)$ *to the space* $M^{p,\varphi_2}_{\omega_2^\delta}(R^n)$ Mω2δp,ф2(Rn).

ON A PROPERTY OF THE RIESZ TRANSFORM OF LEBESGUE INTEGRABLE FUNCTIONS

Huseynli Aynur Fizuli

Baku State University

aynurhuseynli88@gmail.com

The j-th Riesz transform of the function $f \in L_p(R^d)$, $1 \le p < +\infty$ is defined as the following singular integral:

$$R_j(f)(x) = \gamma_{(d)} \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\{y \in R^d : |x-y| > \varepsilon\}} \frac{x_j - y_j}{|x-y|^{d+1}} f(y)dy, \ j = 1,2,\ldots,d .$$

where $\gamma_{(d)} = \frac{\Gamma((d+1)/2)}{\pi^{(d+1)/2}}$, $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$ is Euler's Gamma function.

From the theory of singular integrals (see [1]) it is well known that the Riesz transform is a bounded operator in the space $L_p(R^d)$, $p > 1$, that is, if $f \in L_p(R^d)$, then $R_j(f) \in L_p(R^d)$ and the inequality

$$\|R_j f\|_{L_p} \le C_p \|f\|_{L_p} \tag{1}$$

holds. In the case $f \in L_1(R^d)$ only the weak inequality holds:

$$m\{x \in R^d : |(R_j f)(x)| > \lambda\} \le \frac{C_1}{\lambda} \| f \|_{L_1}, \tag{2}$$

where m stands for the Lebesgue measure, C_p, C_1 are constants independent of f. From the inequalities (1), (2) it follows that the Riesz transform of the function $f \in L_1(R^d)$ satisfies the condition

$$m\{x \in R^d : |(R_j f)(x)| > \lambda\} = o(1/\lambda),\ \lambda \to +\infty. \tag{3}$$

For a measurable complex-valued function f on R^d we set

$$[f(x)]_{\delta,\lambda} = [f(x)]^{\delta,\lambda} = f(x) \text{ for } \delta \le |f(x)| \le \lambda,$$

$$[f(x)]_{\delta,\lambda} = [f(x)]^{\delta,\lambda} = 0 \text{ for } |f(x)| < \delta,$$

$$[f(x)]_{\delta,\lambda} = \lambda \operatorname{sgn} f(x), [f(x)]^{\delta,\lambda} = 0 \text{ for } |f(x)| > \lambda, 0 < \delta < \lambda.$$

In 1929, Titchmarsh (see [2]) introduced the notions of Q- and Q'-integrals.

Definition. If the finite limit $\lim\limits_{\substack{\delta \to 0+ \\ \lambda \to +\infty}} \int\limits_{R^d} [f(x)]_{\delta,\lambda} dx$ ($\lim\limits_{\substack{\delta \to 0+ \\ \lambda \to +\infty}} \int\limits_{R^d} [f(x)]^{\delta,\lambda} dx$, respectively) exists, then f is said to be Q*-integrable* (Q'*-integrable*, respectively) on R^d, and this fact is written as $f \in Q(R^d)$ ($f \in Q'(R^d)$). The value of this limit is referred to as the Q-*integral* (Q'*-integral*)of the function $f \in Q(R^d)$ ($f \in Q'(R^d)$) and is denoted by

$$(Q) \int\limits_{R^d} f(x) dx \left((Q') \int\limits_{R^d} f(x) dx \right).$$

The properties of Q- and Q'-integrals were investigated in [2, 3, 4]

Theorem. Let $f \in L_1(R^d)$. Then for any $j = \overline{1,d}$ the function $R_j(f)$ is Q'-integrable on R^d and

$$(Q') \int\limits_{R^d} (R_j f)(x) dx = 0. \tag{4}$$

Corollary. Let $f \in L_1(R^d)$. Then for any $j = \overline{1,d}$ the function $R_j(f)$ is Q-integrable on R^d and

$$(Q) \int\limits_{R^d} (R_j f)(x) dx = 0.$$

References

1. Stein E.M.: Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions, Princeton University Press, Princeton (1970).
2. Titchmarsh, E.C.: On conjugate functions. Proc. London Math. Soc. **9**, 49–80 (1929).

3. Aliev R.A.: On the properties of Q- and Q'-integrals of the function measurable on the real axis, Proceedings of the IMM of NAS of Azerbaijan, **41:1**, 56-62 (2015).
3. Efimova M.P.: On theproperties of the Q-integral. Math. Notes,**90:3-4**, 322-332 (2011).

SOME ESTIMATES FOR MAXIMAL COMMUTATORS IN L_p SPACES

Ildirimova Aydan Vugar
Baku State University
mehriban_omarova@yahoo.com

Let $f \in L^1_{loc}(R^n)$. The maximal operator is defined by

$$M(f)(x) = \sup_{t>0} \frac{1}{|B(x,t)|} \int_{B(x,t)} |f(y)|\, dy \quad .$$

The maximal commutators generated by M and $b \in L^1_{loc}(R^n)$ is defined by

$$M_b(f)(x) = \sup_{t>0} \frac{1}{|B(x,t)|} \int_{B(x,t)} |b(x) - b(y)||f(y)|\, dy \quad .$$

Theorem: Suppose b is a locally integrable function on R^n. Let $0 < \beta < 1$. Then the following assertions are equivalent:

(1) $b \in Lip_\beta(R^n)$.

(2) M_b is bounded from $L^p(R^n)$ to $L^q(R^n)$ for all p and q satisfy $1 < p < \frac{n}{\beta}$ and $\frac{1}{q} = \frac{1}{p} - \frac{\beta}{n}$.

ON THE COMPLETENESS AND MINIMALITY OF THE WEIGHT SYSTEM OF EXPONENTS WITH EXCESS IN GENERALIZED GRAND LEBESGUE SPACES

Migdad İmdad Ismayılov, Ilaha Flah Aliyarova
Baku State University, Institute of Mathematics and Mechanics of MSERA,
Nakhichevan State University
migdad-ismailov@rambler.ru, ilahealiyarova@gmail.com

In other words, a sufficient condition of completeness and minimality of the system $E(\omega, Z \setminus F) = \{\omega(t)e^{\mathrm{int}}\}_{n \in Z \setminus F}$ in the subspace $G_{p),\theta}(-\pi,\pi)$ of the generalized space of grand Lebesgue $L_{p),\theta}(-\pi,\pi)$, $p > 1$, are given,where $\omega(t)$ be any measurable function on $[-\pi,\pi]$, and F be any finite nonempty subset of Z.

Let $p > 1$, $\theta \ge 0$, $L_{p),\theta}(-\pi,\pi)$ be a generalized grand Lebesgue space of functions $f(t)$ measurable on $[-\pi,\pi]$ such that

$$\| f\|_{p),\theta} = \sup_{0<\varepsilon<p-1} \left(\frac{\varepsilon^{\theta}}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} | f(t)|^{p-\varepsilon} dt \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}} < +\infty .$$

Let $G_{p),\theta}(-\pi,\pi)$ be a closed subspace $L_{p),\theta}(0,2\pi)$ which is the closure of the linear envelope of functions $f \in L_{p),\theta}(-\pi,\pi)$ satisfying the condition $T_\delta f \to f$ at $\delta \to +0$, where T_δ is the shift operator, i.e. $T_\delta f(t) = f(t+\delta)$, $t+\delta \in [-\pi,\pi]$ and $T_\delta f(t) = 0$, $t+\delta \notin [-\pi,\pi]$.

Theorem below presents a sufficient condition for the completeness and minimality of the system $E(\omega, Z \setminus F)$.

Theorem. Let $\omega \in G_{p),\theta}(-\pi,\pi)$, $|F| = k$. The following statements hold:

1) if $\frac{1}{\omega(t)} \notin L_q(-\pi,\pi)$, $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$, and there exists $t_0 \in [-\pi,\pi]$ such that $\frac{(t-t_0)^{k-1}}{\omega(t)} \notin L_q(-\pi,\pi)$ and $\frac{(t-t_0)^k}{\omega(t)} \in L_q(-\pi,\pi)$, then the system $E(\omega, Z \setminus F)$ is complete in $G_{p),\theta}(-\pi,\pi)$;
2) if there exists $t_0 \in [-\pi,\pi]$ such that $\frac{(t-t_0)^k}{\omega(t)} \in L_q(-\pi,\pi)$, then the system $E(\omega, Z \setminus F)$ is minimal in $G_{p),\theta}(-\pi,\pi)$

References

1. Golubeva E.S., The system of weighted exponentials with power weights, in: Vestnik Sam. GU Estestvenno-Nauchnaya Ser. 83:2 (2011), 15–25. (*in Russian*)
2. G.J. Yoon, C. Heil, Duals of Weighted Exponential Systems. Acta Appl Math 119, 2012, 97–112.
3. B.T. Bilalov, *Some problems of approximation*, Baku; Elm, 2016.
4. Shukurov A. Sh. On basis properties of weighted exponential systems with excess, Vestnik Samarskogo Universiteta. Estestvenno-Nauchnaya Seriya, - 2018. 24(1), 14-19.

EXISTENCE AND UNIQUENESS OF A SOLUTION TO A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A FOURTH-ORDER PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION WITH NON-CLASSICAL BOUNDARY CONDITIONS

Jafarova Maryam Huseyn

Baku State University

maryam.bzade20@mail.ru

Consider boundary value problem for the equation

$$r(x)u_{tt}(x,t) - (q(x)u_x(x,t))_x + (p(x)u_{xx}(x,t))_{xx} = f(x,t) \tag{1}$$

in domain $D_T = \{(x,t): 0<x<1, 0<t<T\}$ with the following nonlocal conditions

$$u(x,0) + \delta_1 u(x,T) = \varphi(x),\ u_t(x,0) + \delta_2 u_t(x,T) = \psi(x),\quad 0 \le x \le 1, \tag{2}$$

non-classical boundary conditions

$$u(0,t) = \mu_1(t),\ 0 \le t \le T, \tag{3}$$

$$u_{xx}(0,t) = \mu_2(t),\ 0 \le t \le T, \tag{4}$$

$$p(1)u_{xx}(1,t) + u_x(1,t) = \mu_3(t),\ 0 \le t \le T, \tag{5}$$

$$(p(x)\,u_{xx}(x,t))_x\big|_{x=1} - q(1)u_x(1,t) - r(1)u_{tt}(1,t) = \mu_4(t),\ 0 \le t \le T, \tag{6}$$

where $\delta_1 \ge 0, \delta_2 \ge 0$ given numbers, $r(x) \in C([0,\,1];(0,+\infty))$, $p(x) \in C^2([0,\,1];(0,+\infty))$, $q(x) \in C^1([0,\,1];[0,+\infty))$, $\mu_1(t) \in C^1[0,T]$, $\mu_2(t) \in C^1[0,T]$, $\mu_3(t) \in C^1[0,T]$, $\mu_4(t) \in C^1[0,T]$, $\varphi(x) \in C[0,1]$, $\psi(x) \in C[0,1]$, $f(x,t) \in C(D_T)$ – given function and $u(x,t)$ is the required function.

In this paper, we prove the existence and uniqueness of a classical solution to problem (1)-(6). Recall that the classical solution to problem (1)-(6) is understood as a function that satisfies equation (1) and conditions (3)-(6) in the usual sense.

Introduce notation:

$$\tilde{C}^{4,2}(D_T) = u\,(x,t) : u(x,t) \in C^2(D_T), u_{xxx}(x,t), u_{xxxx}(x,t) \in C(D_T)$$

Theorem1. Let $\delta_1 \ge 0,\ \delta_2 \ge 0,\ \delta_1^2 + \delta_2^2 < 1$. *If problem(1)-(6) has a classical solution, then this solution is unique in* $\tilde{C}^{4,2}(\overline{D}_T)$.

Consider the following spectral problem

$$(p(x)y''(x))'' - (q(x)y'(x))' = \lambda r(x)y(x),\ 0 < x < 1,\ , \tag{7}$$

$$y(0) = y''(0) = 0, \tag{8}$$

$$p(1)y''(1) + y'(1) = 0, \tag{9}$$

$$((p(x)y''(x))' - q(x)y'(x))\big|_{x=1} = -\lambda r(1)y\,(1). \tag{10}$$

The eigenvalues of the spectral problem (7)-(10) are positive and simple and form an infinitely increasing sequence $\{\lambda_k\}_{k=0}^{\infty}$. Let $\{y_k\}_{k=0}^{\infty}$ be the system of eigen functions corresponding to the system of eigenvalues $\{\lambda_k\}_{k=0}^{\infty}$ of problem(7)-(10).

It is known [1] thatthe system $\{y_k\}_{k=1}^{\infty}$ of eigenfunctions of problem(7)-(10) forms a basis in the space $L_p\,(0,\,1), 1 < p < \infty$, and for $p = 2$ this basis is a Riesz basis. Moreover, the system $\{\vartheta_k\}_{k=1}^{\infty}$, $\vartheta_k(x) = \dfrac{1}{\int_0^1 r(x)|y_k(x)|^2 dx + r(1)|y_k(1)|^2}\left(y_k(x) - \dfrac{y_k(1)y_0(x)}{y_0(1)}\right)$, is conjugate to the system $\{y_k\}_{k=1}^{\infty}$.

We introduce the following notations:

$$\varphi_k = \int_0^1 r(x)\,\varphi(x)\,\vartheta_k(x)dx,\ \psi_k = \int_0^1 r(x)\,\psi(x)\,\vartheta_k(x)\,dx,\ \beta_k = \sqrt{\lambda_k},$$

$$\rho_k(T) = 1 + (\delta_1 + \delta_2)\cos\beta_k T + \delta_1\delta_2,\ k \in \mathrm{N}.$$

The main result of this note is the following theorem.

Theorem 2. *Let* $\delta_1 \geq 0,\ \delta_2 \geq 0,\ 1+\delta_1\delta_2 \geq \delta_1+\delta_2,\quad \mu_i(t)=0,\ i=1,2,3,4.$ *Moreover, the following conditions are satisfied:*

1. $p(x) \in C^4([0,\ 1];(0,+\infty)),\quad p(x) \in C^2([0,\ 1];[0,+\infty));$

2. $\varphi(x) \in C^7\,[0,\ 1],\ \varphi^{(8)}(x) \in L_2(0,\ 1),\ \varphi(0)=0,\quad \varphi''(0)=0$ *,* $p(1)\varphi''(1)+\varphi'(1)=0$, $J(\varphi)=0$, $\Phi(0)=0,\ \ \Phi''(0)=0,\ \ p(1)\Phi''(1)+\Phi'(1)=0,$ *где*

$$J(\varphi)=\varphi(1)r(1)+\frac{1}{y_0(1)}\int_0^1 r(x)\varphi(x)y_0(x)\,dx,\ \Phi(x)=\frac{1}{r(x)}((p(x)\varphi''(x))''-(q(x)\varphi'(x))',$$

3. $\psi(x) \in C^3\,[0,\ 1],\quad \psi^{(4)}(x) \in L_2(0,\ 1),\quad \psi(0)=0,\quad \psi''(0)=0,\quad p(1)\psi''(1)+\psi'(1)=0,$ $J(\psi)=0.$

Then the function

$$u(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{\rho_k(T)}\left[\varphi_k(\cos\beta_k t+\delta_2\cos\beta_k(T-t))+\frac{\psi_k}{\beta_k}(\sin\beta_k t-\delta_1\sin\beta_k(T-t))\right]y_k(x)\right.$$

is a solution to problem (1)-(6).

References

1. N.B. Kerimov, Z.S. Aliev, On the basis property of the system of eigenfunctions of a spectral problem with spectral parameter in the boundary condition,Diff. Equat. 2007, vol. 43, No. 7,p. 905–915.

INVERSE SPECTRAL PROBLEM FOR PERTURBED HARMONIC OSCILLATOR

Mahmudova Malaka Hasan

Baku State University, Azerbaijan University of Architecture and Construction

mlk_maxmudova@hotmail.com

One of the most important problems of wave mechanics is the problem on quant oscillator. Description of oscillating motions of atoms molecules and crystals (see [1]). Let as consider a boundary value problem generated by the anharmonic equation

$$-y''+x^2y+q(x)y=\lambda y,\ 0<x<\infty,\ \ \lambda \in C\,, \tag{1}$$

with the boundary condition

$$y'(0)=0\,, \tag{2}$$

where a real-valued potential $q(x)$ satisfies the condition

$$\int_0^{\infty}\left(1+x^2\right)|q(x)|dx<\infty\,. \tag{3}$$

If condition (3) is satisfied, then problem (1) - (2) has a purely discrete spectrum consisting (see, for example, [2]–[6]) of simple eigenvalues $\lambda_n, n=0,1,\dots$, where $\lambda_n \to +\infty$ as $n \to \infty$. In this case, the corresponding eigenfunctions $\left\{\frac{f(x,\lambda_n)}{\alpha_n}\right\}_{n=0}^{\infty}$, where $\alpha_n = \sqrt{\int_0^{\infty} |f(x,\lambda_n)|^2 dx}$ form an orthonormal basis in space $L_2(0,\infty)$.

We note that inverse spectral problems for an anharmonic oscillator, i.e. for equation (1), were studied in various contexts by many authors (see $[2]-[6]$, also the bibliography in them).

In the present work, the inverse spectral problem for the problem (1)-(2) is investigated by the transformation operators method, i.e.the problem of reconstructing a perturbation $q(x)$ from spectral data $\{\lambda_n, \alpha_n > 0\}_{n=0}^{\infty}$. Using the transformation operator special solution with asymptotic behavior at infinity is constructed. The main equation of inverse problem is obtained. We develop an algorithm for solving the inverse problem.

References

1. F.A.Berezin, M.Shubin, The Schrodinger Equation, Springer Science & Business Media, 1991, 555 p.
2. H.P. McKean, E. Trubowitz, The spectral class of the quantum-mechanical harmonic oscillator, Comm. Math. Phys., **82**(1982), 471-495.
3. B.M. Levitan, Sturm-Liouville operators on the entire real axis with the same discrete spectrum.Math. USSR-Sb. **60**(1), 77–106 (1988)
4. D.Chelkak, P.Kargaev, E.Korotyaev, An Inverse Problem for an Harmonic Oscillator Perturbed by Potential: Uniqueness, *Lett. Math. Phys.* **64**:1 (2003), 7–21
5. D.Chelkak, P.Kargaev, E. Korotyaev, Inverse Problem for Harmonic Oscillator Perturbed by Potential, Characterization, *Comm. Math. Phys.***,** **249**:4(2004), 133–196.
6. D.Chelkak, E. KorotyaevThe inverse problem for perturbed harmonic oscillator on the half-line with a Dirichlet boundary condition, Annales Henri Poincare, 2007, v.8, Issue 6, pp. 1115-1150.

NODAL SOLUTIONS OF SOME BOUNDARY VALUE PROBLEMS HALF-INEARIZABLE AT ZERO AND INFINITY

Mamedova Masuma Mammadhasim

Baku State University,

memmedova.mesume@inbox.ru

Consider the following nonlinear problem

$$y^{(4)} - (q(x)y')' = d\, r(x)h(x)y + \varphi(x)y^{+} + \psi(x)y^{-}, x \in (0,l), \tag{1}$$

$$y(0) = y'(0) = y(l) = y'(l) = 0, \tag{2}$$

wher $y^{+} = \max\{y,0\},\ y^{-} = (-y)^{+},\ q \in C^1[0,l],\ q \geq 0,\ r \in C[0,l],\ r > 0,\ \varphi, \psi \in C[0,l],\quad d \neq 0$ is a parameter, $h(s)$ is a continuous function on R that satisfies the following conditions: $sh(s) > 0,\ s \in R \setminus \{0\};$ there exist $h_0,\ h_\infty \in (0,+\infty)$ such that

$$h_0 = \lim_{|s|\to 0} \frac{h(s)}{s} \text{ and } h_0 = \lim_{|s|\to +\infty} \frac{h(s)}{s}.$$

Let $E = C^3[0,l] \cap \{y : y(0) = y'(0) = y(l) = y'(l) = 0\}$ be a Banach space with the usual norm $\| y \|_3 = \sum_{i=0}^{3} \| y^{(i)} \|_\infty$, where $\| y \|_\infty = \max_{x\in[0,l]} | y(x) |$. Moreover, let S_k^ν, $k \in \mathrm{N}$, $\nu \in \{+,-\}$, be the set of functions $y \in E$ which are defined in [1] and possess oscillatory properties of the eigenfunctions of the linear eigenvalue problem

$$y^{(4)} - (q(x)y')' = \lambda r(x)y + \varphi(x)y^+ + \psi(x)y^-, x \in (0,l),$$
$$y(0) = y'(0) = y(l) = y'(l) = 0.$$

We will determine the values of d for which there are solutions to problem (1), (2) contained in $\bigcup_{k=1}^{\infty} S_k^\nu$.

In [2] it was established that there are two sequences $\{\lambda_k^+\}_{k=1}^\infty$ and $\{\lambda_k^-\}_{k=1}^\infty$ of real simple half-eigenvalues of the following half-linear problem

$$y^{(4)} - (q(x)y')' = \lambda r(x)y + \varphi(x)y^+ + \psi(x)y^-, x \in (0,l), \tag{1}$$
$$y(0) = y'(0) = y(l) = y'(l) = 0, \tag{2}$$

such that

$\lambda_1^+ < \lambda_2^+ < \ldots < \lambda_k^+ < \ldots$ and $\lambda_1^- < \lambda_2^- < \ldots < \lambda_k^- < \ldots$.

Theorem 1. Let for some $k \in \mathrm{N}$ and $\nu \in \{+,-\}$ either condition $\frac{\lambda_k^\nu}{h_\infty} < d < \frac{\lambda_k^\nu}{h_0}$ or condition $\frac{\lambda_k^\nu}{h_0} < d < \frac{\lambda_k^\nu}{h_\infty}$ holds. Then there exists a nontrivial solution of problem (1), (2) which lies in S_k^ν.

References

1. Global bifurcation of solutions of certain nonlinear eigenvalue problems for ordinary differential equations of fourth order, Sbornik Mathematics, 2016, vol.207, no. 12, p. 1625–1649.
2. B.P. Rynne, Half-eigenvalues of self-adjoint, $2m$ th-order differential operators and semilinear problems with jumping nonlinearities, Differential and Integral Equations, 2001, vol. 14,no. 9, p.1129-1152.

ON THE RECONSTRUCTION OF THE DIFFUSION OPERATOR FROM TWO SPECTRA

Guldane Sadi Mammedzadeh
Azerbaijan State University of Economics
guldane.mammedzadeh@mail.ru

Consider the boundary value problem generated on the interval $[0,\pi]$ by the diffusion differential equation

$$y''(x)+\left[\lambda^2-2\lambda p(x)-q(x)\right]y(x)=0 \tag{1}$$

and boundary conditions

$$\begin{aligned} &y(0)=0,\\ &y'(0)+m\lambda^2 y(\pi)+y'(\pi)=0, \end{aligned} \tag{2}$$

wherethe functions $p(x)\in W_2^1[0,\pi]$, $q(x)\in L_2[0,\pi]$ are real, m – is a real number. We denote by $W_2^n[0,\pi]$ the Sobolev space of complex-valued functions on the interval $[0,\pi]$ which have $n-1$ absolutely continuous derivatives and square-summable nth derivative on $[0,\pi]$.

Along with the problem (1),(2), we also consider the boundary value problem generated by the same equation (1) and the Dirichlet boundary conditions

$$y(0)=y(\pi)=0\,. \tag{3}$$

Consider the following inverse problem.

Inverse problem. Based on the given spectra of the problems (1),(2) and(1),(3) construct the functions $p(x)$ and $q(x)$ in equation (1) and the coefficient m in the boundary conditions (2).

The following uniqueness theorem is valid.

Theorem. *If* $p(0)=-p(\pi)$*, then the boundary-value problems* (1),(2) and (1),(3) *are uniquely determined by their spectra.*

References

1. I. M. Nabiev, Reconstruction of the differential operator with spectral parameter in the boundary condition, Mediterr. J Math. 19(3) (2022), 1–14. Information on the reconstruction of the diffusion and Sturm-Liouville operators with other boundary conditions is available in article [1].

SOME CONDITIONS FOR BOUNDEDNESS OF PARABOLIC FRACTIONAL INTEGRAL OPERATORS IN PARABOLIC GENERALIZED MORREY SPACES

Muradova Shemsiyye Ahliman
Baku State University
Institute of Mathematics and Mechanics of MSERA
mshams01@yahoo.com

Let P be a real $n \times n$ matrix, whose all eigenvalues have positive real part, $A_t = t^P, t > 0, \gamma = trP$ is the homogeneous dimension on R^n and Ω is an A_t-homogeneous of degree zero function, integrable to a power $s > 1$ on the unit sphere generated by corresponding parabolic metric.

Definition 1. Let $\varphi(x,r)$ be a positive measurable function on $R^n \times (0,\infty)$ and $1 \le p < \infty$. For any fixed $x_0 \in R^n$ we denote by $LM^{\{x_0\}}_{p,\varphi,P} \equiv LM^{\{x_0\}}_{p,\varphi,P}(R^n)$ the parabolic generalized local Morrey space, the space of all functions $f \in L^{loc}_p(R^n)$ with finite quasinorm

$$\| f \|_{LM^{\{x_0\}}_{p,\varphi,P}} = \| f(x_0 + \cdot) \|_{LM_{p,\varphi,P}}.$$

Also, by $WLM^{\{x_0\}}_{p,\varphi,P} \equiv WLM^{\{x_0\}}_{p,\varphi,P}(R^n)$ we denote the weak parabolic generalized local Morrey space of all functions $f \in WL^{loc}_p(R^n)$ for which

$$\| f \|_{WLM^{\{x_0\}}_{p,\varphi,P}} = \| f(x_0 + \cdot) \|_{WLM_{p,\varphi,P}} < \infty.$$

Definition 2. Let $S_\rho = \{w \in R^n : \rho(w) = 1\}$ be the unit ρ-sphere (ellipsoid) in R^n $(n \ge 2)$ equipped with the normalized Lebesgue surface measure $d\sigma$ and Ω be A_t-homogeneous of degree zero, i.e. $\Omega(A_t x) \equiv \Omega(x)$, $x \in R^n$, $t > 0$. The parabolic fractional integral operator $I^P_{\Omega,\alpha} f$ with rough kernels, $0 < \alpha < \gamma$, of a function $f \in L^{loc}_1(R^n)$ is defined by

$$I^P_{\Omega,\alpha} f = \int_{R^n} \frac{\Omega(x-y) f(y)}{\rho(x-y)^{\gamma-\alpha}} dy.$$

We prove the boundedness of the parabolic integral operator $I^P_{\Omega,\alpha}$ with rough kernel from one parabolic local generalized Morrey space $LM^{\{x_0\}}_{p,\varphi_1,P}(R^n)$ to another one $LM^{\{x_0\}}_{q,\varphi_2,P}(R^n)$, $1 < p < q < \infty$, $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{\alpha}{\gamma}$, and from the space $LM^{\{x_0\}}_{1,\varphi_1,P}(R^n)$ to the weak space $WLM^{\{x_0\}}_{q,\varphi_2,P}(R^n)$, $1 \le q < \infty$, $1 - \frac{1}{q} = \frac{\alpha}{\gamma}$.

Theorem. Suppose that $x_0 \in R^n$, $0 < \alpha < \gamma$ and the function $\Omega \in L_{\frac{\gamma}{\gamma-\alpha}}(S_\rho)$ is A_t-homogeneous of degree zero. Let $1 \le p < \frac{\gamma}{\alpha}$, $\frac{1}{q} = \frac{1}{p} - \frac{\alpha}{\gamma}$, and the pair (φ_1, φ_2) satisfy the condition

$$\int_r^\infty \frac{\underset{t<\tau<\infty}{ess\sup}\,\varphi_1(x_0,\tau)\tau^{\frac{n}{p}}}{t^{\frac{\gamma}{q}+1}}dt \le C\varphi_2(x_0,r),$$

where C does not depend on x_0 and r. Then the operator $I^P_{\Omega,\alpha}$ is bounded from $LM^{\{x_0\}}_{p,\varphi_1,P}$ to $LM^{\{x_0\}}_{q,\varphi_2,P}$ for $p>1$ and from $LM^{\{x_0\}}_{1,\varphi_1,P}$ to $WLM^{\{x_0\}}_{q,\varphi_2,P}$ for $p=1$.

Reference

1. V.S. Guliyev, *Generalized local Morrey spaces and fractional integral operators withrough kernel*, J. Math. Sci., (N. Y.) 193(2), 2013, pp. 211-227.
2. Sh.A. Muradova, A.S. Balakishiyev, N.Z. Orucov.*Parabolic fractional integral operators with rough kernels in parabolic local generalized Morrey spaces*, Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics, vol.4, no.1, 2016, July, pp. 59-68.

NECESSARY CONDITIONS OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM FORA THREE-DIMENSIONAL EQUATIONWITH VARIABLE COEFFICIENTS

Mustafayeva Yelena Yumiddin, Aliyev Nihan Alipanakh

Baku State University

yelenamustafayeva@bsu.edu.az

1. Problem statement

Let us consider the three-dimensional Laplace equation in a convex in the direction x_3 domain $D\subset R^3$ whose projection onto plane $Ox_1x_2 = Ox'$ is domain $S\subset Ox_1x_2$, Γ is the boundary (surface) of the domain *D*:

$$Lu = \Delta u(x) + \sum_{k=1}^{3} a_k(x)\frac{\partial u(x)}{\partial x_k} + a(x)u(x) = 0,\ x\in D\subset R^3 \quad (1.1)$$

with non-local boundary conditions:

$$l_i u = \sum_{k=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\alpha_{ij}^{(k)}(x')\frac{\partial u(x)}{\partial x_j}\Big|_{x_3=\gamma_k(x')} + \sum_{k=1}^{2}\alpha_i^{(k)}(x')u(x)\Big|_{x_3=\gamma_k(x')} = \varphi_i(x'),\ i=1,2;\ \ x'=(x_1,x_2)\in S, \quad (1.2)$$

$$u(x) = f_0(x),\ x\in\overline{\Gamma}_1\cap\overline{\Gamma}_2, \quad (1.3)$$

where $S = proj_{Ox_1x_2}D$, Γ_1 and Γ_2 are the lower and the upper half surfaces of the boundary Γ respectivelydefined as follows: $\Gamma_k = \{\xi=(\xi_1,\xi_2,\xi_3) : \xi_3=\gamma_k(\xi'),\ \xi'=(\xi_1,\xi_2)\in S\}$ where $\xi_3=\gamma_k(\xi_1,\xi_2), k=1,2$, are equations of half surfaces Γ_1 and Γ_2, functions $\gamma_k(\xi'), k=1,2$, are twice differentiable with respect of the both of the variables ξ_1,ξ_2; the coefficients $\alpha_{ij}^{(k)}(x')$, $\alpha_i^{(k)}(x')$ are continuous functions. The fundamental solution for equation (1.1) is the same as for the three-dimensional Laplace equation [1]:

$$U(x-\xi) = -\frac{1}{4\pi}\frac{1}{|x-\xi|}. \quad (1.4)$$

2. Basic relationships and necessary conditions

Multiplying equation (1.1) by the fundamental solution (1.4), integrating it over the domain *D* by parts taking into account that $\Delta_x U(x-\xi)=\delta(x-\xi)$ where $\delta(x-\xi)$ is the Dirac δ-function we'll get the first basic relationship:

$$-\sum_{j=1}^{3}\int_{\Gamma}\left[\left(\frac{\partial u(x)}{\partial x_j}U(x-\xi)-u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_j}\right)\cos(\nu,x_j)dx\right]-$$
$$-\sum_{k=1}^{3}\int_{D}a_k(x)\frac{\partial u(x)}{\partial x_k}U(x-\xi)dx-\int_{D}a(x)u(x)U(x-\xi)dx$$
$$=\int_{D}u(x)\delta(x-\xi)dx=\begin{cases}u(\xi), & \xi\in D,\\ \frac{1}{2}u(\xi), & \xi\in\Gamma,\end{cases} \tag{2.1}$$

the second of which ($\xi\in\Gamma$) is called the 1st necessary condition:

$$\frac{1}{2}u(\xi)==-\int_{\Gamma}\frac{\partial u(x)}{\partial \nu}U(x-\xi)dx-\int_{\Gamma}u(x)\frac{\cos(x-\xi,\nu_x)}{4\pi|x-\xi|^2}dx-$$
$$-\sum_{k=1}^{3}\int_{D}a_k(x)\frac{\partial u(x)}{\partial x_k}U(x-\xi)dx-\int_{D}a(x)u(x)U(x-\xi)dx. \tag{2.2}$$

Thus we have proved

Theorem 2.1. *Let a convex along the direction* x_3 *domain* $D\subset R^3$ *be bounded with the boundary* Γ *which is a Lyapunov surface. Then the obtained first necessary condition* (2.2)*is regular*.

Similarly to the above we obtain the rest of three basic relationships

$$\int_{\Gamma}\frac{\partial u(x)}{\partial x_m}\left[\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_m}\cos(\nu_x,x_i)-\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}\cos(\nu_x,x_m)\right]dx+$$
$$+\int_{\Gamma}\frac{\partial u(x)}{\partial x_l}\left[\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_l}\cos(\nu_x,x_i)-\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}\cos(\nu_x,x_l)\right]dx+$$
$$-\int_{\Gamma}\frac{\partial u(x)}{\partial x_i}\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial \nu_x}dx-\int_{D}\sum_{k=1}^{3}a_k(x)\frac{\partial u(x)}{\partial x_k}\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}dx-$$
$$-\int_{D}a(x)u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}dx=\begin{cases}\dfrac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_i}, & \xi\in D,\\ \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_i}, & \xi\in\Gamma,\end{cases}\quad i=\overline{1,3}, \tag{2.3}$$

where the numbers *i, m, l*make a permutation of numbers 1,2,3. The second expressions in (2.3) are the second necessary conditions ($\xi\in\Gamma, i=\overline{1,3}$). Taking into account that $\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}=-\frac{x_i-\xi_i}{4\pi|x-\xi|^3}=-\frac{\cos(x-\xi,x_i)}{4\pi|x-\xi|^2}$ and introducing the designations

$$K_{ij}(x,\xi)=\left(\cos(x-\xi,x_i)\cos(\nu_x,x_j)-\cos(x-\xi,x_j)\cos(\nu_x,x_i)\right).$$

we can rewrite the second necessary conditions in(2.3) in the form:

$$\frac{1}{2}\frac{\partial u(\xi)}{\partial \xi_i}=$$

$$+\int_{\Gamma}\frac{\partial u(x)}{\partial x_m}\frac{K_{mi}(x,\xi)}{4\pi|x-\xi|^2}dx+\int_{\Gamma}\frac{\partial u(x)}{\partial x_l}\frac{K_{li}(x,\xi)}{4\pi|x-\xi|^2}dx\,.$$

$$-\int_{\Gamma}\frac{\partial u(x)}{\partial x_i}\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial \nu_x}dx-\int_{D}\sum_{k=1}^{3}a_k(x)\frac{\partial u(x)}{\partial x_k}\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}dx-$$

$$-\int_{D}a(x)u(x)\frac{\partial U(x-\xi)}{\partial x_i}dx\,. \tag{2.4}$$

where $i=\overline{1,3}$ and the numbers *i,m,l*make a permutation of numbers 1,2,3.

Theorem 2.2. *Under assumptions of Theorem* 2.1 *the second necessary conditions* (2.4) of problem (1.1)-(1.3) *are singular*.

References

1. V.S. Vladimirov, *Equations of Mathematical Physics*, Moscow: Mir, 1981.

SOME ESTIMATES FOR FRACTIONAL MAXIMAL COMMUTATORS IN L_p SPACES

Samadova Faxriyya Abdulla
Baku State University
mehriban_omarova@yahoo.com

Let $f\in L^1_{loc}(R^n)$ and $0\le\alpha<n$. The fractional maximal function $M_\alpha f$ is defined by

$$M_\alpha(f)(x)=\sup_{t>0}|B(x,t)|^{-1+\frac{\alpha}{n}}\int_{B(x,t)}|f(y)|\,dy\,.$$

The fractional maximal commutators generated by M_α and $b\in L^1_{loc}(R^n)$ is defined by

$$M_{b,\alpha}(f)(x)=\sup_{t>0}|B(x,t)|^{-1+\frac{\alpha}{n}}\int_{B(x,t)}|b(x)-b(y)||f(y)|\,dy\,.$$

Theorem: Suppose b is a locally integrable function on R^n. Let $0<\beta<1$, $0<\alpha<n$ and $0<\beta+\alpha<n$. Then the following assertions are equivalent:

(1) $b\in Lip_\beta(R^n)$.

(2) $M_{b,\alpha}$ is bounded from $L^p(R^n)$ to $L^q(R^n)$ for all p and q satisfy $1<p<\dfrac{n}{\alpha+\beta}$ and $\dfrac{1}{q}=\dfrac{1}{p}-\dfrac{\alpha+\beta}{n}$.

A NOTE ON CONSTRUCTING SOME METHODS FOR THE CALCULATION OF DEFINITE INTEGRALS

Shafiyeva Gulshan Xaliq, Guliyeva Cahanbanu Rovshan
Baku State University
gulshan.shafiyeva@mail.ru, *cahanquliyeva123@gmail.com*

Abstract: There is a class of methods for the calculation of definite integrals, one of which is the Newton-Cotes method. This method is more general than the well-known classical methods such as the triangular, trapezoidal, and Simpson methods. In this context, methods for calculating definite integrals with new properties have been investigated. To achieve this goal, the initial value problem for ordinary differential equations (ODEs) has been related to the calculation of definite integrals.

Let us to consider the calculation of definite integrals, which are expressed as:

$$I = \int_{t_0}^{b} \varphi(t)dt \quad . \tag{1}$$

Suppose that the sufficiently smooth function $\varphi(t)$ has defined in the interval $[t_0, b]$. Let us indicate by φ_i the values of the function of $\varphi(t)$ at the mesh points $t_i = t_0 + ih \ (i = 0,1,..., N)$,here $h < 0$ is the step size. The interval $[t_0, b]$ is divided into N equal sections by the step size h.

For the calculation of the integral (1) let us consider the following function:

$$z(t) = \int_{t_0}^{t} \varphi(\tau)d\tau, \ \ t_0 \le t \le b \ , \tag{2}$$

from here receive that $I = z(b)$.

It is evident that $z'(t) = \varphi(t), \ z(t_0) = 0,$ designating this as intial-value problem for ODEs of the first-order. This problem in the subinterval $[t_i, t_{i+1}]$ can be written as:

$$z'(t) = \varphi(t), \ z(t_i) = z_i, \ t \in [t_i, t_{i+1}]. \tag{3}$$

Let us present this problem as the following:

$$z(t) = z(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \varphi(\tau)d\tau, \ \ (i = 0,1,.., N-1) \, . \tag{4}$$

According to the equivalence of problem (4) with the initial value problem (3) scientists have used the methods considering the explicit and implicit Euler's, Trapezoidal, and Midpoint methods, and applied them to calculation of definite integrals for the ODEs of the first order.

In problem (4), let us change $\varphi(t)$ to $\varphi(t, z(t))$, then receive the following result:

$$z(t_i + h) = z(t_i) + \int_{t_i}^{t_i + h} \varphi(\tau, z(\tau))d\tau, \ \ (i = 0,1,.., N-1). \tag{5}$$

Firstly, let us consider the function $\varphi(\tau, z(\tau))$ with the specific values $\varphi(t_i, z(t_i))$. In this case, one can be obtain the following explicit method:

$$z(t_i + h) = z(t_i) + h\varphi(t_i + z_i) \ (i = 0,1,..., N-1). \tag{6}$$

If in the equality of (5) the $\varphi(\tau, z(\tau))$ is changed by $\varphi(t_{i+1}, z(t_{i+1})),$ then one receives the following implicit method:

$$z_{i+1} = z_i + h\varphi(t_{i+1}, z_{i+1}) \ \ (i = 0,1,..., N-1). \tag{7}$$

Many experts developed more precise techniques, such as the Midpoint and Trapezoidal methods for computing definite integrals. The accuracy of the Trapezoidal Method and Midpoint Method for solving ordinary differential equations (ODEs) depends on various factors, including the specific ODE, the choice of step size h, and the smoothness of the solution.

Let us consider application of Trapezoidal Method calculation of in the following form:

$$\int_{t_i}^{t_i+h} \varphi(\tau, z(\tau))d\tau \approx \frac{h}{2}(\varphi(t_i, z_i) + \varphi(t_{i+1}, z_{i+1})). \tag{8}$$

And now let us consider the application of the midpoint method to calculation of the definite integral (2). In this case receive:

$$\int_{t_i}^{t_i+h} \varphi(\tau, z(\tau))d\tau \approx h(\varphi(t_{i+\frac{1}{2}}, z_{i+\frac{1}{2}}). \tag{9}$$

This estimation relies on the idea of function's value at the midpoint of the interval along with the corresponding slope at that midpoint.

In summary, our exploration of numerical integration methods for definite integrals has uncovered diverse approaches, each with unique strengths and limitations. This research enhances our comprehension of these methods, their practical use, and the factors affecting their accuracy.

References

1. Atkinson, Kendall E. 2003. Elementary Numerical Analysis, 3rd edition. Iowa City, Iowa: Wiley
2. Mehdiyeva G.,.Ibrahimov V,.Imanova M., On a calculation of definite integrals by using of the calculation of indefinite integrals, UK Oxford, SN Applied Sciences, Springer (2019), p.118-173.
3. Mehdiyeva G.Yu., Ibrahimov V.R., On the research of multistep methods with constant coefficients, Monograph, / Lambert, acad. publ., 2013. 314 p.
4. V. Ibrahimov, M. Imanova, G. Mehdiyeva, Construction of some algorithm for calculation of definite integrals by using advanced and hybrid methods, Proceedings of International Conference on Engineering, Science and Technology, 2022, p. 84-96.

VIBRATIONS OF A HOLLOW THREE-LAYER SPHERE WITH HIGH HARMONICS AND NON-IDEAL CONTACTS

Sevdimaliyev Yusif Mammadali, Salmanova Gülnar Musa, Aliyeva Irade Vusal
Baku State University
yusifsev@bsu.edu.az, irade.aliyeva345@gmail.com

The proposed work is devoted to studying the influence of non-ideal contact conditions at the interface between layers of a three-layer hollow sphere on their natural frequencies of higher-order torsional harmonics. This study is carried out within the framework of the piecewise homogeneous body model by using the three-dimensional exact equations and relations of electrodynamics [4].

Motion equations,

$$\frac{\partial\sigma_{rr}^{(k)}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{\varphi r}^{(k)}}{\partial\varphi}+\frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial\sigma_{\theta r}^{(k)}}{\partial\theta}+\frac{1}{r}\left(2\sigma_{rr}^{(k)}-\sigma_{\varphi\varphi}^{(k)}-\sigma_{\theta\theta}^{(k)}+\sigma_{\varphi r}^{(k)}\operatorname{ct}g\varphi\right)=\rho^{(k)}\frac{\partial^2 u_r^{(k)}}{\partial t^2},.... \tag{1}$$

Constitutive relations

$$\sigma_{rr}^{(k)}=\lambda_k(\varepsilon_{rr}^{(k)}+\varepsilon_{\theta\theta}^{(k)}+\varepsilon_{\varphi\varphi}^{(k)})+2\mu_k\varepsilon_{rr}^{(k)},\ ...\ \sigma_{r\theta}^{(k)}=2\mu_k\varepsilon_{r\theta}^{(k)},... \tag{2}$$

Kinematic relations

$$\varepsilon_{rr}^{(k)}=\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r}\ ,\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(k)}=\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial\theta}+\frac{1}{r}u_r^{(k)},...\quad \varepsilon_{r\theta}^{(k)}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial\theta}-\frac{u_\theta^{(k)}}{r}\right),\ ... \tag{3}$$

Homogeneous boundary conditions on the inner and the outer surfaces of the sphere

$$\sigma_{rr}^{(1)}\Big|_{r=a}=0\,,\ \sigma_{r\theta}^{(1)}\Big|_{r=a}=0\,,\ \sigma_{r\varphi}^{(1)}\Big|_{r=a}=0\,,\quad \sigma_{rr}^{(3)}\Big|_{r=b}=0\,,\ \sigma_{r\theta}^{(3)}\Big|_{r=b}=0\,,\ \sigma_{r\varphi}^{(3)}\Big|_{r=b}=0, \tag{4}$$

The imperfect contact conditions between the layers of the sphere are described by the "shear-spring" type model.

$$\sigma_{ij}^{(1)}\Big|_{r=a-h_1}=\sigma_{ij}^{(2)}\Big|_{r=a-h_1},\ \sigma_{ij}^{(2)}\Big|_{r=a-h_1-h_2}=\sigma_{ij}^{(3)}\Big|_{r=a-h_1-h_2},\ \ (i;j=r,\theta,\varphi).\quad . \tag{5}$$

$$u_r^{(1)}\Big|_{r=a-h_1}-u_r^{(2)}\Big|_{r=a-h_1}=\frac{F_1h_1}{\mu_1}\sigma_{rr}^{(1)},\ u_\theta^{(1)}\Big|_{r=a-h_1}-u_\theta^{(2)}\Big|_{r=a-h_1}=\frac{F_2h_1}{\mu_1}\sigma_{r\theta}^{(1)},... \tag{6}$$

To solve the problem, an analytic-numerical method is used, and the expressions of the required quantities are determined analytically using the Helmholtz representations [1], potentials $\phi^{(k)}(r,\varphi,\theta,t)$, $\chi^{(k)}(r,\varphi,\theta,t)$ and $\psi^{(k)}(r,\varphi,\theta,t)$, and the displacements

$$u_r^{(k)}=\frac{\partial\phi^{(k)}}{\partial r}+\frac{\partial^2(r\chi^{(k)})}{\partial r^2}-r\nabla^2\chi^{(k)},u_\theta^{(k)}=\frac{1}{r}\frac{\partial\phi^{(k)}}{\partial\theta}+\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial\psi^{(k)}}{\partial\varphi}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2(r\chi^{(k)})}{\partial\theta\,\partial r},$$

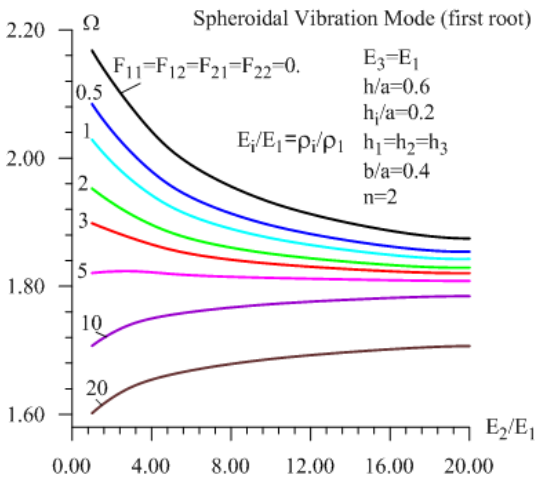
$$u_\varphi^{(k)}=\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\phi^{(k)}}{\partial\varphi}-\frac{\partial\psi^{(k)}}{\partial\theta}+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial^2(r\chi^{(k)})}{\partial\varphi\,\partial r} \tag{7}$$

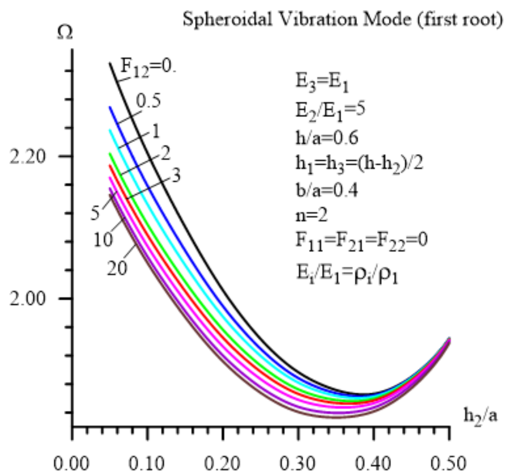
finally for example, as in [2], we arrive at two sets of orthogonal functions determined, we can write the following expressions for displacements and stress. The resulting transcendental equation for determining natural frequencies from the contact and boundary conditions is solved numerically using the algorithm developed by the author and PC programs. Numerical results on the effect of imperfection parameters on the natural frequencies of the higher harmonics of the sphere are discussed, and it is established that the indicated effect on higher harmonics is not only quantitative, but also qualitative. The study of the problem of the effect of imperfect contact conditions on the natural frequencies of three-layer spheres was started with the investigations carried out in the paper [3] spherical vibration modes. However, in this work only cases are considered where n = 0 and 1, where n is the number of harmonics of the spheroidal and torsional vibrations occur in a three-layer hollow sphere with imperfect contact conditions is considered.

In all numerical results, dimensionless values of natural frequencies obtained for various problem parameters are given in graphs and tables and these dimensionless values are labeled as follows:

$$\Omega = \omega a \sqrt{\rho^{(1)} / \mu^{(1)}} .$$

Effects of the imperfect contact conditions on the dimensionless natural frequencies of the sphere are determined by the parameter F_i , *i*=1,2,..,6. To facilitate this analysis, let us assume that $F_2 = F_3$, $F_5 = F_6$ and introduce the notation $F_{11} = F_1$, $F_{12} = F_2$, $F_{21} = F_4$ and $F_{22} = F_5$.





References

1. Eringen A.C., Suhubi E.S. Elastodynamics. Vol I. Finite Motion; Vol II. Linear Theory.
2. Academic Press, 1975.
3. Guz A.N. Dynamics of an elastic isotropic sphere of an incompressible material subjected to initial uniform volumetric loading. Int. Appl. Mech. -1985 – vol. 21. No. 8 – pp. 738-746. 3. Sevdimaliyev Y. M., Akbarov S.D., Yahnioglu N., The effect of imperfect contact conditions between layers of a hollow sandwich sphere on its natural frequencies. Mechanics of Composite Materials, Vol. 56, No.4, 2020, pp.541-554.
4. Timoshenko S. P., Goodyear J. Theory of Elasticity, McGraw-Hill, New York, 1970.

VERTICAL LIFTS OF FUNCTIONS, VECTOR FIELDS AND 1-FORMS

Sultanova Tarana Teymur
Baku State University, Azerbaijan
tsultanova92@mail.ru

Let M be an $n-$dimensional differentiable manifold of class C^∞ and $T_P(M)$ the tangent space at a point P of M, that is, the set of all tangent vectors of M at P. Then the set

$$T(M) = \bigcup_{P\in M} T_P(M)$$

is by definition, the tangent bundle over the manifold M. For any point $\tilde{P} \in T_P(M)$, the correspondence $\tilde{P} \to P$ determines the bundle projection $\pi : T(M) \to M$ defines the natural bundle structure of $T(M)$ over M. The set $\pi^{-1}(P)$ that is, $T_P(M)$ is called the fibre over $P\in M$ and M the base space. There exists naturally a cross-section $f : M \to T(M)$ such that $f(P)$ is a zero vector of $T_P(M)$ for any point P of M.

If f is a function in M, we write f^V for any function in $T(M)$ obtained by forming the composition of $\pi : T(M) \to M$ and $f : M \to R$, so that

$$f^V = f \circ \pi. \tag{1}$$

Thus, if a point $\tilde{P} \in \pi^{-1}(U)$ has induced coordinates (x^h, y^h), then

$$f^V\left(\tilde{P}\right) = f^V(x; y) = f \circ \pi\left(\tilde{P}\right) = f(P) = f(x). \tag{2}$$

Thus value of $f^V\left(\tilde{P}\right)$ is constant along the each fibre $T_P(M)$ and equal to the value $f(P)$ of f at the point $P = \pi\left(\tilde{P}\right) \in M$. We call f^V the *vertical lift of the function* f.

Thus we have, from (2), the formula

$$(gf)^V = (g)^V (f)^V \tag{3}$$

for any $f, g \in \Im_0^0(M)$. We now see from (2) that the correspondence $f \to f^V$ determines a linear isomorphism of $\Im_0^0(M)$ into $\Im_0^0(T(M))$ with respect to constant coefficients.

If ω is a 1-form in M, it is regarded, in a natural way, as a function in $T(M)$, which that we denote by $\imath\omega$. If ω has the local expression $\omega = \omega_i dx^i$ in a coordinate neighborhood U of M, then $\imath\omega$ has the local expression

$$\imath\omega = \omega_i y^i \tag{6}$$

with respect to the induced coordinates in $\pi^{-1}(U)$.

Suppose that $\tilde{X} \in \Im_0^1(T(M))$, i.e. that $\tilde{X}$ is a vector field in $T(M)$. Then $\tilde{X}$ is completely determined by its actions functions of class C^∞ in $T(M)$.

Theorem *Let* $\tilde{\overset{!}{X}}$ *and* $\tilde{Y}$ *be vector fields in* $T(M)$ *such that*

$$\tilde{X}(\iota(df))=\tilde{Y}(\iota(df)), \qquad (7)$$

for an arbitrary function f *in* M. *Then* $\tilde{X}=\tilde{Y}$.

Let $X\in\Im_0^1(M)$. *Vertical lift of the vector field* X is given by

$$X^V(\iota\omega)=(\omega(X))^V. \qquad (8)$$

Let given $\tilde{\omega}\in\Im_1^0(T(M))$ 1-form and for $X\in\Im_0^1(M)$

$$\tilde{\omega}(X^V)=0, \qquad (9)$$

then $\tilde{\omega}$ is a *vertical -1form*.

References

1. Yano, K., Ishihara,S., Tangent and cotangent bundles: Differntial geometry, Marcel Dekker, New York: -1973, -434 p.

О СКОРОСТНЫХ СВОЙСТВАХ СЛЕДОВ ОБОБЩЕННЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ В ТЕРМИНАХ ЛОКАЛЬНЫХ ОТНОЩЕНИЙ

Абдуллаев Садиг Керим оглы, Гаджиева Рухангиз Огтай гызы

Бакинский Государственный Университет

sadig.abdullaev@mail.ru

В работе в терминах локальных отношений доказываются некоторые свойства следов, на координатных гиперплоскостях произвольной размерности s, обобщенных потенциалов Рисса, ассоциированными дифференциальным оператором Лапласа-Бесселя [1] вида:

$$I^{\omega}_{\gamma n,k}(f)(x)=\int_{R^+_{m+k,k}}T^y(|f(x)|)\omega(|y|)|y|^{-(m+k+|\gamma_{n,k}|)\alpha_{n,k}}\,d\mu_{n,k}(y),$$

где $R^+_{m+k,k}=\{(x_1,...,x_{m+k})\in R^{m+k}:x_{m+i}\succ 0, i=1,...,k\}$, l и $m,k\geq 0$целые числа, $n=m+k\geq 1$, R^l - евклидово пространство размерности l $R^+_{m+0,0}\equiv R^m$

$$T:u\to T^{\omega}_{\gamma_{n,k}}(u(x))=c_\nu\int_0^\pi\ldots\int_0^\pi u\left(x'-y',(x_{m+1},y_{m+1}),\ldots(x_{m+k},y_{m+k})_{\alpha_k}\right)\prod_{i=1}^{m+k}\sin^{\gamma_{m+i}-1}\alpha_i\,d\alpha_i$$

$$\Delta_{B_{m+k,k}}(x)=\sum_{i=1}^m\frac{\partial^2}{\partial x_i^2}+\sum_{j=m+1}^{m+k}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_j^2}+\frac{\gamma_j}{x_j}\frac{\partial}{\partial x_j}\right),\ \gamma_{m+1}\succ 0,\ldots,\gamma_{m+k}\succ 0,$$

$x\in R^+_{m+k,k}, x',y'\in R^m$ оператор обобщенного сдвига, порожденный оператором Лапласа-Бесселя (см. [3,4]):

$$(x_{m+i},y_{m+i})_{\alpha_i}=\sqrt{x^2_{m+i}-2x_{m+i}y_{m+i}\cos\alpha_i+y^2_{m+i}}\quad i=1,\ldots,k,C_\nu$$

-нормирующий множитель. $\gamma_{n,k}=(0,\ldots,0,\gamma_{m+1},\ldots,\gamma_{m+k})\in R^{k}_{m+k,k}, \left|\gamma_{n,k}\right|=\sum_{i=1}^{k}\gamma_{m+i}$, $y^{\gamma_{n,k}} = \ldots y_{m+k}^{\gamma_{m+k}}, y_{m+1}^{\gamma_{m+1}}$. $d\mu_{n,k}(y) = y^{\gamma_{n,k}}d$ если $y\in R^{+}_{m+k,k}$.

В $\gamma_{n,k}$, n его размерность, а k количество положительных координат. Если $k=0$, то $\gamma_{n,k}=0 \in R^{m}$ $T^{y}_{\gamma_{n,k}} f(x)=f(y-x)$ - обычный сдвиг и $d\mu_{n,k}(y)=dy$.

Когда $n=m+k\geq 2$ и $s\in\{1,\ldots,n-1\}$, пространство $R_{n,k}{}^{+}$ разбиваем на прямую сумму пространства $R_{s,k_s}{}^{+}$ точек ${}_s x=\left(x_{j_1},\ldots,x_{j_{m_s}},x_{m+i_1},\ldots,x_{m+i_{k_s}}\right)$ (координаты фиксируются и определяются целые числа, m_s, k_s для которых, $0\leq m_s\leq m$, $0\leq k_s\leq k$ и m_s+ k_s=s), и пространства $R^{+}_{s',k_{s'}}$ точек ${}_s x'$, так что, $x=\uparrow({}_s x, {}_s x')\in R^{+}_{n,k}$ $s'=n-s, k'_s=k-k_s$. Если $s=n$, то $m=m_s, k_s=k$.

Когда $p\geq 1$, $s\leq n$ и $G\subseteq R^{+}_{s,ks}$ измеримое множество

$$L_{p,\gamma_{s,k_s}}(\omega;G)=\left[f-изм. \left\| f : L_{p,\gamma_{s,k_s}}(\omega,G)\right\|=\left(\int_G |f(y)\omega(y)|^{p}d\mu_{\gamma_{s,k_s}}(y)\right)^{\frac{1}{p}}\prec+\infty\right]$$

- пространство функций, суммируемых в p-ой степени на множестве G.

По определению, $I_{\gamma_{n,k}}\in R_{\gamma_{n,k}}\ (p,\alpha_{n,k})$, если существует $\alpha_{\omega}\in\left(0,{\alpha_{n,k}}\big/{p}\right)$ такое, что

$$\exists c\succ 0, c^{-1}\xi^{\alpha\omega}\leq\omega(\xi)\leq c\xi^{\alpha_{\omega}}, \xi\succ 0,$$

и $J_{\gamma_{n,k}}\ (f(x))$ существует для почти всех $x\in R^{+}_{n,k}$, когда $f\in L_{p,\gamma n,k}\left(R^{+}_{n,k}\right)$).

Пусть, ${}_s x$ выбрана и $t\in\{1,\ldots,s-1\}$ Теперь разложим пространство $R^{+}_{s,ks}$ на прямую сумму пространства $R^{+}_{s-t,(ks)t}$ точек ${}_t({}_s x)$ (координаты фиксируются) и пространства $R^{+}_{s-t,(k-ks)t}$ точек ${}_t({}_s x)$ так, чтобы,

${}_s x=\uparrow\left({}_t({}_s x),({}_s x)'\in R^{+}_{s,ks}\right)$ $\bar{N}$ – совокупность не отрицательных функций $\varphi(\xi), 0\prec\xi\prec\infty$ таких что $\varphi(\xi)>0$для почти всех $\xi\in(0,\varepsilon)$, при малых $\varepsilon>0$и сходится интеграл $\int_0^{\xi}\varphi^{-1}(t)\ t^{\beta_{p',t}-1}\ dt$, где $\beta_{p',t}=(t+|\gamma_{t,(k_s)_t}|)/p'$. Введем оператор [2]

$Z\colon\varphi\in\ \bar{N}\to Z(\varphi)=\xi^{-\beta_{p',t}}\int_0^{\xi}\varphi^{-1}(t)\ t^{\beta_{p',t}-1}\ dt.$

Доказывается

Теорема. Пусть $1\leq p\prec+\infty$, $n=m+k\geq 2$, $s\in\{1,\ldots,n-1\}$

$t\in\{1,\ldots,s\}$ $J_{\gamma_{n,k}}\in R_{\gamma_{n,k}}\ (p,\alpha_{n,k})$. А также $\frac{\alpha_{n-s,ks}}{p}\prec\alpha_{\omega}$ $\mathbf{k\geq 0}$ и $q_s\succ 1$такое что,

$$\frac{1}{p}-\frac{1}{q_s}=\frac{\alpha_{\omega}-\left({\alpha_{n-s,ks''}}\big/{p}\right)}{\alpha_{s,ks}}.$$

Тогда если для функции $f\in L_{p,\gamma n,k}\left(\omega({}_s x)R_{m+k,k}\right)$ имеет место

$\left\| f : L_{p,\gamma n,k}\big|_{t\ s}x\big|\geq\xi\right\|=\bar{o}\left(\varphi\left(\xi^{-1}\right)\right)$, $\xi\to 0$

то равномерно по $_s x \in R^+_{s',ks'}$

$\left\| J^{\omega}{}_{\gamma_{n,k}}(f)(\bullet,{}_s x') \geq \xi \right\| = \bar{o}\left(\varphi(\xi)^{-1}\right).\ \ (\xi \to 0)$

Отметим, что если $\varphi(\xi = \xi^{\eta})\ \ \eta \succ 0, \xi \succ 0$,то $\varphi \in \overline{N}$ тогда и только тогда, когда $0 \prec \eta \prec \beta_{p',t'}$, тогда и $Z(\varphi)(\xi) \approx \varphi^{-1}(\xi)$

Литература

1. B.M. Levitan. Uspekhi Mat. Nauk, 6 (1951), no. 2, 102-143 pp.
2. K. Abdullayev, E.A.Mammadov. Nonlinear Analysis and Diferential Equations, Vol.5, 2017, no. 2, 75 – 88.
3. S.K. Abdullayev, E.A.Mammadov. International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol.114-3, 2017, 65-73.
4. S.K.Abdullayev, E.A.Mammadov. Украинский математический журнал т.72, 2020, №1 ,3-19.

ВЕСОВЫЕ НЕРАВЕНСТВА ДЛЯ СЛЕДОВ ФУНКЦИЙ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ ОБОБЩЕННЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ БЕССЕЛЯ

Абдуллаев Садиг Керим оглы, Гаджиева Рухангиз Огтай гызы,

Гулиева Вусале Фильман гызы

Бакинский Государственный Университет

sadig.abdullaev@mail.ru

В работе устанавливаются весовые неравенства, для следов обобщенных потенциалов Бесселя, ассоциированными дифференциальным оператором Лапласа-Бесселя [1].

Пусть R^l - евклидово пространство размерности l и $m, k \geq 0$ целые числа,

$n = m + k \geq 1$, $R^+_{m+k,k} = \{(x_1,\dots,x_{m+k}) \in R^{m+k} : x_{m+i} \succ 0, i = 1,\dots,k\}$ $R^+_{m+0,0} \equiv R^m$.

$$T : u \to T^{\omega}_{\gamma_{n,k}}(u(x)) =$$

$$c_\nu \int_0^\pi \dots \int_0^\pi u\left(x' - y', (x_{m+1}, y_{m+1}), \dots (x_{m+k}, y_{m+k})_{\alpha_k}\right) \prod_{i=1}^{m+k} \sin^{\gamma_{m+i}-1} \alpha_i \, d\alpha_i ,$$

$x \in R^+_{m+k,k}, x', y' \in R^m$ оператор обобщенного сдвига, порожденный оператором Лапласа-Бесселя (см. [2]):

$$\Delta_{B_{m+k,k}}(x) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \sum_{j=m+1}^{m+k} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_j^2} + \frac{\gamma_j}{x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right), \ \gamma_{m+1} \succ 0, \dots, \gamma_{m+k} \succ 0,$$

$(x_{m+i}, y_{m+i})_{\alpha_i} = \sqrt{x^2_{m+i} - 2x_{m+i} y_{m+i} \cos\alpha_i + y^2_{m+i}}$, $i = 1,\dots,k, C_\nu$ – нормирующий множитель. $\gamma_{n,k} = (0,\dots,0,\gamma_{m+1},\dots,\gamma_{m+k}) \in R^k_{m+k,k}, \left|\gamma_{n,k}\right| = \sum_{i=1}^{k} \gamma_{m+i}$, $y^{\gamma_{n,k}} = y^{\gamma_{m+1}}_{m+1} \dots y^{\gamma_{m+k}}_{m+k}, d\mu_{n,k}(y) = y^{\gamma_{n,k}} dy$ если $y \in R^+_{m+k,k}$.

В обозначении $\gamma_{n,k}$ n указывает на размерность этого вектора, а k на количество его положительных координат. Если k=0, то $\gamma_{n,k}=0\in R^m$, $T^y_{\gamma_{n,k}} f(x)=f(y-x)$ обычный сдвиг и $d\mu_{n,k}(y)=dy$.

Когда $n=m+k\geq 2$ и $s\in\{1,...,n-1\}$, пространство ${R_{n,k}}^+$ разбиваем на прямую сумму пространства ${R_{s,k_s}}^+$ точек ${}_s x=\left(x_{j_1},...,x_{j_{m_s}},x_{m+i_1},...,x_{m+i_{k_s}}\right)$ (координаты фиксируются и определяются целые числа, m_s,k_s для которых, $0\leq m_s\leq m, 0\leq k_s\leq k$, m_s+ k_s=s), и пространства $R^+_{s',k_{s'}}$ точек ${}_s x'$, так что, $x=\uparrow\left({}_s x,{}_s x'\right)\in R^+_{n,k}$ $s'=n-s, k'_s=k-k_s$. Если $s=n$, то $m=m_s, k_s=k$

Отметим, что при одном и том же значении параметров s,m_s,k_s разложение $x=\uparrow\left({}_s x,{}_s x'\right)$ определяется не однозначно.

Когда $p\geq 1, s\leq n, G\subseteq R^+_{s.k_S}$ измеримое множество

$$L_{p,\gamma_{s,k_s}}(\omega;G)=\left[\, f-\text{изм.}\left\| f:L_{p,\gamma_{s,k_s}}(\omega,G)\right\|=\left(\int_G \left|f(y)\omega(y)\right|^p d\mu_{\gamma_{s,k_s}}(y)\right)^{\frac{1}{p}}\prec+\infty\,\right]$$

- пространство функций, суммируемых в р-ой степени с весом $\omega(y)$ на множестве G . $L_{p,\gamma s,k_S}(\omega,G)\equiv L_{p,\gamma s,k_S}(G)$

Если $1\leq p\prec+\infty$ и $\alpha=\alpha_{s,k_s}=s+\left|\gamma_{s,k_s}\right|$ то по определению,

$B_{\gamma_s,k_s}(p,\alpha_{s,ks})$ класс обобщенных потенциалов Бесселя вида

$$J^{\omega}_{\gamma_{s,k_s}}(f)(x)=\int_{R^+_{s,k_S}} T^y\left(f(x)G^{\omega}_{\gamma}y\right)d\mu_{s,k_s}(y)\ ,$$

$$G^{\varphi}_{\gamma}(x)=c^{\omega}_{\gamma}\int_0^{\infty}\left(\frac{\varphi(\delta)}{\delta^{s+\left|\gamma_{s,k_s}\right|}}\right)^{1/2} e^{-\frac{\delta}{4\pi}-\frac{x^2\pi}{\delta}}\ \frac{d\delta}{\delta}$$

таких, что:

1) $J^{\varphi}_{\gamma_{s,k_s}} f(x)$ существует для почти всех $x\in R^+_{s,ks}$, когда $f\in L_{p,k_s}(R_{s,ks})$

2) существует $a_{\varphi}\in\left(0.\alpha/\rho\right)$ такое, что

$\exists c\succ 0, c^{-1}t^{\alpha_\varphi}\leq\varphi(t)\leq ct^{\alpha_\varphi} t\succ 0$ Пусть, ${}_s x$ выбрана. Возьмем $t\in\{1,...,s-1\}$. Разложим пространство $R^+_{s,ks}$ на прямую сумму пространства $R^+_{t,(ks)t}$ точек ${}_t\left({}_s x\right)$ и пространства $R^+_{s-t,(k-ks)t}$ точек ${}_t\left({}_s x\right)'$ так, чтобы, ${}_s x=\uparrow\left({}_t\left({}_s x\right),\left({}_s x\right)'\in R^+_{s,ks}\right)$

Доказывается

Теорема. Пусть $1\leq p\prec+\infty$ **,** $n=m+k\geq 2$ $s\in\{1,...,n-1\}$

$k \geq 0$ $J_{\gamma_{n,k}} \in B_{\gamma_{n,k}}\left(p, \alpha_{n,k}\right) t \in \{1,\dots,s\}$ и выполняются условия $k \geq 0$ $\frac{\alpha_{n-s,ks}}{p} \prec \alpha_{\varphi} \prec \frac{\alpha_{n,k}}{p}$ и существует $q_s \succ 1$ такое что,

Тогда, если $\omega(t)$ и $\omega_1(t)$ неотрицательные и неубывающие на интервале $(0,+\infty)$ функции такие, что $\exists C \succ 0$

$c^{-1}\omega^p(\xi) \leq \int\limits_0^{\xi} \omega^p(t) t^{-1} dt \leq c\omega^p(\xi), c^{-1}\omega_1^{qs}(\xi) \leq \int\limits_0^{\xi} \omega_1^{qs}(t) t^{-1} dt \leq c\omega_1^{qs}(\xi)$ и выполняется условие

$$\sup_{t \succ 0}\left(\int\limits_t^{\infty}\left(\omega_1(\xi)\ \xi^{-\beta qs}\right)^q \frac{d\xi}{\xi}\right)^{1/q}\left(\int\limits_0^{t}\left(\omega(\xi)\xi^{-\beta qs}\right)^{-p} \frac{d\xi}{\xi}\right)^{1/p} \prec \infty,$$

Где $\beta_{qs,t} = {\left(t + |\gamma_{t,ks}|\right)}/{qs}$ то существует $C \succ 0$ такое, что для любой функции f $\in L_{p,\gamma n,k}\left(\omega({}_s x) R_{m+k,k}\right)$ и для почти всех $x = \uparrow({}_s x, {}_s x')$ существует $J_{\gamma n,k}(x)$ и имеет место оценка

$$\left\| J^{\omega}{}_{\gamma n,k}(f)(\bullet, {}_s x') : L_{qs,\gamma s,ks}\left(\omega_1\big|_t({}_s x)\right), R^+_{s,ks}\right\|$$
$$\leq C\left| f : \left|L_{p,\gamma n}\left(\omega\big|_t({}_s x), R^+_{m+k,k}\right|\right)\right..$$

Литература

1. B.M. Levitan, Uspekhi Mat. Nauk, 6 (1951), no. 2, 102-143 pp.
2. S.K.Abdullayev,E.A.Mammadov. Nonlinear Analysis and Diferential Equations, Vol.5, 2017, no. 2, 75 – 88.
3. S.K.Abdullayev, E.A.Mammadov. International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol.114-3, 2017, 65-73.

О НЕКОТОРЫХ СКОРОСТНЫХ СВОЙСТВАХ СЛЕДОВ ФУНКЦИЙ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ ОБОБЩЕННЫМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ БЕССЕЛЯ

Абдуллаев Садиг Керим оглы, Гаджиева Рухангиз Огтай гызы,

Гулиева Вусале Фильман гызы

Бакинский Государственный Университет

sadig.abdullaev@mail.ru

В работе доказываются скоростные свойства, типа локальных отношений, следов обобщенных потенциалов Бесселя, ассоциированных дифференциальным оператором Лапласа-Бесселя [1].

Пусть l и $m, k \geq 0$, целые числа, $n = m + k \geq 1$, R_l - евклидово пространство размерности l, $R^+_{m+k,k} = \left\{(x_1,\dots,x_{m+k}) \in R^{m+k} : x_{m+i} \succ 0, i = 1,\dots,k\right\}$ $R^+_{m+0,0} \equiv R^m$

$$T: u \to T^{\omega}_{\gamma_{n,k}} \quad (u(x)) = c_{\nu} \int_0^{\pi} \ldots \int_0^{\pi} u\Big(x'-y', (x_{m+1}, y_{m+1})_{,} \ldots (x_{m+k}, y_{m+k})_{\alpha_k}\Big) \prod_{i=1}^{m+k} \sin^{\gamma_{m+i}-1} \alpha_i d\alpha$$

$x \in R^{+}_{m+k,k}, x', y' \in R^m$ оператор обобщенного сдвига, порожденный оператором Лапласа-Бесселя (см. [2]):

$$\Delta_{B_{m+k,k}}(x) = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \sum_{j=m+1}^{m+k} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_j^2} + \frac{\gamma_j}{x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} \right), \; \gamma_{m+1} \succ 0, \ldots, \gamma_{m+k} \succ 0,$$

$(x_{m+i}, y_{m+i})_{\alpha_i} = \sqrt{x_{m+i}^2 - 2x_{m+i} y_{m+i} \cos\alpha_i + y_{m+i}^2}$ $\quad i = 1, \quad k, C_{\nu}$-нормирующий множитель. $\gamma_{n,k} = (0, \ldots, 0, \gamma_{m+1}, \ldots, \gamma_{m+k}) \in R^{k}_{m+k,k}, |\gamma_{n,k}| = \sum_{i=1}^{k} \gamma_{m+i},$, $y^{\gamma_{n,k}} = y_{m+1}^{\gamma_{m+1}} \ldots y_{m+k}^{\gamma_{m+k}}, d\mu_{n,k}(y) = y^{\gamma_{n,k}} dy$, если $y \in R^{+}_{m+k,k}$.

В $\gamma_{n,k}$ n его размерность, а k количество положительных координат. Если $k = 0$, то $\gamma_{n,k} = 0 \in R^m$ $T^{y}_{\gamma_{n,k}} f(x) = f(y-x)$- обычный сдвиг и $d\mu_{n,k}(y) = dy$

Когда $n = m+k \geq 2$ и $s \in \{1, \ldots, n-1\}$ пространство $R_{n,k}{}^{+}$ разбиваем на прямую сумму пространства $R_{s,k_s}{}^{+}$ точек ${}_s x = \left(x_{j_1}, \ldots, x_{j_{m_s}}, x_{m+i_1}, \ldots, x_{m+i_{k_s}}\right)$ (координаты фиксируются, тогда определяются целые числа, m_s, k_s для которых, $0 \leq m_s \leq m$, $0 \leq k_s \leq k$ и m_s + k_s =s), и пространства $R^{+}_{s',k_{s'}}$ точек ${}_s x'$, так что, $x = \uparrow ({}_s x, {}_s x') \in R^{+}_{n,k}$ $s' = n - s, k'_s = k - k_s$ Если $s = n$, то $m = m_s, k_s = k$.

Если $1 \leq p \prec +\infty$ и $\alpha = \alpha_{s,k_s} = s + |\gamma_{s,k_s}|$ $(s \leq n)$, то по определению,

$B_{\gamma_s,k_s}(p, \alpha_{s,ks})$- класс обобщенных потенциалов Бесселя вида

$$J^{\omega}_{\gamma_{s,k_s}}(f)(x) = \int_{R^{+}_{s,k_s}} T^{y}\left(f(x) G^{\omega}_{\gamma} y\right) d\mu_{s,k_s}(y)$$

$$G^{\omega}_{\gamma}(x) = c^{\omega}_{\gamma} \int_0^{\infty} \left(\frac{\omega(\delta)}{\delta^{s+|\gamma_{s,k_s}|}} \right)^{1/2} e^{-\frac{\delta}{4\pi} - \frac{x^2\pi}{\delta}} \frac{d\delta}{\delta} \; ,$$

таких, что:

1) $J^{\varphi}_{\gamma_{s,k_s}} f(x)$ существует для почти всех $x \in R^{+}_{s,ks}$ когда $f \in L_{p,k_s}\left(R^{+}{}_{s,ks}\right)$

2) существует $a_{\omega} \in \left(0. \alpha_{s,ks} / \rho\right)$ такое, что

$$\exists c \succ 0, c^{-1} t^{\alpha\omega} \leq \omega(t) \leq c t^{\alpha_{\omega}} t \succ 0\,,$$

Пусть, ${}_s x$ выбрана и $t \in \{1, \ldots, s-1\}$ Разложим пространство $R^{+}_{s,ks}$ на прямую сумму пространства $R^{+}_{s-t,(ks)t}$ точек ${}_t({}_s x)$ и пространства $R^{+}_{s-t,(k-ks)t}$ точек ${}_t({}_s x)$ так, чтобы ${}_s x = \uparrow \left({}_t({}_s x), ({}_s x)' \in R^{+}_{s,ks} \right)$.

По определению, неотрицательная функция, принадлежит множеству $\bar{N}$, если $\varphi(\xi) > 0$ для почти всех $\xi \in (0, \varepsilon)$, при малых $\varepsilon > 0$ и сходится интеграл $\int_0^{\xi} \varphi^{-1}(t)\, t^{\beta_{p',t}-1}\, dt$, $\beta_{p',t} = (t + |\gamma_{t,(k_s)_t}|)/p'$.

Введем оператор

$$Z\colon \varphi \in \bar{N} \to Z(\varphi) = \xi^{-\beta_{p',t}} \int_0^{\xi} \varphi^{-1}(t)\, t^{\beta_{p',t}-1}\, dt.$$

Доказывается

Теорема. Пусть $1 \le p \prec +\infty$, $n = m + k \ge 2$ **,** $s \in \{1,\dots,n-1\}$, $J_{\gamma_{n,k}} \in B_{\gamma_{n,k}}\left(p, \alpha_{n,k}\right) t \in \{1,\dots,s\}$ $\boldsymbol{k \ge 0}$ и выполняются условия $\boldsymbol{k \ge 0}$

$$\frac{\alpha_{n-s,ks}}{p} \prec \alpha_{\varphi} \prec \frac{\alpha_{n,k}}{p}$$

и $q_s \succ 1$ такое что,

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q_s} = \frac{\alpha_{\omega} - \left(\alpha_{n-s,ks''} \big/ p\right)}{\alpha_{s,ks}}$$

Тогда, если,

$$\sup_{\xi \succ 0} \left\{ \int_{x \in R^+_{n,k} : \left|{}_t(x)\right| \ge \xi} \left| f(x) \right|^p d\mu_{n,k}(x) \right\}^{1/p} \phi(\xi) \le C_f \quad \text{то}$$

$\sup_{\xi \succ 0} \left\{ \int_{x \in R^+_{n,k} : \left|{}_t(x)\right| \ge \xi} \left| J^{\omega}_{\gamma n,k}(f)(\bullet, {}_s x') \right|^{qs} d\mu_{s,ks}(x) \right\}^{1/qs} Z^{-1}(\varphi)(\xi) \le CC_f$ где C не зависит от f и ${}_s x'$.

Отметим, что если $\varphi(\xi) = \xi^{\eta}(\eta \succ 0, \xi \succ 0)$,то $\varphi \in \overline{N}$ тогда и только тогда, когда $0 \prec \eta \prec \beta_{p,t}$. Легко убедиться, что тогда и $Z^{-1}(\varphi(\xi)) \approx \varphi(\xi)$.

Литература

1. B.M. Levitan, Uspekhi Mat. Nauk, 6 (1951), no. 2, 102-143 pp.
2. S.K.Abdullayev,E.A.Mammadov. Nonlinear Analysis and Diferential Equations, Vol.5, 2017, no. 2, 75 – 88.
3. S.K.Abdullayev, E.A.Mammadov. International Journal of Pure and Applied Mathematics, Vol.114-3, 2017, 65-73.

ОД ОДНОМ ОПЕРАТОРЕ СУПЕРПОЗИЦИИ, СТРЕЧАЮЩЕЙСЯ В ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИНГУЛЯРЬНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Абдуллаев Фуад Агджа оглы, Шикарова Гюнель Вагиф кызы

Бакинский Государственный Университет

gunelshikarova@gmail.com

Известно, что задача вдавливания с трением жесткого штампа без острых кромок в тонкую упругую полосу, когда обе границы области контакта закреплены, сводится к нахождению функции $p(t)$ (функция контактного давления), а также постоянной C из системы интегрофункциональных уравнений:

$$\begin{cases} \lambda\int\limits_a^t \varphi\big(p(\tau)\big)d\tau + \dfrac{2}{\pi}\int\limits_a^b p(\tau)\ln\dfrac{1}{|\tau - t|}d\tau = C - f(t), \quad a < t < b, & (1) \\ & (2) \\ \int\limits_a^b p(t)dt = \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Здесь $f(t)$-заданная функция, задающая форму основания штампа, $\varphi(p)$ - функция, определяющая зависимость касательного напряжения на поверхности полосы под действием давления, a постоянная $\lambda \geq 0$.

Если известна $p(t)$, то постоянная C находится из (1) при $t = a$.

Дифференцируя (1) по t, используя формулу обращения особого интеграла Коши, делая соответствующую замену переменных и обозначая $q(x) = p\left(\dfrac{b+a}{2} + \dfrac{b-a}{2}x\right)$ решению задачи (1)-(2) приводим следующему уравнению:

$$q(x) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-x^2}}\int\limits_{-1}^{1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}\left[\lambda\varphi(q(\xi)) + f'\left(\dfrac{b+a}{2} + \dfrac{b-a}{2}\xi\right)\right]}{\xi - x}d\xi + \qquad (3)$$

$$+\frac{1}{(b-a)\sqrt{1-x^2}}$$

Через $H_\alpha[-1,1]$ обозначим пространство гельдеровых функций на $[-1,1]$ с показателем $0 < \alpha \leq 1$.

Далее, $\overset{0}{H}_\alpha = \{g \in H_\alpha : g(-1) = g(1) = 0\}$, где для $g \in \overset{0}{H}_\alpha$ $\|g\|_{\alpha,0} = \|g\|_\alpha$; $H_\alpha(\rho) = \{q(x) = \rho(x)\mu(x) : \mu(x) \in H_\alpha\}$, где $\rho(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Из (3) видно, что решение задачи (1)-(2) имеет вид $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mu(x)$. Поэтому, решению надо искать в пространстве $H_\alpha(\rho)$. С другой стороны, как известно, сингулярный оператор $(Sh)(x) = \int\limits_{-1}^{1}\dfrac{\sqrt{1-\xi^2}h(\xi)}{\xi - x}d\xi$ действует из $\overset{0}{H}_\alpha$ в H_α ограниченно при $0 < \alpha < \dfrac{1}{2}$.

Поэтому, важно знать, когда оператор суперпозиции $\sqrt{1-\xi^2}\varphi\big(q(\xi)\big)$ действует из H_α и $\overset{0}{H}_\alpha$.

В настоящей работе доказана

Теорема. Пусть $\mu(x) \in H_\alpha$, $0 < \alpha < \frac{1}{2}$, $\forall x \in [-1,1]$, $\mu(x) \geq 0$, а функция $\varphi : [0,+\infty] \to R$ удовлетворяет следующим условиями:

1) $\varphi(0) = \varphi'(0) = 0$ и φ является ограниченной функцией;
2) существует $l_0 > 0$ такое, что для любых $u_1, u_2 \in [0,+\infty)$ $|\varphi(u_1) - \varphi(u_2)| \leq l_0 |u_1 - u_2|$;
3) существует $l_1 > 0$ такое, что $|\varphi'(u)| \leq \frac{l_1}{1+u}$; $u \in [0,+\infty)$.

Тогда оператор суперпозиции

$F : \mu(x) \to \sqrt{1-x^2}\,\varphi\left(\frac{\mu(x)}{\sqrt{1-x^2}}\right)$ действует из H_α в $\overset{0}{H}_\alpha$, $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

МИНИМИЗАЦИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ ТИПА МАКСИМУМА

Агамалиев Агамалы Гулу оглы
Бакинский Государственный Университет
a_agamali@mail.ru

Рассмотрим задачу минимизации функционала

$$I(u) = \max_{a \in A} \int_{t_0}^{t_1} F(a,t,x,u)\,dt, \tag{1}$$

при ограничениях

$$\dot{x} = \max_{q \in Q} f(q,t,x,u), \quad x(t_0) = x_0, \tag{2}$$

$$u(t) \in U. \tag{3}$$

Теорема. Пусть $(x_*(t), u_*(t), t_{1*})$- решение задачи (1)-(3). Тогда выполняются условия

$$H(t, x_*(t), p(t), u_*(t)) = \max_{u \in U} H(t, x_*(t), p(t), u) \tag{4}$$

почти при всех $t \in [t_0, t_{1*}]$ и

$$\Phi(t_{1*}, x_*(t_{1*}), p(t_{1*})) = 0 \tag{5}$$

Здесь

$$H(t,x,p,u) = p \cdot \max_{q \in Q} f(q,t,x,u) - \max_{a \in A} F(q,t,x,u)$$

$$\Phi(t,x,p) = \max_{u \in U} H(q,t,x,u),$$

$p(t)$– абсолютно – непрерывная вектор – функция, являющая решением задачи

$$\dot{p} = -A(t)p(t) + h(t), \quad p(t_{1*}) = 0. \tag{6}$$

$A(t)$– измеримая $m \times m$ матричная функция, а $h(t)$– некоторая измеримая ограниченная вектор – функция, такие, что

$$\min_{q\in R(t,x_*(t),u_*(t))} f_x(q,t,x_*(t),u_*(t)) \le A(t) \le \max_{q\in R(t,x_*(t),u_*(t))} f_x(q,t,x_*(t),u_*(t)),$$
$$\min_{a\in K(t,x_*(t),u_*(t))} F_x(q,t,x_*(t),u_*(t)) \le A(t) \le \max_{a\in K(t,x_*(t),u_*(t))} F_x(q,t,x_*(t),u_*(t)),$$
$$R(t,x_*(t),u_*(t)) = \left\{q\in Q : \max_{\bar q\in Q} f(\bar q,t,x_*(t),u_*(t)) = f(q,t,x_*(t),u_*(t))\right\},$$
$$K(t,x_*(t),u_*(t)) = \left\{q\in Q : \max_{\bar a\in Q} F(\bar a,t,x_*(t),u_*(t)) = F(a,t,x_*(t),u_*(t))\right\}.$$

Литература

1. Дубовицкий А. Я. Милютин А. А. « Ж. вычисл. Матем. И матем.физ.» 5, №3,1965.
2. Филиппов А.Ф. « ДАН СССР» , 151,№1,1963.
3. Альсевич В. В. « Дифф. Уравнения» 10, №2,1976.
4. Дембянов В. Ф. , Малозенов. Введение в мштшмакс. М., « Наука» 1972.
5. Гасанов К, К. , Агамалиев А,Г.Уч. зап. АГУ С.М. Кирова,серия « Вопр. Прикл. Матем. И кибернетики» , №1, 1978.

О СУЩЕСТВОВАНИИ И АСИМПТОТИКЕ ГЛОБАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ КЛЕЙНА-ГОРДОНА

Алиев Акбар Байрам оглы, Шафиева Гюльшан Халиг кызы

Институт математики и механики МНОАР,

Бакинский Государственный Университ

alievakbar@gmail.com, gulshan.shafiyeva@mail.ru

Рассмотрена задача Коши для полулинейных систем уравнений Клейна-Гордона с общей фокусирующей нелинейностью. Исследована потенциальная яма и глобальная разрешимость соответствующей задачи Коши, а также асимптотика полной энергии при $t\to+\infty$.

В данной работе рассматривается следующая задача Коши для систем уравнений Клейна-Гордона:

$$u_{itt} - \Delta u_i + \alpha_i u_i + u_{it} = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}|u_i|^{p-1}|u_j|^{p+1}u_i, \quad i=1,\dots,m, \qquad (1)$$

$$u_i(0,x)=\varphi_i(x),\ u_{it}(0,x)=\psi_i(x), \quad i=1,\dots,m, \qquad (2)$$

где $\alpha_i>0,\quad p\ge 0,\quad a_{ij}\in R,\quad t\in[0,\infty),\quad x\in R^n$.

Случай, когда $m=2,\quad a_{ij}=-\delta_{ij},\quad i,j=1,2$ система (1) описывает движение заряженных мезонов в электромагнитном поле и исследуется в работе [1].

А в случае, когда $m=2,\ a_{ij}=\delta_{ij},\ i,j=1,2$ задача (1), (2) широко изучена в работах [2,3].

Кроме того, исследования в этом направлении проводились и были развиты во многих работах, среди которых можно отметить работы [4-8]. В частности, в работе [4] для системы из двух уравнений Клейна-Гордона

$$\left.\begin{aligned} u_{1tt}-\Delta u_1+m_1u_1+u_{1t}&=|u_1|^{p-1}|u_2|^{p+1}u_1\\ u_{2tt}-\Delta u_2+m_1u_1+u_{2t}&=|u_1|^{p+1}|u_2|^{p-1}u_2 \end{aligned}\right\}$$

рассмотрена потенциальная яма. Далее, в этой же работе используя полученные результаты, изучена глобальная разрешимость, поведение глобальных решений при $t\to\infty$, а также не существование глобальных решений. Аналогичные вопросы исследованы в работе [6] для системы уравнений

$$\left.\begin{aligned} u_{1tt}-\Delta u_1+m_1u_1+u_{1t}&=|u_1|^{p_1-1}|u_2|^{p_2+1}u_1\\ u_{2tt}-\Delta u_2+m_2u_2+u_{2t}&=|u_1|^{p_1+1}|u_2|^{p_2-1}u_2 \end{aligned}\right\},$$

в работе [7] для системы

$$\left.\begin{aligned} u_{1tt}-\Delta u_1+m_1u_1+u_{1t}&=|u_1|^{p_1-1}|u_2|^{p_2+1}|u_3|^{p_3+1}u_1\\ u_{2tt}-\Delta u_2+m_2u_2+u_{2t}&=|u_1|^{p_1+1}|u_2|^{p_2-1}|u_3|^{p_3+1}u_2\\ u_{3tt}-\Delta u_3+m_3u_3+u_{3t}&=|u_1|^{p_1+1}|u_2|^{p_2+1}|u_3|^{p_3-1}u_3 \end{aligned}\right\},$$

а в работе [8] для системы из $n-$ уравнений

$$u_{itt}-\Delta u_i+m_iu_i+u_{i_t}=|u_i|^{p-1}|u_j|^{p+1}u_i,\ i,j=1,\dots,n,\quad i\neq j.$$

В данной работе исследована потенциальная яма и глобальная разрешимость задачи (1), (2). На основании полученных результатов доказано, что полная энергия системы (1) экспоненциально убывает.

Задача (1), (2) исследуется при выполнении следующих условий:

I. $p\ge 1$ при $n\ge 2$ и дополнительно $p\le \dfrac{1}{n-2}$, когда $n\ge 3$;

II. $a_{ij}\in R,\ \ a_{ij}=a_{ji},\ \ i,j=1,\dots,m$ и для $\forall(\xi_1,\dots,\xi_m)\in R^n\setminus\{(0,\dots,0)\}$ верно неравенство $\sum\limits_{i,j=1}^{m}a_{ij}\xi_i\xi_j>0.$

Литературы

1. I. Segal; Non-linear semi-groups. Annals of Mathematics, vol.78, no.2, 1963, pp.339-364.
2. L.A. Medeiros, M.M. Miranda; Weak solutions for a system of nonlinear Klein- Gordon equations. Annali di Mathematica, Pura ed Applicata, vol.146, no.1, 1986, pp.173-183.
3. L.A. Medeiros, G. Perla Menzala; On a mixed problem for a class of nonlinear Klein-Gordon equations. Acta Mathematica Hungarica, vol.52, no.1, 1988, pp.61-69.
4. W. Liu; Global Existence, Asymptotic Behavior and Blow-up of Solutions for Coupled Klein–Gordon Equations with Damping Terms. Nonlinear Anal., vol.73, no.1, 2010, pp.244–255.
5. A.B. Aliev, A.A. Kazimov; Nonexistence of global solutions of the Cauchy problem for systems of Klein-Gordon equations with positive initial energy. Difererential Equations, vol.51, no.12, 2015, pp.1563-1568.

6. А.Б. Алиев, А.А. Казимов; Существование и не существование глобальных решений задачи Коши для систем Клейна–Гордона. Доклады АН России, 214, т.459, №2, с.1-3.
7. A.B. Aliev, G.I. Yusifova; The Existence and Nonexistence of Global Solutions of the Cauchy Problem for Systems of Three Semilinear Klein-Gordon Equations. Azerbaijan Journal of Mathematics, vol.8, no.1, 2018.
8. A.B. Aliev, G.Kh. Shafiyeva; On potential wells and global solvability of the Cauchy problem for system of semi-linear Klein-Gordon equations with dissipation. Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan, vol.45, no.1, 2019, pp. 119–136.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ МОДЕЛИ ПОИСКОВОГО ПОВЕДЕНИЯ ХИЩНИКА

Алиев Айдын Юнус оглы, Мехтиева Зульфия Ширин гызы

Бакинский Государственный Университет

aydin_aliyev66@mail.ru, zulf.mehdiyeva@gmail.com

Рассмотрим следующую прямую задачу в области $D = \{(t, x \mid 0 \le x \le 1,\ 0 \le t \le 1\}$. Требуется найти функции $N(t,x), P(t,x), v(t,x)$, удовлетворяющие пространственной модели сообщества

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial N}{\partial t} = rN\left(1-\frac{N}{R}\right) - \frac{aNP}{1+ahN} + S_N \frac{\partial^2 N}{\partial x^2}, \\ &\frac{\partial P}{\partial t} = e\frac{aNP}{1+ahN} - mP - \frac{\partial (P v)}{\partial x} + S_P \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}, \\ &\frac{\partial v}{\partial t} = k\frac{\partial N}{\partial x} + S_v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}, \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где $N(t,x)$ - плотность популяции жертв, $P(t,x)$ - плотность популяции хищников, $v(t,x)$ - скорость хищников, S_v - эффект выравнивания величины и направления скоростей отдельных видов, S_N, S_P - коэффициенты диффузии (миграции) жертвы и хищника соответственно, k - коэффициенты поисковой активности хищника, характеризующий его чувствительность к неоднородности распределения плотности жертв, a - коэффициент эффективности поиска жертв хищником, количественно характеризующий интенсивность атак, h - величина, обратная максимальному индивидуальному рационалу, k - максимальная плотность, e - коэффициент эффективности хищника, m - коэффициент смертности хищника. Все параметры в системе являются положительными константами или функциями времени [2].

Рассмотрим следующую безразмерную систему, где $f_1(t,x), f_2(t,x), f_3(t,x)$ - функции внешнего воздействия на систему:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial N}{\partial t}=N\left(1-N\right)-\frac{aNP}{1+ahN}+S_N\frac{\partial^2 N}{\partial x^2}+f_1(t,x),\\
&\frac{\partial P}{\partial t}=\frac{aNP}{1+ahN}-mP-\frac{\partial(P\nu)}{\partial x}+S_P\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}+f_2(t,x),\\
&\frac{\partial \nu}{\partial t}=k\frac{\partial N}{\partial x}+S_\nu\frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2}+f_3(t,x),
\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

начальные условия

$$N(0,x)=N_0(x),\quad 0\le x\le 1, \tag{3}$$

$$P(0,x)=P_0(x), \tag{4}$$

$$v(0,x)=v_0(x), \tag{5}$$

краевые условия

$$\begin{gathered}
N_x(t)=\psi_1(t),P_x(t,0)=\psi_3(t),v(t,0)=\psi_5(t),\ 0\le t\le 1,\\
N_x(t,1)=\psi_2(t),P_x(t,1)=\psi_4(t),v(t,1)=\psi_6(t),
\end{gathered} \tag{6}$$

здесь $N_0(x),P_0(x),v_0(x),\psi_1(t),\psi_2(t),\psi_3(t),\psi_4(t),\psi_5(t),\psi_6(t)$ - заданные функции.

Для численного решения задачи (1)-(6) введем равномерную сетку по пространству с шагом S на отрезке $[0,1]$:

$\omega_\tau=\{xj=js,\ j=\overline{0,M},\ SM=1\}$,

а через ω_τ - равномерную сетку по времени с шагом τ на отрезке $[0,\tau]$:

$\omega_\tau=\{t_n=n\tau,\ n=\overline{0,N},\ \tau N=1\}$.

Тогда $\omega_{s\tau}=\{(t_n,x_j)\ j=\overline{O,M},\ n=\overline{0,N}\}$ - узлы пространственно-временной сетки.

Для построения разностной схемы, аппроксимируем $N_{xx}(t,x),P_{xx}(t,x),v_{xx}(t,x)$ в уравнении (2) на $n+1$-ом слое по времени, а функцию $N_x(t,x),P_x(t,x),v_x(t,x)$ в уравнении (2) аппроксимируем на n-ом слое по времени [1].

Начальные и краевые условия аппроксимируем точно. Численное значение $N(t_n,x_j)$ обозначим через y_j^n, $P(t_n,x_j)$ обозначим через z_j^n, $v(t_n,x_j)$ обозначим через q_j^n. В результате приходим к следующей разностной задаче:

$$\frac{y_j^{n+1}-y_j^n}{\tau}=y_j^n(1-y_j^n)-\frac{a(x_j)y_j^n\cdot z_j^n}{1+a(x_j)h(x_j)y_j^n}+S_N(t_n)\frac{y_{j+1}^{n+1}-2y_j^{n+1}-y_{j-1}^{n+1}}{S^2}+f_1(t_n,x_j), \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
\frac{z_j^{n+1}-z_j^n}{\tau}&=\frac{a(x_j)y_j^n\cdot z_j^n}{1+a(x_j)h(x_j)y_j^n}-m(t_n)z_j^n-\frac{z_{j+1}^n-z_{j-1}^n}{2S}q_j^n-\frac{q_{j+1}^n-q_{j-1}^n}{2S}z_j^n+\\
&+S_P(t_n)\frac{z_{j+1}^{n+1}-2z_j^{n+1}+z_{j-1}^{n+1}}{S^2}+f_2(t_n,x_j),
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\frac{q_j^{n+1}-q_j^n}{\tau}=\frac{y_{j+1}^n-y_{j-1}^n}{2S}k(x_j)+S_v(t_n)\frac{q_{j+1}^{n+1}-2q_j^{n+1}+q_{j-1}^{n+1}}{S^2}+f_3(t_n,x_j), \tag{9}$$

$j=\overline{1,M-1},\ n=\overline{0,N-1}$

$$\frac{y_1^{n+1}-y_0^{n+1}}{S}=\psi_1(t_{n+1}),\frac{z_1^{n+1}-z_0^{n+1}}{S}=\psi_3(t_{n+1}),\ q_0^{n+1}=\psi_5(t_{n+1}),$$
$$\frac{y_m^{n+1}-y_{m-1}^{n+1}}{S}=\psi_2(t_{n+1}),\ \frac{z_m^{n+1}-z_{m-1}^{n+1}}{S}=\psi_4(t_{n+1}),\ q_m^{n+1}=\psi_6(t_{n+1}). \qquad (10)$$

Считая, что $a(x), h(x), k(x), m(t), S_N(t), S_v(t)$ - известные функции, их аппроксимируем точно.

Разностная задача имеет порядок аппроксимации $O(\tau+s)$.

Литература

1. Бахвалов Н.С., Жуков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М., 2001, 632 с.
2. Тютюнов Ю.В. Салухина Н.Ю., Сенина И.Н., Ардити Р.А. Явная модель поискового поведения хищника. Журнал общей биологии, 2002, т. 63, №2, с.137-148.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМИ АКУСТИЧЕСКИМИ УСЛОВИЯМИ СОПРЯЖЕНИЯ

Алиев Акбар Байрам оглы, Исаева Севда Эльхан кызы

Институт математики и механики МНОАР, Бакинский Государственный Университет

alievakbar@gmail.com, isayevasevda@rambler.ru

Пусть $\Omega \subset R^n\ (n \ge 1)$ ограниченная область с гладкой границей Γ_1, $\Omega_2 \subset \Omega$ [redacted] ее подобласть с гладкой границей Γ_2 и $\Omega_1 = \Omega \backslash (\Omega_2 \bigcup \Gamma_2)$ подобласть с границей $\Gamma = \Gamma_1 \bigcup \Gamma_2$, причем $\Gamma_1 \bigcap \Gamma_2 = \varnothing$. В области Ω рассматривается следующая нелинейная задача с нелинейными акустическими условиями сопряжения:

$$u_{tt} - \Delta u + |u_t|^{q_1-1} u_t = \lambda_1 f(u) \quad \text{в} \quad \Omega_1 \times (0,\infty), \qquad (1)$$

$$\upsilon_{tt} - \Delta \upsilon + |\upsilon_t|^{q_2-1} \upsilon_t = \lambda_2 g(\upsilon) \quad \text{в} \quad \Omega_2 \times (0,\infty), \qquad (2)$$

$$M\delta_{tt} + D\delta_t + K\delta = -u_t \quad \text{на} \quad \Gamma_2 \times (0,\infty), \qquad (3)$$

$$u = 0 \quad \text{на} \quad \Gamma_1 \times (0,\infty), \qquad (4)$$

$$u = \upsilon,\ \frac{\partial u}{\partial \nu} - \frac{\partial \upsilon}{\partial \nu} + \rho(u_t) = \delta_t \quad \text{на} \quad \Gamma_2 \times (0,\infty), \qquad (5)$$

$$u(x,0) = u_0(x),\ u_t(x,0) = u_1(x),\ x \in \Omega_1, \qquad (6)$$

$$\upsilon(x,0) = \upsilon_0(x),\ \upsilon_t(x,0) = \upsilon_1(x),\ x \in \Omega_2, \qquad (7)$$

$$\delta(x,0) = \delta_0(x),\ \delta_t(x,0) = \frac{\partial u_0}{\partial \nu} - \frac{\partial \upsilon_0}{\partial \nu} + \rho(u_1) \equiv \delta_1(x),\ x \in \Gamma_2, \qquad (8)$$

где ν -внешняя нормаль границы Γ; $f, g, \rho : (-\infty,+\infty) \to (-\infty,+\infty)$, $M, D, K : \Gamma_2 \to (-\infty,+\infty)$, $u_0, u_1 : \Omega_1 \to (-\infty,+\infty)$, $\upsilon_0, \upsilon_1 : \Omega_2 \to (-\infty,+\infty)$, $\delta_0 :\ \Gamma_2 \to (-\infty,+\infty)$ [redacted] заданные функции, $q_i > 1\ (i = 1,2)$.

Задачи с акустическими граничными условиями или акустическими условиями сопряжения представляют большой прикладной интерес (см., например, [1-3]).

Тройку функций $(u(x,t),\upsilon(x,t),\delta(x,t))$, где $u:\Omega_1\times[0,T]\to R$, $\upsilon:\Omega_2\times[0,T]\to R$, $\delta:\Gamma_2\times[0,T]\to R$, назовем слабым решением задачи (1)-(8), если

$$u\in L^\infty\left(0,T;H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\right),\ \upsilon\in L^\infty\left(0,T;H^1(\Omega_2)\right),\ \gamma_0(u)=\gamma_0(\upsilon) \text{ п. в. на } \Gamma_2\times(0,T),$$

$$u_t\in L^\infty\left(0,T;L^2(\Omega_1)\right)\cap L^{q_1+1}(\Omega_1\times(0,T)),\ \upsilon_t\in L^\infty\left(0,T;L^2(\Omega_2)\right)\cap L^{q_2+1}(\Omega_2\times(0,T)),$$

$$\delta,\delta_t\in L^\infty\left(0,T;L^2(\Gamma_2)\right)$$

и выполнены следующие равенства:

$$\tfrac{d}{dt}(u_t,\Phi)_1+(\nabla u,\nabla\Phi)_1+\left(|u_t|^{q_1-1}u_t,\Phi\right)_1+\tfrac{d}{dt}(\upsilon_t,\Psi)_2+(\nabla\upsilon,\nabla\Psi)_2+\left(|\upsilon_t|^{q_2-1}\upsilon_t,\Psi\right)_2+$$
$$+(\rho(\gamma_0(u_t)),\gamma_0(\Phi))_{\Gamma_2}-(\delta_t,\gamma_0(\Phi))_{\Gamma_2}=(f(u),\Phi)_1+(g(\upsilon),\Psi)_2$$

для $\forall\Phi\in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)$, $\forall\Psi\in H^1(\Omega_2)$ таких, что $\Phi=\Psi$ на Γ_2, в смысле распределений в $D'(0,T)$ и $\tfrac{d}{dt}(\gamma_0(u)+M\delta_t,e)_{\Gamma_2}+(D\delta_t+K\delta,e)_{\Gamma_2}=0$ для $\forall e\in L^2(\Gamma_2)$, в смысле распределений в $D'(0,T)$, а также:

$$u(x,0)=u_0(x),\ u_t(x,0)=u_1(x) \text{ п. в. в } \Omega_1,\ \upsilon(x,0)=\upsilon_0(x),\ \upsilon_t(x,0)=\upsilon_1(x) \text{ п. в. в } \Omega_2,$$
$$\delta(x,0)=\delta_0(x),\ \delta_t(x,0)=\delta_1(x) \text{ п. в. на } \Gamma_2.$$

Исследована смешанная задача (1)-(8) с дефокусирующими нелинейными источниками (то есть случай: $\lambda_i<0$, $i=1,2$) при выполнении следующих условий:

$$M,D,K\in C(\Gamma_2);\ M>0,\ D>0, K>0 \text{ для } \forall x\in\Gamma_2;\ p>1,\ n=1,2 \text{ и } 1<p\le\frac{n}{n-2},\ n\ge3;$$

$$f,g\in C^1(-\infty;+\infty),|f(s)|\le c_1|s|^p,\ |f'(s)|\le c_2|s|^{p-1},|g(s)|\le c_3|s|^p,\ |g'(s)|\le c_4|s|^{p-1}\ (c_i>0,\ i=1,2,3,4);$$

$\rho(s)-$монотонно возрастающая дифференцируемая функция на $(-\infty;+\infty)$ и

$|\rho(s)|\le c_5|s|^{q_1}$, где $c_5>0$.

Доказано существование и единственность слабых решений смешанной задачи (1)-(8) для нелинейных волновых уравнений (с дефокусирующими нелинейными источниками) с нелинейными акустическими условиями сопряжения; то есть доказано, что для

$$\forall(u_0,\upsilon_0,\delta_0)\in H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\times H^1(\Omega_2)\times L^2(\Gamma_2),\forall(u_1,\upsilon_1,\delta_1)\in L^{2q_1}(\Omega_1)\times L^{2q_2}(\Omega_2)\times L^2(\Gamma_2)$$

существует число $T>0$ такое, что задача (1)-(8) имеет единственное слабое решение (u,υ,δ), удовлетворяющее условиям

$$u\in C\left([0,T];H^1_{\Gamma_1}(\Omega_1)\right),\ u_t\in C\left([0,T];L^2(\Omega_1)\right)\cap L^{q_1+1}(\Omega_1\times(0,T)),\ \upsilon\in C\left([0,T];H^1(\Omega_2)\right),$$

$$\upsilon_t\in C\left([0,T];L^2(\Omega_2)\right)\cap L^{q_2+1}(\Omega_2\times(0,T)),\ \delta,\delta_t\in L^\infty\left(0,T;L^2(\Gamma_2)\right);$$

кроме того, если $T_{\max} > 0$ – длина максимального интервала существования решения (u, υ, δ), то справедлива следующая альтернатива: либо $T_{\max} = +\infty$; либо $\lim_{t \to T_{\max}-0} \left(\|u_t\|_1^2 + \|\upsilon_t\|_2^2 + \|\nabla u\|_1^2 + \|\nabla \upsilon\|_2^2 + \left\|\sqrt{M}\delta_t\right\|_{\Gamma_2}^2 + \left\|\sqrt{K}\delta\right\|_{\Gamma_2}^2 \right) = +\infty$.

Литература

1. Aliev A.B., Isayeva S.E., Exponential stability of the nonlinear transmission acoustic problem, Mathematical Methods in the Applied Sciences, Vol. 41, no. 16, 2018, pp. 7055-7073.
2. Aliev A.B., Isayeva S.E., Existence and nonexistence of global solutions for nonlinear transmission acoustic problem, Turkish Journal of Mathematics, 42, 2018, pp. 3211-3231.
3. Graber P.J., Wave equation with porous nonlinear acoustic boundary conditions generates a well-posed dynamical system, Nonlinear Anal. 73, 2010, pp. 3058-3068.

СУБТРАНСФЕРАБЕЛЬНОСТЬ ГЛАВНЫХ КОНГРУЭНЦИЙ

Алиева Севиндж Рамин кызы

Бакинский Государственный Университет

sevaalieva_00@inbox.ru

Пусть B подалгебра алгебры A; $B \le A$. A имеет субтрансферабельные главные конгруэнции, если

$$\forall a, b \in A,\ \exists\, c \in B,\ \exists\, d \in A,\ Cg^A(a,b) = Cg^A(c,d).$$

Соответственно, многообразие обладает свойством субтрансферабельности главных конгруэнций алгебр (СТГК), если все его алгебры обладают этим свойством.

Получена Мальцевская характеризация для СТГК.

Теорема 1. Для любого многообразия M эквивалентны условия:

(1) M обладает СТГК;

(2) в языке M существуют унарный терм u, тернарный терм p и квинтарные термы $q_1 \ldots q_m$ для некоторого натурального m такие, что в M справедливы тождества:

$$p(x,x,z) = u(z),$$

$$q(u(z), p(x,y,z), x, y, z) = x$$

$$q_{i-1}(p(x,y,z), u(z), x, y, z) = q_i(u(z), p(x,y,z), x, y, z), i = 2, \ldots, m,$$

$$q_m(p(x,y,z), u(z), x, y, z) = y.$$

При доказательстве используется техника “бинарных схем” в смысле работы Хайды и Дуды 1982 года. Другой критерий для СТГК таков.

Теорема 2. Для любого многообразия M эквивалентны условия:

(1) M обладает СТГК;

(2) в языке M существует унарный терм u и существует тернарный терм p такие, что в M справедливо утверждение:

$$\forall x, y, z \quad p(x, y, z) = u(z) \Leftrightarrow x = y.$$

Напомним, что алгебра A имеет подрегулярные конгруэнции, если всякая конгруэнция $\theta \in conA$ единственным образом определяется совокупностью всех своих смежных классов вида $[b]_\theta, b \in B$ для произвольной подалгебры $B \leq A$.

Следствие. Если многообразие M обладает СТГК, то M является конгруэнц-подрегулярным.

Особый интерес представляет случай конгруэнц-перестановочных многообразий. В этом случае для СТГК получается сильное условие Мальцева.

Теорема 3. Для любого многообразия M эквивалентны условия:

(1) M обладает СТГК и M конгруэнц-перестановочно,

(2) в языке M существуют унарный терм u, тернарный терм p и кватернарный терм q такие, что в M верны тождества:

$$p(x, x, z) = u(z),$$

$$q(u(z), x, y, z) = x,$$
$$q(p(x, y, z), x, y, z) = y.$$

Замечание. Хотя и СТГК сформулировано с кванторной приставкой $\forall^2\exists^2$, оно может быть сформулировано и с приставкой $\forall^3\exists^1$.

Все неопределяемые здесь понятия можно найти в $[1]$.

Литература

1. Bergman W. Universal Algebra: Fundamentals and selected Topics.CRC Press, 2012,XIV- 308pp.

О КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ ВЫСОКОГО ПОРЯДКА

Аманов Рабил Аманулла оглы , Мамедгасанов Эльхан Гусейнгулу оглы

Национальная Авиационная Академия

amanov.rabil57.@gmail.com

Рассматриваются квазилинейные параболические уравнения вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} + Lu = f(x, t, u, Du, \dots, D^{2b-1}u), \quad (x, t) \in Q_T = Q_T = \Omega \times (0, T), \ T > 0 \qquad (1)$$

с главным квазилинейным эллиптическим оператором L порядка $2b \geq 2$ вида

$$Lu = \sum_{|\alpha|=2b} a_\alpha(x,t,u,Du,\dots,D^k u)D^\alpha u,$$

где коэффициенты a_α являются вещественными и непрерывными функциями на $\overline{Q}_T \times R \times R^n \times \ldots \times R^{n_k}$.

Для уравнения (1) изучается начально-краевая задача

$$\begin{cases} B_i u\big|_{\partial Q_T} = 0 \quad (i = 0,1,\dots,b-1), \quad (x,t) \in \partial Q_T, \\ u(x,0) = 0, \quad x \in \Omega \end{cases} \tag{2}$$

в вещественном пространстве Соболева $W_p^{2b,1}(Q_T)$ с $p > 1$ при условии что существует априорная оценка

$$\|u\|_{k,\infty} \equiv \sum_{|\alpha|\le k} \sup_{Q_T} \left|D^\alpha u(x,t)\right|, \quad (2b-k)\,p > n+2b$$

с некоторым $k,\ 0 \le k \le 2b-1$.

Предположим, что выполнены следующие условия

1) Пусть функция $f(x,t,\xi_0,\xi_1,\dots,\xi_{2b-1})$ с $\xi_l = \left\{\xi_l \;\middle|\; \gamma - мультииндекс,\ |\gamma| = l\right\}$ определена на $\overline{Q}_T \times R \times R^n \times \ldots \times R^{n_{2b-1}}$ со значениями в R и является каратеодориевой функцией.

2) Пусть

$$|\,f(x,t,\xi_0,\xi_1,\dots,\xi_{2b-1})\,| \le b(x,t,\xi_0,\dots,\xi_k) + \sum_{l=k+1}^{2b-1} b_l(x,t,\xi_0,\dots,\xi_k)\cdot|\xi_l|^{\mu_l}$$

почти при всех $(x,t) \in Q_T$ и при всех $\xi_0 \in R,\ \xi_1 \in R^n, \dots, \xi_{2b-1} \in R^{n_{2b-1}}$ при некотором $k,\ 0 \le k \le 2b-1,$ с неотрицательными каратеодориевыми функциями ($b_l \equiv 0$ при $k = 2b-1$)
такими, что при любом $r \ge$ функция

$$\hat{b}_r(x,t) = \sup\left\{\, b(x,t,\xi_0,\dots,\xi_k) \quad \middle|\, |\xi_0| + \ldots + |\xi_k| \le r \right\}$$

принадлежит $L_p(Q_T),\ (2b-k)p > (n+2b)$ и функция

$$\hat{b}_{l,r}(x,t) \equiv \sup\left\{\, b_l(x,t,\xi_0,\dots,\xi_k) \quad \middle|\, |\xi_0| + \ldots + |\xi_k| \le r \right\}$$

принадлежит $L_{q_l}(Q_T)$ с $q_l \ge p$.

3) $\mu_l = \dfrac{2b-k}{l-k} - \dfrac{n+2b}{l-k}\cdot\dfrac{1}{q_l} \quad (l = k+1,\dots,2b-1)$.

Пусть B_i $(i = 0,1,\dots,b-1)$-линейные граничные дифференциальные операторы порядков $b_i \le 2b-1$ с вещественном коэффициентами.

Получено новое точное условие роста нелинейных функций $f(x,t,\xi_0,\dots,\xi_{2b-1})$. Рассматривается теория разрешимости задач вида (1)-(2).

ПЕРВАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ЭЛЛИПТИКО-ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Нармин Аманова Рабил кызы
Бакинский Государственный Университет
amanova.n93@gmail.com

Пусть E_{n+1} и E_n $-(n+1)$ - мерное и n - мерное евклидовы пространства точек $(x,t)=(x_1,...,x_n,t)$ и $(x_1,...,x_n)$ соответственно, $\Omega\in E_n$ - ограниченная область с границей $\partial\Omega,\ \partial\Omega\in C^2,\ Q_T$ -цилиндр $\Omega\times(-T,0)$, $\Gamma(Q_T)=\{(x,t): x\in\Omega,\ t=-T\}\cup\left(\partial\Omega\times[-T,0]\right)$- параболическая граница Q_T, где $T\in(0,\infty)$. Рассмотрим в Q_T первую краевую задачу

$$Lu=\sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}(x,t)u_{ij}+\varphi(0-t)u_{tt}-u_t=f(x,t) \tag{1}$$

$$u\,\Big|_{\Gamma(Q_T)}=0, \tag{2}$$

предположим, что $\|a_{ij}(x,t)\|$- действительная симметрическая матрица, причем для всех $(x,t)\in Q_T$ и $\xi\in E_n$ выполнено условие

$$\gamma\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(x,t)\xi_i^2\le\sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}(x,t)\xi_i\xi_j\le\gamma^{-1}\cdot\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(x,t)\xi_i^2\,, \tag{3}$$

$$\sup_{Q_T}\left[\sum_{i,j=1}^{n}\frac{a_{ij}^2(x,t)}{\lambda_i(x,t)\lambda_j(x,t)}\Big/\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{a_{ii}(x,t)}{\lambda_i(x,t)}\right)^2\right]=\frac{1}{n-e^2}\,, \tag{4}$$

$$\varphi(z)\in c^1[-T,0],\ \varphi(z)\ge0,\ \varphi'(z)\ge0,\ \varphi(0)=\varphi'(0)=0,\ \varphi(z)\ge\beta\, z\cdot\varphi'(z)\,, \tag{5}$$

$\beta>0$ - константа.

Здесь $u_i=\dfrac{\partial u}{\partial x_i},\ u_{ij}=\dfrac{\partial^2u}{\partial x_i\,\partial x_j},\ u_t=\dfrac{\partial u}{\partial t},\ u_{tt}=\dfrac{\partial^2u}{\partial t^2},\ u=u(x,t)$, $\gamma\in(0,1]$ -константа,

$\lambda_i(x,t)=\left(|x|_\alpha+\sqrt{|t|}\right)^{\alpha_i}$, $i,j=1,...,n$, $|x|_\alpha=\sum_{i=1}^{n}|x_i|^{\frac{2}{2+\alpha_i}}$, $-1<\alpha_i<\dfrac{2}{2n+3}$, $\alpha_1+...+\alpha_n>2(2-n)$,

$$e=\inf_{Q_T}\sum_{i=1}^{n}\frac{a_{ii}(x,t)}{\lambda_i(x,t)}\Big/\sup_{Q_T}\sum_{i=1}^{n}\frac{a_{ii}(x,t)}{\lambda_i(x,t)}\ .$$

Целью настоящей работы является нахождение условий типа Кордеса, обеспечивающих однозначную разрешимость первой краевой задачи (1)-(2) в пространстве Соболева $W_{2,\lambda,\varphi}^{2,2}(Q_T)$ с нормой

$$\|u\|_{W_{2,\lambda,\varphi}^{2,2}(Q_T)}=\left(\int_{Q_T}\left(u^2+\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(x,t)u_i^2+\sum_{i,j=1}^{n}\lambda_i(x,t)\lambda_j(x,t)u_{ij}^2+u_t^2+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\varphi^2(0-t)u_{tt}^2+2\varphi(0-t)\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(x,t)u_{it}^2\right)dxdt\right)^{1/2}.$$

ОПТИМИЗАЦИЯ ЛИНЕЙНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ С ОТКЛОНЯЮЩИМИСЯ АРГУМЕНТАМИ

Ахмедов Фахраддин Шамиль оглы, Ахыев Садеддин Сейди оглы, Акперова Окюма Агаказым кызы

Бакинский Государственный Университет

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

axiyev63@mail.ru

В работе исследуется следующая нелокальная краевая задача $[1-3]$

$$(V_3 z)(t,x) \equiv z_{tx}(t,x) + z(t,x)A_0(t,x) + z_x(t,x)A_1(t,x) +$$
$$+z_t(t,x)A_2(t,x) + z_x(h_1(t,x),x)B_1(t,x) + z_t\big(t,h_2(t,x)\big)B_2(t,x) == g_3\big(t,x,u_3(t,x)\big),$$
$$(t,x) \in D = T \times X;\;\; T = [0,t_1],\; X = [0,x_1], \tag{1}$$

$$(V_2 z)(t) \equiv \sum_{j=1}^{m} \left[z_t\big(t,\xi_j\big)\alpha_j(t) + z\big(t,\xi_j\big)\beta_j(t)\right] = g_2\big(t,u_2(t)\big),$$
$$t \in T, \tag{2}$$

$$(V_1 z)(x) \equiv z_x(0,x) = g_1\big(x,u_1(x)\big),\;\; x \in X, \tag{3}$$

$$V_{0,0} z \equiv z(0,0) = g_0(u_0). \tag{4}$$

Здесь: $A_0(t,x), A_1(t,x), A_2(t,x), B_1(t,x) B_2(t,x)$- заданные $n \times n -$ матрицы, причем $A_0 \in L_{p,n\times n}(D)$, т.е. с элементами из $L_p(D)$, $1 \le p \le \infty$; существуют функции $\overline{A_1} \in L_p(T)$, $\overline{A_2} \in L_p(X)$, $\overline{B_1} \in L_p(T)$, $\overline{B_2} \in L_p(X)$, такие что $\|A_1(t,x)\| \le \overline{A_1}(t)$, $\|A_2(t,x)\| \le \overline{A_2}(x)$, $\|B_1(t,x)\| \le \overline{B_1}(t)$, $\|B_2(t,x)\| \le \overline{B_2}(x)$ почти всюду на D; $h_1(t,x)$ n $h_2(t,x) -$ заданные функции, измеримые на D, для которых $h_1(t,x) \in T$ и $h_2(t,x) \in X$, кроме точек (t,x) меры ноль на D; $\alpha_j(t)$ и $\beta_j(t)$. $j = 1,\dots,m$, -заданные $n \times n$ -матрицы на T, причем $\alpha_j \in L_{\infty,n\times n}(T)$ и $\beta_j \in L_{p,n\times n}(T)$, т.е. с элементами из $L_\infty(T)$ и $L_p(T)$ соответственно; $u_0 - n$-мерный векторный параметр управления, $u_1(x)$, $u_2(t)$, $u_3(t,x) - n$-мерное вектор-функции управления, измеримые на X, T, D соответственно. Отметим, что $L_p(D)$, $L_p(T)$, $L_p(X)$, $(1 \le p < \infty)$ - пространство $p -$ интегрируемых функций на D, T, X соответственно; $L_{p,n}(D)$, $L_{p,n}(T)$, $L_{p,n}(X)$, и $L_{p,n\times n}(D)$, $L_{p,n\times n}(T)$, $L_{p,n\times n}(X)$ соответственно пространства измеримых $n -$ мерных строчных вектор-функций и $n \times n$- матриц на D, T, X с элементами из $L_p(D)$, $L_p(T)$, $L_p(X)$; $L_{\infty,n\times n}(T)$, $L_{\infty,n\times n}(X) -$ пространства измеримых и существенно ограниченных $n\,\times$-матриц с элементами из $L_\infty(T)$, $L_\infty(X)$ соответственно.

Управления $u_0, u_1(x), u_2(t), u_3(t,x)$ удовлетворяют условиям

$$u_0 \in U_0;$$
$$u_1(x) \in U_1,\; \text{почти всюду}\; x \in X;$$
$$u_2(t) \in U_2,\; \text{почти всюду}\; t \in T;$$
$$u_3(t,x) \in U_3,\; \text{почти всюду}\; (t,x) \in D, \tag{5}$$

где $U_0, U_1, U_2, U_3 -$ заданные ограниченные, замкнутые множества из $r -$ мерного пространства R^r. Каждую четверку $u = \big(u_0, u_1(\cdot), u_2(\cdot), u_3(\cdot,\cdot)\big)$, удовлетворяющую условиям (5), назовем допустимым управлением. Множества всех допустимых управлений назовем допустимым множеством и обозначим U_∂.

После определения множества допустимых управлений отметим, что $g_3(t,x,u_3)$, $g_2(t,u_2)$, $g_1(x,u_1)$, $g_0(u_0)$ —заданные -мерные вектор-функции, определенные на $D\times U_3$, $T\times U_2$, $X\times U_1$, U_0, соответственно. Причем, $g_0(u_0)$ непрерывна на U_0, $g_3(t,x,u_3)$, $g_2(t,u_2)$, $g_1(x,u_1)$ почти для всех $(t,x)\in D$ непрерывны по u_3 на U_3, по u_2 на U_2, по u_1 на U_1, соответственно; $g_3(\cdot,\cdot,u_3)\in L_{p,n}(D)$, $g_2(\cdot,u_2)\in L_{p,n}(T)$, $g_1(\cdot,u_1)\in L_{p,n}(X)$ для каждого $u_3\in U_3$, $u_2\in U_2$, $u_1\in U_1$, соответственно.

Наложенные условия на управления $u_0, u_1(x), u_2(t), u_3(t,x)$, а также на вектор-функции $g_0(u_0)$, $g_1(x,u_1)$, $g_2(t,u_2)$, $g_3(t,x,u_3)$, дают основание пологать правую часть для (1) из $L_{p,n}(D)$, для (2) из $L_{p,n}(T)$, для (3) из $L_{p,n}(X)$ при каждом выбранном $u\in U_\partial$.

Таким образом, при вышеизложенных условиях на данные задачи (1)-(5) для каждого допустимого управления $u\in U_\partial$ решение $z(t,x\,)$ краевой задачи (1)-(4) разыскивается в пространстве С.Л.Соболева $W_{p,n}(D)=\{z\in L_{p,n}(D);\ z_t,\ z_x,\ z_{tx}\in L_{p,n}(D)\}$ [5]. Иначе говоря, оператор $V=(V_{0,0},V_{0,1},V_{1,0},V_{1,1})$ определен на $W_{p,n}(D)$ и действует в пространство $\Delta_{p,n}(D)=R^n\times L_{p,n}(X)\times L_{p,n}(T)\times L_{p,n}(D)[3-8]$.

В качестве минимизируемого функционала берется линейная функция определенная на значениях решения $z\in W_{p,n}(D)$ линейной нелокальной краевой задачи (1)-(4), которая соответствует некоторому выбранному допустимому управлению $u\in U_\partial$:

$$S(u)=\sum_{j=1}^{m}\left(c_j, z(\tau_j,\xi_j)\right). \tag{6}$$

Здесь c_j, $j=1,\dots,m$ —заданные $n-$ мерные векторы, (τ_j,ξ_j), $j=1,\dots,m-$ заданные точки из D, выражение $(\cdot,\cdot)$ - есть скалярное произведение.

В работе использован изоморфизм, осуществляемый оператором $Nz\equiv\left(z(0,0),z_x(0,x),z_t(t,0),z_{tx}(t,x)\right)$ из $W_{p,n}(D)$ в $\Delta_{p,n}(D)=R^n\times L_{p,n}(X)\times L_{p,n}(T)\times L_{p,n}(D)$ $[3{,}4{,}6-8]$. На основе этого изоморфизма введено понятие сопряженной задачи для задачи управления (1)-(6), соответствующее некоторому управлению $u\in U_\partial$. Сопряженная задача получается в виде интегро-алгебраической системы, оператор которой действует в пространстве $\Delta_{q,n}(D)=R^n\times L_{q,n}(X)\times L_{q,n}(T)\times L_{q,n}(D)$, $q=p/(p-1)$. При помощи решения $\lambda=\left(\lambda_0,\ \lambda_1(\xi),\ \lambda_2(\tau),\ \lambda_3(\tau,\xi)\right)\in\Delta_{q,n}(D)$ из сопряженной задачи удалось найти приращение функционала в компактном виде. Далее, установлено условие максимума в виде принципа максимума Понтрягина.

Литература

1. Чудновский Ф.Ф. Теплофизика почв.- М.: Наука, 1976, 352с.
2. Нахушев А.М. Критерий единственности решения задачи Дарбу для одного вырождающегося гиперболического уравнения влагопереноса.- Дифференц. уравнения, 1980, т.16, №9, с. 1643-1649.
3. Ахмедов Ф.Ш., Ахыев С.С. Об одной линейной нелокальной краевой задаче для гиперболического уравнения. Ученые записки АзТУ, серия фундаментальных наук. 2010, т.IX(35), №3, с.37-40.
4. Ахиев С.С. Представления решений некоторых линейных операторных уравнений.- ДАН СССР, 1980, т.251, №5, с.1037-1040.
5. Соболев С. Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Новосибирск, 1962, 256 с.
6. Ахыев С.С. Задача оптимального управления для линейных нелокальных гиперболических уравнений второго порядка с разрывными решениями. Доклады НАН Азербайджана. 2007, т.LXIII, №5, с.8-15.
7. S.S. Akhiev. A priori estimate for discontinuous solutions of a second order linear hyperbolic problem. Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations. 2010, № 23, pp. 1-12.
8. Orucoglu K., Akhiev S.S. The Riemann function for the third order onedimensional pseudoparabolic equation, Acta Appl. Math. 53(1998), No 3, p. 353-370.

АПРИОРНАЯ ОЦЕНКА РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА ЛИНЕЙНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ОТКЛОНЯЮЩИМИСЯ АРГУМЕНТАМИ

Ахмедов Фахраддин Шамиль оглы, Ахыев Садеддин Сейди оглы, ,

Дадашова Фарида Эльдар кызы

Бакинский Государственный Университет

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

axiyev63@mail.ru

В работе исследуется следующая нелокальная краевая задача $[1-3]$

$$(V_{1,1}z)(t,x) \equiv z_{tx}(t,x) + z(t,x)A_0(t,x) + z_x(t,x)A_1(t,x) +$$

$$+z_t(t,x)A_2(t,x) + z_x(h_1(t,x),x)B_1(t,x) + z_t\big(t,h_2(t,x)\big)B_2(t,x) = g_3(t,x),$$

$$(t,x) \in D = T \times X;\ \ T = [0,t_1],\ X = [0,x_1], \tag{1}$$

$$(V_{1,0}z)(t) \equiv \sum_{j=1}^{m}\big[z_t\big(t,\xi_j\big)\alpha_j(t) + z\big(t,\xi_j\big)\beta_j(t)\big] = g_2(t),\ \ t \in T, \tag{2}$$

$$(V_{0,1}z)(x) \equiv z_x(0,x) = g_1(x),\ \ x \in X \tag{3}$$

$$V_{0,0}z \equiv z(0,0) = g_0. \tag{4}$$

Здесь: $A_0(t,x), A_1(t,x), A_2(t,x), B_1(t,x)B_2(t,x)$- заданные $n \times n -$ матрицы, причем $A_0 \in L_{p,n\times n}(D)$, т.е. с элементами из $L_p(D)$, $1 \le p \le \infty$; существуют функции $\overline{A_1} \in L_p(T)$, $\overline{A_2} \in L_p(X)$, $\overline{B_1} \in L_p(T)$, $\overline{B_2} \in L_p(X)$, такие что $\|A_1(t,x)\| \le \overline{A_1}(t)$, $\|A_2(t,x)\| \le \overline{A_2}(x)$, $\|B_1(t,x)\| \le \overline{B_1}(t)$, $\|B_2(t,x)\| \le \overline{B_2}(x)$ почти всюду на D; $h_1(t,x)$

и $h_2(t,x)$ — заданные функции, измеримые на D, для которых выполняются условия $h_1(t,x) \in T$ и $h_2(t,x) \in X$ почти для всех $(t,x) \in D$; $\alpha_j(t)$ и $\beta_j(t)$. $j = 1,\dots,m,$- заданные $n \times n$- матрицы на T, причем $\alpha_j \in L_{\infty,n\times n}(T)$ и $\beta_j \in L_{p,n\times n}(T)$, т.е. с элементами из $L_\infty(T)$ и $L_p(T)$ соответственно; $g_3(t,x)$, $g_2(t)$, $g_1(x)$, g_0-заданные строчные n- векторы, причем $g_3 \in L_{p,n}(D)$, $g_2 \in L_{p,n}(T)$, $g_1 \in L_{p,n}(X)$, т.е., с элементами из $L_p(D)$, $L_p(T)$, $L_p(X)$ соответственно; причем, $L_p(D)$, $L_p(T)$, $L_p(X)$, $(1 \le p < \infty)$ - пространство $p-$ интегрируемых функций на D, T, X соответственно; $L_{p,n}(D)$, $L_{p,n}(T)$, $L_{p,n}(X)$ и $L_{p,n\times n}(D)$, $L_{p,n\times n}(T)$, $L_{p,n\times n}(X)$ соответственно пространства измеримых $n-$ мерных строчных вектор-функций и $n \times n$- матриц на D, T, X с элементами из $L_p(D)$, $L_p(T)$, $L_p(X)$ соответственно; $L_{\infty,n\times n}(T)$, $L_{\infty,n\times n}(X)-$ пространства измеримых и существенно ограниченных $n \times n$-матриц с элементами из $L_\infty(T)$, $L_\infty(X)$ соответственно.

При вышеизложенных условиях на данные задачи (1)-(4) решение $z(t,x)$ разыскивается в пространстве С.Л. Соболева $W_{p,n}(D) = \{z \in L_{p,n}(D);\ z_t,\ z_x,\ z_{tx} \in L_{p,n}(D)\}$ [5]. Иначе говоря, оператор $V = (V_{0,0}, V_{0,1}, V_{1,0}, V_{1,1})$ определен на $W_{p,n}(D)$ и действует в пространство $\Delta_{p,n}(D) = R^n \times L_{p,n}(X) \times L_{p,n}(T) \times L_{p,n}(D)$ $[3{,}4{,}6-8]$.

В работе использован изоморфизм, осуществляемый оператором $Nz \equiv (z(0,0), z_x(0,x), z_t(t,0), z_{tx}(t,x))$ из $W_{p,n}(D)$ в $\Delta_{p,n}(D) = R^n \times L_{p,n}(X) \times L_{p,n}(T) \times L_{p,n}(D)$ $[3{,}4{,}6-8]$. На основе этого изоморфизма удалось установить априорную оценку для элемента $\varphi = (\varphi_0, \varphi_1(\xi), \varphi_2(\tau), \varphi_3(\tau,\xi))$ пространства $\Delta_{p,n}(D)$, решения эквивалентной задачи. Используя эти оценки компонент $\varphi_0 \in R^n$, $\varphi_1 \in L_{p,n}(X)$, $\varphi_2 \in L_{p,n}(T)$, $\varphi_3 \in L_{p,n}(D)$, далее устанавливается априорная оценка для решения $z \in W_{p,n}(D)$ линейной нелокальной краевой задачи (1)-(4).

Литература

1. Чудновский Ф.Ф. Теплофизика почв.- М.: Наука, 1976, 352с.
2. Нахушев А.М. Критерий единственности решения задачи Дарбу для одного вырождающегося гиперболического уравнения влагопереноса.- Дифференц. уравнения, 1980, т.16, №9, с. 1643-1649.
3. Ахмедов Ф.Ш., Ахыев С.С. Об одной линейной нелокальной краевой задаче для гиперболического уравнения. Ученые записки АзТУ, серия фундаментальных наук. 2010, т.IX(35), №3, с.37-40.
4. Ахиев С.С. Представления решений некоторых линейных операторных уравнений.- ДАН СССР, 1980, т.251, №5, с.1037-1040.
5. Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Новосибирск, 1962, 256 с.

6. Ахыев С.С. Задача оптимального управления для линейных нелокальных гиперболических уравнений второго порядка с разрывными решениями. Доклады НАН Азербайджана. 2007, т.LXIII, №5, с.8-15.
7. Akhiev S.S. A priori estimate for discontinuous solutions of a second order linear hyperbolic problem. Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations. 2010, № 23, pp. 1-12.
8. Orucoglu K., Akhiev S.S. The Riemann function for the third order onedimensional pseudoparabolic equation, Acta Appl. Math. 53(1998), No 3, p. 353-370.

О НЕКОТОРОМ ОБОБЩЕНИИ ИНТЕГРАЛА ТИПА ПОТЕНЦИАЛА

Бабаев Рауф Мусеиб оглы

Пусть $G_{\alpha,\beta}(t)$ прообраз Фурье регулярной обобщенной функции из Φ'

$$K_{\alpha,\beta}(r)=\frac{1}{|r|^{\alpha}\left(1+|r|^{2}\right)^{\beta/2}},\qquad r\in R^{n}\setminus\{0\},$$

где $0<\alpha<n,\ \beta>0$ (см. [1]).

Рассмотрим интегральный оператор

$$\left(K_{\alpha,\beta}\varphi\right)(t)=\int_{R^n}G_{\alpha,\beta}(t-r)\varphi(r)dr,\qquad t\in R^n,\qquad \varphi\in L_p(R^n).$$

Известно ([1]), что при $\varphi\in\Phi$

$$\int_{R^n}G_{\alpha,\beta}(t-r)\varphi(r)dr=\int_{R^n}k_{\alpha}(t-r)dr\int_{R^n}G_{\beta}(r-s)\varphi(s)ds,\qquad t\in R^n,$$

где k_{α} – риссово, а G_{β} – бесселово ядро ([2]).

Введем обозначения :

$$(\tilde{K}_{\alpha,\,\beta}\varphi)(t)=\int_{R^n}k_{\alpha}(t-r)dr\int_{R^n}G_{\beta}(r-s)\varphi(s)ds,$$

$$(I^{\alpha}\psi)(t)=\int_{R^n}k_{\alpha}(t-r)\psi(r)dr,\quad (B^{\alpha}\varphi)(t)=\int_{R^n}G_{\beta}(t-r)\varphi(r)dr,\ t\in R^n.$$

Так как операторы $I^{\alpha}:L_p(R^n)\to L_{p_{\alpha}}(R^n),\quad 1<p<\frac{n}{\alpha},\quad p_{\alpha}=\frac{np}{n-\alpha p}$ и $B^{\beta}:L_p(R^n)\to L_p(R^n)$ ограничены , то $\tilde{K}_{\alpha,\,\beta}:L_p(R^n)\to L_{p_{\alpha}}(R^n)$ и $\left\|\tilde{K}_{\alpha,\,\beta}\varphi\right\|_{p_{\alpha}}\le C_{\alpha,\,\beta}\|\varphi\|_p$, где $C_{\alpha,\,\beta}$ – неотрицательная постоянная , не зависящая от функций φ.

Если мы докажем, что оператор $K_{\alpha,\,\beta}$ действует из $L_p(R^n)$ в $L_{p_{\alpha}}(R^n)$ ограниченно, то из плотности Φ в $L_p(R^n)$ будет следовать, что при $\varphi\in L_p(R^n)$, $1<p<\frac{n}{\alpha}$ справедливо равенство

$$\tilde{K}_{\alpha,\,\beta}\varphi=K_{\alpha,\,\beta}\varphi.$$

Теорема 1. Оператор $K_{\alpha,\beta}$ действует из $L_p(R^n)$ в $L_{p_\alpha}(R^n)$ ограниченно.

Доказательство. Оценим интеграл

$$G_{\alpha,\beta}(t)=\int_{R^n} k_\alpha(t-r)G_\beta(r)dr, \quad t\in R^n .$$

Для этой цели оценим интеграл

$$\widetilde{G}_{\alpha,\beta}(t)=\int_{R^n}\frac{G_\beta(r)dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, \quad t\in R^n.$$

Имеем

$$\widetilde{G}_{\alpha,\beta}(t)=I_1(t)+I_2(t),\ t\in R^n ,$$

где

$$I_1(t)=\int_{|r|\le 1}\frac{G_\beta(r)dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, \qquad I_2(t)=\int_{|r|>1}\frac{G_\beta(r)dr}{|r-t|^{n-\alpha}}, \qquad t\in R^n .$$

Оценим $I_1(t)$ и $I_2(t),\ t\in R^n$.

Учитывая оценки для $I_1(t)$ и $I_2(t),\ t\in R^n$, получаем:

$$\left|\widetilde{G}_{\alpha,\beta}(t)\right|\le\frac{\widetilde{C}_{\alpha,\beta}}{|t|^{n-\alpha}}, \quad t\in R^n\setminus\{0\}$$

или

$$\left|G_{\alpha,\beta}(t)\right|\le\frac{C_{\alpha,\beta}}{|t|^{n-\alpha}}, \quad t\in R^n\setminus\{0\},$$

где $C_{\alpha,\beta}>0$ не зависит от t.

Таким образом, имеем:

$$\left|(K_{\alpha,\beta}\varphi)(t)\right|\le C_{\alpha,\beta}\int_{R^n}\frac{|\varphi(r)|dr}{|r-t|^{n-\alpha}},\ t\in R^n,$$

откуда , по теореме Соболева об ограниченности потенциала Рисса , следует:

$$K_{\alpha,\beta}:L_p(R^n)\to L_{p_\alpha}(R^n),\ 1<p<\frac{n}{\alpha},\ p_\alpha=\frac{np}{n-\alpha p},$$

где

$$\left\|K_{\alpha,\beta}\varphi\right\|_{L_{p_\alpha}(R^n)}\le C'_{\alpha,\beta}\left\|\varphi\right\|_{L_p(R^n)},$$

$C'_{\alpha,\beta}>0$ не зависит от φ. Теорема доказана.

Следствие. Справедливо равенство:

$$K_{\alpha,\beta}\varphi=\widetilde{K}_{\alpha,\beta}\varphi, \quad \varphi\in L_p(R^n), \quad 1<p<\frac{n}{\alpha}. \tag{1}$$

Рассмотрим усеченный гиперсингулярный интеграл

$$\left(D_\varepsilon^\alpha f\right)(x)=\frac{1}{d_{\ell,\alpha}}\int_{|t|>\varepsilon}\frac{\left(\Delta_t^\ell f\right)(x)}{|t|^{n+\alpha}}dt, \quad x\in R^n,\ \varepsilon>0,$$

где $\left(\Delta_t^\ell f\right)(x)=\sum_{k=0}^{\ell}(-1)^k C_\ell^k f(x-kt),\ x,\,t\in R^n,\ d_{\ell,\,\alpha}$ – определенное постоянное число (см.[4]), $\ell>\alpha.$

Скажем, что гиперсингулярный интеграл сходится условно по норме пространства $L_p(R^n)$, если существует предел

$$D^\alpha f=\lim_{\substack{(L_p)\\ \varepsilon\to 0}} D_\varepsilon^\alpha f,$$

т.е. для некоторого $g\in L_p(R^n)$

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\left\|D_\varepsilon^\alpha f-g\right\|_{L_p(R^n)}=0 \ \text{ и } \ D^\alpha f\overset{def}{=}g.$$

Пусть

$$L_{p,\,r}^\alpha(R^n)=\left\{f:\ f\in L_r(R^r),\ D^\alpha f\in L_p(R^n)\right\}.$$

Известно ([4])

$$B^\alpha(L_p(R^n))=L_p^\alpha(R^n)\overset{def}{=}L_{p,\,p}^\alpha(R^n),\qquad I^\alpha(L_p(R^n))=L_{p,\,p_\alpha}^\alpha(R^n).$$

Из (1) следует:

$$K_{\alpha,\,\beta}(L_p(R^n))=\left\{f:\ f\in L_{p_\alpha}(R^n),\ D^\alpha f\in L_p^\beta(R^n)\right\}=$$

$$=\left\{f:\ f\in L_{p_\alpha}(R^n),\ D^\alpha f\in L_p(R^n),\ D^\beta D^\alpha f\in L_p(R^n)\right\}\overset{def}{=}\mathcal{L}_{p,\,p_\alpha}^{\alpha,\,\beta}(R^n).$$

Из вышеуказанного следуют теоремы :

Теорема 2. Для $\varphi\in L_p(R^n),\,1<p<\dfrac{n}{\alpha}$ справедливо $T^\beta D^\alpha K_{\alpha,\,\beta}\varphi=\varphi$, где $D^\alpha,\,T^\beta$ - левые обратные соответственно потенциалов Рисса и Бесселя ([2]).

Теорема 3. Пусть $f\in\mathcal{L}_{p,\,p_\alpha}^{\alpha,\,\beta}(R^n).$ Тогда уравнение $K_{\alpha,\,\beta}\varphi=f$ разрешимо в $L_p(R^n)$ и $\varphi=T^\beta D^\alpha f.$

Литература

1. Гельфанд И.М., Шилов Г.Е. Пространство основных и обобщенных функций. -М.: Физматгиз, 1958, 308 с.

2. Самко С.Г. Гиперсингулярные интегралы и их приложения. -Изд-во Ростовского ун-та, 1984, 205 с.

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЗАДАННОЙ РЕКУРРЕНТНЫМ СООТНОШЕНИЕМ

Бабаев Рауф Мусеиб оглы, Асланбекова Гюляра Фаик кызы

Бакинский Государственный Университет

babayevrauf55@mail.ru, functionalanaliz@mail.ru

Пусть $x_1,x_2,x_3,\in R, q_1,q_2,q_3\in R, q_1+q_2+q_3=1, q_i\geq 0, i=\overline{1,3}$ и

$$x_n = q_1 x_{n-3} + q_2 x_{n-2} + q_3 x_{n-1}, n \ge 4.$$

Верно равенство

$$x_{n+1} - x_n = -[(q_1 + q_2)(x_n - x_{n-1}) + q_1(x_{n-1} - x_{n-2})], n \ge 3$$

Лемма1. Для существования $\lim_{n\to\infty} x_n$ необходимо и достаточно выполнение условия $\lim_{n\to\infty}(x_{n+1} - x_n) = 0,$ при этом верно равенство

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \frac{q_1 x_1 + (q_1 + q_2)x_2 + x_3}{1 + 2q_1 + q_2}$$

Доказательство. Достаточность. Имеем

$$x_{n+1} - x_n = -[(q_1 + q_2)(x_n - x_{n-1}) + q_1(x_{n-1} - x_{n-2})], n \ge 3 \qquad (1)$$

Тогда на основе равенств

$$x_{n+1} = (x_{n+1} - x_n) + (x_n - x_{n-1}) + \ldots + (x_5 - x_4) + (x_4 - x_3) + x_3 \qquad (2)$$

и

$$x_{n+1} - x_n = -[(q_1 + q_2)(x_n - x_{n-1}) + q_1(x_{n-1} - x_{n-2})],$$
$$x_n - x_{n-1} = -[(q_1 + q_2)(x_{n-1} - x_{n-2}) + q_1(x_{n-2} - x_{n-3})],$$
$$\ldots$$
$$x_4 - x_3 = -[(q_1 + q_2)(x_3 - x_2) + q_1(x_2 - x_1)], \quad x_3 = x_3$$

получим равенство

$$x_{n+1} = -[(q_1 + q_2)x_n + q_1 x_{n-1} - (q_1 + q_2)x_2 - q_1 x_1] + x_3 =$$
$$= -[(q_1 + q_2)x_{n+1} - (q_1 + q_2)(x_{n+1} - x_n) + q_1 x_{n+1} - q_1(x_{n+1} - x_{n-1}) - (q_1 + q_2)x_2 - q_1 x_1] + x_3, n \ge 3$$

или

$$x_{n+1} + (q_1 + q_2)x_{n+1} + q_1 x_{n+1} = (q_1 + q_2)(x_{n+1} - x_n) + q_1(x_{n+1} - x_{n-1}) + (q_1 + q_2)x_2 + q_1 x_1 + x_3, n \ge 3. \qquad (3)$$

Правая сторона равенства (3) имеет предел при $n \to +\infty$, тогда и левая сторона равенства (3) имеет предел и верно равенство

$$\lim_{n\to\infty} x_{n+1} = \frac{q_1 x_1 + (q_1 + q_2)x_2 + x_3}{1 + 2q_1 + q_2}.$$

Достаточность условия доказано. Необходимость условия очевидно. Лемма доказана.

Лемма 2. Верно равенство:

$$x_{n+1} - x_n = (-1)^p \sum_{k=0}^{p} Cp^k (q_1 + q_2)^{p-k} q_1^k (x_{n+1-(p-k)} - x_{n-(p+k)}), n = 3,4,\ldots,$$ где

1) $p = \overline{1, \frac{n-1}{2}}$, при нечетном n ,

2) $p = \overline{1, \frac{n-2}{2}}$, при четном n.

Доказательство. Лемма доказывается методом математической индукции. Утверждение верно при p=1.

Пусть утверждение верно при p=m. Докажем, что оно верно и при p=m+1. По условиям верно равенство

$$x_{n+1} - x_n = (-1)^m \sum_{k=0}^{m} Cn^k (q_1 + q_2)^{m-k} q_1^k (x_{n+1-(m+k)} - x_{n-(m+k)}) \qquad (4)$$

Из (4) и (1) следует, что

$$x_{n+1} - x_n = (-1)^{m+1} \left[\sum_{k=0}^{m} C_m^k (q_1 + q_2)^{m-k+1} q_1^k (x_{n-(m+k)} - x_{n-1-(m+k)}) + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=0}^{m} C_m^k (q_1 + q_2)^{m-k} q_1^{k+1} (x_{n-1-(m+k)} - x_{n-2-(m+k)}) \right] =$$

$$= (-1)^{m+1} \left[\sum_{k=0}^{m+1} C_{m+1}^k (q_1 + q_2)^{m+1-k} q_1^k (x_{n+1-(m+1+k)} - x_{n-(m+1+k)}) \right].$$

Лемма доказана.

Очевидно, что для любого $x_1, x_2, x_3 \in R$ верно неравенство

$$|x_n| \le \max\{|x_1|,|x_2|,|x_3|\} = M \langle +\infty, n \in N .$$

Лемма 3. Верно неравенство: при нечетном n

$$|x_{n+1} - x_n| \le 2M \sum_{k=0}^{\frac{n-1}{2}} \frac{C_{n-1}^k}{2} (q_1 + q_2)^{\frac{n-1}{2}-k} q_1^k = 2M(2q_1 + q_2)^{\frac{n-1}{2}},$$

при четном n

$$|x_{n+1} - x_n| \le 2M \sum_{k=0}^{\frac{n-2}{2}} \frac{C_{n-2}^k}{2} (q_1 + q_2)^{\frac{n-2}{2}-k} q_1^k = 2M(2q_1 + q_2)^{\frac{n-2}{2}}, n \ge 3$$

Из этой леммы следует, что при $2q_1 + q_2 \langle 1$ имеем

$$|x_{n+1} - x_n| \le 2M(2q_1 + q_2)^{\frac{n-2}{2}} \to 0, n \to \infty .$$

Очевидно, что $2q_1 + q_2 \langle 1 \Leftrightarrow q_1 \langle q_3$. Тогда верна

Теорема. Пусть $q_i \ge 0, i = 1,2,3, q_1 + q_2 + q_3 = 1$. Для сходимости последовательности $x_n = q_1 x_{n-3} + q_2 x_{n-2} + q_3 x_{n-1}, n \ge 4$, $x_1, x_2, x_3 \in R$, достаточно выполнения условия $q_1 \langle q_3$, при этом верно равенство

$$\lim_{n\to\infty} x_n = \frac{q_1 x_1 + (q_1 + q_2) x_2 + x_3}{1 + 2q_1 + q_2}$$

Литература

1. Ali M. Akhmedov and Rauf M. Babayev, ON THE ITERATIVE SEQUENCES OF THE LINEAR BOUNDED OPERATORS AND APPLICATIONS, Bakı Universitetinin Xəbərləri. Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası, Baki. 2020,s.5-11

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ПРОСТОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Бабаева Севиндж Фазил кызы
Бакинский Государственный Университет,
Институт Систем Управления Министерства Науки и Образования
seva_babaeva@mail.ru

Пусть H – сепарабельное гильбертово пространство, A – положительно-определенный самосопряженный оператор в H с областью определения $D(\mathrm{A})$. Область определения $D(A^{\gamma})$, $\gamma \geq 0$, оператора A^{γ} является гильбертовым пространством H_{γ} со скалярным произведением $(x,y)_{\gamma} = (A^{\gamma}x, A^{\gamma}y)$, $x, y \in H_{\gamma}$. При $\gamma = 0$ считаем, что $H_0 = H$.

В пространстве H рассмотрим простую двухточечную задачу для операторно-дифференциального уравнения третьего порядка

$$P(d/dt)u(t) = \frac{d^3u(t)}{dt^3} + A^3u(t) = f(t), \quad t \in R_+ = (0,\infty), \tag{1}$$

$$u(0) = \varepsilon u(1), \tag{2}$$

где $f(t)$, $u(t)$ вектор-функции, определенные в $R_+ = (0,\infty)$ почти всюду, со значениями в H, а коэффициенты удовлетворяют условиям:

1) ε – скалярное число;
2) A – положительно-определенный самосопряженный оператор;

Обозначим через $L_2(R_+;H)$ гильбертово пространство всех вектор-функций, определенных в R_+ почти всюду, со значениями в H с нормой

$$\|f\|_{L_2(R_+;H)} = \left(\int_0^{\infty} \|f(t)\|^2 dt\right)^{1/2} < +\infty.$$

Следуя монографию [1], определим гильбертово пространство

$$W_2^3(R_+,H) = \{u : u''' \in L_2(R_+,H), A^3u \in L_2(R_+,H)\},$$

с нормой

$$\|u\|_{W_2^3(R_+,H)} = \left(\|u'''\|^2_{L_2(R_+,H)} + \|A^3u\|^2_{L_2(R_+,H)}\right)^{1/2}.$$

Далее, очевидно, что из теоремы о следах [1] следует, что пространство

$$W_{2,\varepsilon}^3(R_+,H) = \{u : W_2^3 \in L_2(R_+,H), u(0) = \varepsilon u(1)\}$$

определено корректно.

Определение. Если при любом $f \in L_2(R_+;H)$ существует функция $u(t) \in W_2^3(R_+,H)$, которая удовлетворяет уравнению (1) почти всюду в R_+ и граничному условию (2) в смысле сходимости

$$\lim_{t\to+0} \|u(t) - \varepsilon u(1-t)\|_{5/2} = 0$$

и имеет место оценка

$$\|u\|_{W_2^3(R_+,H)} \leq const \|f\|_{L_2(R_+,H)},$$

то будем говорить, что задача (1), (2) регулярно разрешима.

Отметим, что аналогичная задача для операторно-дифференциальных уравнений второго порядка рассмотрены в работах [2]. Локальные и не локальные задачи для операторно-дифференциальных уравнений третьего порядка, когда краевые условия содержат линейные операторы, рассмотрены в работах [4]. В данной работе мы найдем условия на коэффициенты краевой задачи (1), (2), которые обеспечивают существование и единственность её решения при $f(t) \in L_2(R_+; H)$, а $u \in W^3_{2,\varepsilon}(R_+, H)$.

В пространстве $W^3_{2,\varepsilon}(R_+, H)$ определяем оператор

$$P_{o,\varepsilon} u = u''' + A^3 u, \quad u \in W^3_{2,\varepsilon}(R_+, H).$$

Теорема 2. Задача (1), (2) регулярно разрешима при всех ε, для которых оператор $(E - \varepsilon A)^{-1}$ обратим в H.

Литература

1. Лионс Ж.Л., Мадженес. Неоднородные граничные задачи и их приложения. Москва, «Мир», 1971, 371 с.
2. S.S. Mirzoyev, S.F.Babayeva. On a double-point boundary value problem for a second order operator-differential equation and it's application. Applied and Computational Mathematics. Appl. Comput. Math. V.16, N.3, 2017, ISSN 1683-3511, pp.148-151.
3. S.F.Babayeva. On ф solvability of a class of a boundary value Problem for an operator-differential equation in Hilbert space. Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan. Volume 43, Number, 1 , June, 2017, P. 116-123.

К ЧИСЛЕННОМУ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА В СПЕЦИАЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКАХ

Балакишиев Бабахан Баласы оглы

Бакинский Государственный Университет

Email: svurgun40@mail.ru

1. Пусть D односвязная область с кусочно-гладкой границей Г. Рассмотрим задачу Дирихле для уравнения Лапласа.

$$\Delta u = 0 \qquad \text{в} \qquad D \tag{1}$$

$$u = \varphi(s) \qquad \text{на} \qquad \Gamma \tag{2}$$

Известно, что если функция φ имеет разрыв второго рода в вершине угла, то в окрестности этой вершины справедлива асимптотическая формула (см.напр.[1]):

$$u^{(n)} \sim r^{-n},$$

где *r* –расстояние от угловой точки, *n* – порядок производной. Учитывая эту асимптотику в [2] для погрешности метода сеток в случае пятиточечной разностной схемы получена следующая оценка:

$$\delta_h = \begin{cases} O\left(h^2\right), & \text{при} \quad \alpha < 1/2, \\ O\left(h^{1/\alpha - \varepsilon}\right), & \text{при} \quad \alpha \geq 1/2, \quad \varepsilon > 0, \end{cases}$$

где $\alpha\pi$ - раствор угла.

В случае когда φ непрерывно проходит через вершины углов, для выпуклых ($\alpha<1$) углов учитывая асимптотику

$$u^{(n)} \sim r^{-(n-1)},$$

получена оценка; $\delta_h=O(h^2)$; а для вогнутых ($\alpha>1$) углов пользуясь асимптотикой

$$u^{(n)} \sim r^{1/\alpha-n} \tag{3}$$

в [3] получена следующая оценка:

$$\delta_h = O\left(h^{2/\alpha-2\varepsilon}\ r^{-1/\alpha+\varepsilon}\right). \tag{4}$$

Мы перечисляли случаи, когда граничные условия аппроксимируются таким же порядком, как и уравнение, т.е. порядком $O\left(h^2\right)$ в классе гладких решений.

В настоящей заметке рассматривается задача Дирихле в области *D*, граница Г которой состоит из отрезков параллельных координатным осям, причем эти отрезки соизмеримы; $\varphi(s)$- непрерывная функция длины дуги Г, т.е. для точного решения верна оценка (3).

2. Выберем $h_0>0$ такое, что квадратная сетка для области $\overline{D}=D\cup\Gamma$ с шагом $h, 0<h\leq h_0$ была согласованная. Множества узлов лежащих в *D* и на Г, обозначим через D_h и Γ_h, соответственно.

Рассмотрим девятиточечную разностную схему (см.[4], [5]):

$$\left.\begin{aligned} \Delta_h U_h \equiv \frac{1}{6h^2}\Big[&U_{i+1,j+1}+U_{i+1,j-1}+U_{i-1,j+1}+U_{i-1,j-1}+ \\ &+4\left(U_{i+1,j}+U_{i-1j}+U_{ij+1}+U_{ij-1}\right)-20U_{ij}\Big]=0 \quad \text{в} \quad D_h \\ U_h = \varphi_h \qquad\qquad &\qquad\qquad\qquad\qquad \text{на} \quad \Gamma_h. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Погрешность $\delta_h = u - U_h$ приближенного решения является решением задачи:

$$\left.\begin{aligned} \Delta_h\delta_h &= h^4 M_6 \quad \text{в} \quad D_h, \\ \delta_h &= 0 \quad\quad \text{на} \quad \Gamma_h, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Где M_6 - линейная комбинация шестых производных от u.

3. Пусть z_0 - произвольная угловая точка, где раствор угла равен $\alpha\pi$, границы Г и значение функции φ в точке z_0 обозначим через φ_0.

Следуя технике работы [3] исследованной для пятиточечной схемы доказывается.

__**Лемма**__. В окрестности z_0, где выполняется оценка (3) для решения разностной задачи (5) справедлива оценка.

$$U_h - \varphi_0 = O\left(r^{\gamma}\right), \tag{7}$$

где $0<\gamma\leq 1/\alpha$.

На основании Леммы и соотношений (6) учитывая оценку (3) доказывается

__**Теорема**__. Для погрешности приближенного решения задачи (6) верны оценки:

$$\delta_h = \begin{cases} O\left(h^{4-2\varepsilon} r^{-2+\varepsilon}\right) & \text{при} \quad \alpha = 1/2, \\ O\left(h^{2/\alpha-2\varepsilon} r^{-1/\alpha+\varepsilon}\right) & \text{при} \quad \alpha > 1. \end{cases} \tag{8}$$

4. **Замечание**. Полученный результат показывает, что применяя девяти точечную схему результаты Лаасонена для рассматриваемых нами областей, можно улучшить только для $\alpha = 1/2$, т.е. практических расчетах для областей с углами $\alpha > 1/2,\ \alpha \neq 1$, не следует усложнять схему. Оценки (8) также подтверждают следующий пример, аналогичный примеру Е.А.Волкова [4]. При решении с помощью девятиточечной схемы задачи Дирихле для уравнения Лапласа в секторе девятиточечной схемы задачи Дирихле для уравнения Лапласа в секторе $T_\alpha = \{0 < r < 1, |\theta| < \alpha\pi/2\}$, точным решением которой является функция $\upsilon(x, y) = r^{1/\alpha} \cos\theta/\alpha$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \arg(x + iy)$, погрешность приближенного решения, при $1/2 < \alpha \leq 2$, $\alpha \neq 1$, $0 < h \leq h_\alpha$, удовлетворяет неравенству:

$$\max_{(kh,mh)\in T_\alpha} \left|\delta_h(kh,mh)\right| > \frac{h^{1/\alpha}}{\alpha} c_0 \left|\frac{1}{\alpha} - 1\right| c_\alpha^{1/\alpha-8}$$

где k, m целые, c_0, c_α положительные постоянные, не зависящие от h.

5. <u>Численные расчеты подтверждающие справедливость оценки (7).</u>

Рассматривается задача (1) и (2) в областях с наибольшими углами $\pi/2,\ 3\pi/2$ и 2π, точным решением которой является $u(x,y) = r^{1/\alpha} sin\theta in \frac{\theta}{\alpha}$.

направлений в которых зачислены γ_j, $j = 1,2,4$. Относительно заполнения таблицы см.[5].

Литература

1. Laasonen P. Ann. Acad. Sci. Fenn AI 241,1-13 (1957)
2. Laasonen P. Ann. Acad. Sci. Fenn AI 246,1 – 19 (1957)
3. Laasonen P. Ann. Acad. Sci. Fenn AI 408,3- 16 (1967)
4. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., Ил., 1963.
5. Самарский А.А., Андреев В.Б. Разностные методы для эллиптических уравнений. М., Наука, 1976.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПОСТРОЕНИЯ ДВУСТОРОННИХ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ

Гулиева Арзу Мурад кызы, Гадирова Илаха Яхйа кызы

Бакинский Государственный Университет

arzu.quliyeva@gmail.com[1]

ilaha.qdrv@gmail.com[2]

Здесь рассматривается построение двустороннего численного метода к решению задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, который имеет следующий вид:

$$y' = f(x,y),\ y(x_0) = y_0,\ x_0 \le x \le X. \qquad (1)$$

С приближенным решением этой задачи занимались многие известные ученые, начиная с Ньютона. Цель нашего исследования заключается в построении численных методов для решения задачи (1). С этой целью предполагаем, что задача (1) имеет непрерывное решение, определенное на отрезке $[x_0, X]$, а непрерывная по совокупности аргументов функция $f(x,y)$ определена в некотором замкнутом множестве D, где имеет непрерывные частные производные до некоторого порядка p, включительно. Для исследования численного решения задачи (1), обозначим через $y(x_i)\ (i = 0,1,2,...)$ точное значение решения задачи (1) в точках x_i $(i = 0,1,2,...)$, а через y_i – приближенное значение решения задачи (1) в точках x_i.

Как известно, первый прямой численный метод для решения задачи (1) построен Леонардом Эйлером, который можно представить в виде:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n),\ n = 0,1,2,\dots. \qquad (2)$$

Последователями Эйлера был построен следующий метод:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_{n+1}, y_{n+1}),\ n = 0,1,2,\dots, \qquad (3)$$

который был назван неявным методом Эйлера, поскольку метод (2) был назван как явный метод Эйлера.

Эти методы интересны тем, что оба данных метода являются одношаговыми, устойчивыми и имеют степень $p = 1$. Как было отмечено выше метод (2) является явным, а метод (3) неявным. Используя эти свойства методов (2) и (3), можно написать:

$$\hat{y}_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n),\ y_{n+1} = y_n + hf(x_{n+1}, \hat{y}_{n+1}). \qquad (4)$$

Таким образом, для использования неявного метода (3) использован метод прогноза-коррекции. Отметим, что метод (4) можно написать с помощью следующей формулы:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n + h, y_n + hf(x_n, y_n)). \qquad (5)$$

Известно, что методы Эйлера исследованы многими авторами. Здесь метод (5) исследован как алгоритм для решения задачи (1).

Выше изложенные схемы применяли к методам трапеции и в результате получили метод:

$$y_{n+1} = y_n + h\big(f(x_n, y_n) + f(x_n + h, y_n + hf(x_n, y_n))\big)/2, \qquad (6)$$

который не совпадает с методом трапеции. Однако, метод (6) можно получить из семейства методов Рунге-Кутты второго порядка. Метод (6) также называют методом Хейнза. Отметим, что некоторые авторы при применении неявных методов предлагают использовать итерационные методы. Такая схема не улучшает использование неявных методов. Таким образом, получили, что одними из перспективных методов для решения задачи (1) являются многошаговые методы. Однако следует отметить, что в применении этих методов возникают некоторые трудности, такие как определение достоверности полученных приближенных значений вычисленных этими методами. Отметим, что точное значение решений задачи (1), всегда находится между значениями, вычисленными с помощью методов (2) и (3), что следует из равенств:

$$y(x_{n+1}) = y(x_n) + hy'(x_n) + \frac{h^2}{2!}y''(x_n) + O(h^3),\ h \to 0,$$

$$y(x_{n+1}) = y(x_n) + hy'(x_n) - \frac{h^2}{2!}y''(x_n) + O(h^3),\ h \to 0.$$

Следовательно, всегда выполняются:

$$\hat{y}_{n+1} \le y(x_{n+1}) \le y_{n+1} \text{ или } y_{n+1} \le y(x_{n+1}) \le \hat{y}_{n+1}.$$

Ədəbiyyat

1. G.Yu. Mehdiyeva, V.R. Ibrahimov, M.N. Imanova, On one generalization of hybrid methods, Proceedings of the 4th international conference on approximation methods and numerical modeling in environment and natural resources, 2011/5/23, p. 543-547.
2. G. Mehdiyeva, V. Ibrahimov, M. Imanova, On One Application of Hybrid Methods For Solving Volterra Integral Equations, World Academy of Science, Engineering and Technology 61, 2012, p. 809-813.
3. G. Mehdiyeva, V.R. Ibrahimov, M.N. Imanova, An application of mathematical methods for solving of scientific problems, British journal of applied Science technology 14(2), 2016, p.

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ТРАПЕЦИИ

Гасымов Эльмага Агагасым оглы, Мехтиева Ульвия Ширин гызы

Бакинский Государственный Университет

gasymov-elmagha@rambler.ru

Пусть $ABCD$ (рисунок 1) пространственный четырехугольник и пусть точки E и F середины отрезков AB и CD соответсвенно.

Теорема. Для того чтобы данный пространственный четырехугольник был плоской фигурой трапеции необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство:

$$EF = \frac{1}{2}(AD + BC)\,. \qquad (1)$$

Доказательство (Необходимость). Из курса геометрии знаем, что если данная фигура $ABCD$

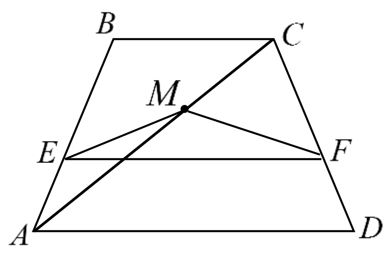


Рисунок 1.

плоская трапеция, то EF является средней линией этой трапеции и для нее имеет место равенство (1).

Доказательство (Достаточность). Теперь докажем, что если выполняется равенство (1), то пространственная фигура $ABCD$ является плоской фигурой трапеции. Точка A и C соединены и образуют треугольник ABC. Пусть плоскость (π) содержит в себе треугольник ABC. Понятно, что такая плоскость есть и единственна.

Пусть M - середина отрезка AC. Значит, EM и MF являются средними линиями треугольников ABC и ACD соответственно. Тогда

$$EM \,//\, BC,\; EM = \frac{1}{2}BC \tag{2}$$

и

$$MF \,//\, AD,\; MF = \frac{1}{2}AD. \tag{3}$$

Если точка D не лежит в плоскости (π), то полученная геометрическая фигура EMF будет треугольником и по свойству треугольника должно выпоняться неравенство

$$EF < EM + MF. \tag{4}$$

Учитывая (2) и (3) в (4), имеем:

$$EF < \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AD,$$

т.е.

$$EF < \frac{1}{2}(AD + BC). \tag{5}$$

А это противоречит равенству (1). Значит, точка D лежит в плоскости (π), чем мы и доказывали, что фигура $ABCD$ является плоской фигурой и точка D лежит на плоскости (π). Из (2) и (3) следует, что $EF \,//\, BC$ и $EF \,//\, AD$, следовательно

$$BC \,//\, AD. \tag{6}$$

Elmağa Ağaqasım oğlu Qasımov, Bakı Dövlət Universiteti, Riyaziyyat və onun tədrisi metodikası kafedrası, r.e.d., professor.

Ülviyyə Şirin qızı Mehdiyeva, Bakı Dövlət Universiteti, Riyaziyyat və onun tədrisi metodikası kafedrası, magistrant.

МЕТОДИКА ВЫВОДА ФОРМУЛЫ ГЕРОНА ДЛЯ ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА

Гасымов Эльмага Агагасым оглы, Ширинова Назирин Намик гызы

Бакинский Государственный Университет

gasymov-elmagha@rambler.ru

Пусть $ABCD$ любой плоский выпуклый четырёхугольник. И пусть $AB = m$, $BC = n$, $CD = q$, $AD = s$, где m, n, q, s -

заданные положительные числа. Квадрат площади плоского четырёхугольника вычисляется по формуле [1]

$$S_{ABCD}^{2} = (Q-m)(Q-n)(Q-q)(Q-s) -$$
$$- mnqs\cos^{2}\frac{\angle A + \angle C}{2} \qquad (1)$$

где

$$Q = \frac{1}{2}(m+n+q+s).$$

Теперь рассмотрим треугольник ABC и пусть $AB = a,\ BC = b,\ AC = c$.

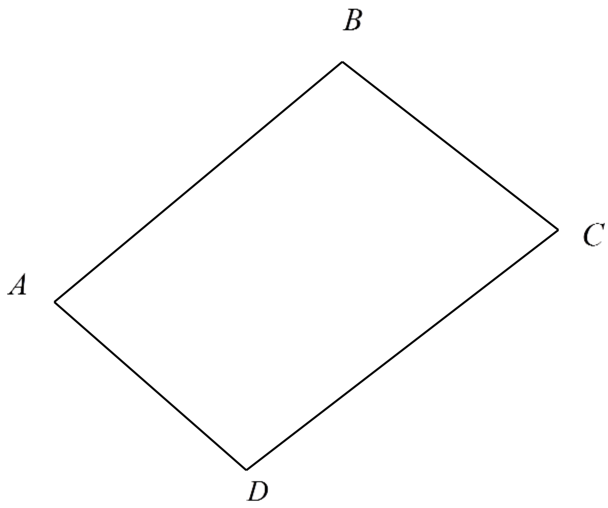


Рисунок 1.

Теорема Герона. Площадь треугольника ABC вычисляется по формуле

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \qquad (2)$$

где S - площадь треугольника ABC и

$$p = \frac{1}{2}(a+b+c).$$

Доказательство. Проведём окружность, описывающую треугольник ABC. Известно, что такая окружность существует, и она единственна. На дуге $\overset{\smile}{BC}$ берём последовательность точки D_k, так что

$$\lim_{k\to\infty} D_k = B. \qquad (3)$$

Т.е. при $k \to \infty$ последовательность точки D_k сходится к точке B. Согласно формуле (1), квадрат площади четырёхугольника ABD_kC вычисляется по формуле

$$S_k^2 = (Q_k - a)(Q_k - c)(Q_k - m_k)(Q_k - n_k) -$$
$$- acm_k n_k \cos^{2}\frac{\angle A + \angle D_k}{2}, \qquad (4)$$

где S_k – площадь четырёхугольника ABD_kC, $m_k = BD_k$, $n_k = CD_k$.

$$Q_k = \frac{1}{2}(a+c+m_k+n_k).$$

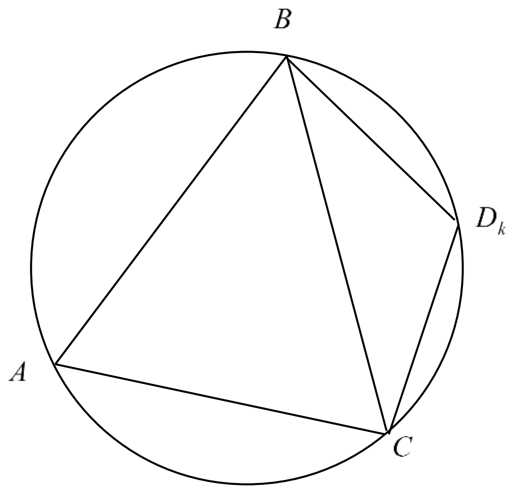


Рисунок 2.

Из вышеизложенных следует, что

$$\angle A + \angle D_k = 180^0.$$

Следовательно,

$$\cos\frac{\angle A + \angle D_k}{2} = 0. \qquad (5)$$

Учитывая (5) в (4), получаем

$$S_k^2 = (Q_k - a)(Q_k - c)(Q_k - m_k)(Q_k - n_k)\,. \qquad (6)$$

Понятно, что

$\lim_{k\to\infty} n_k = b$, $\lim_{k\to\infty} m_k = 0$,

$\lim_{k\to\infty} Q_k = P = \frac{1}{2}(a+b+c)$,

$$\lim_{k\to\infty} S_k = S = S_{ABC}\,. \qquad (7)$$

В (6) при $k \to \infty$, переходя к пределу и используя (7), получаем

$S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)\,.$

Отсюда следует справедливость формулы (2). Теорема доказана.

Литература

1. Qasımov E. A. Elementar riyaziyyat kursunun elmi əsasları. Bakı: Elm, 2016, 498 s.

ОБ ОДНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ МЕТОДА ШТЕРМЕРА

Гурбанов Исабал Али оглы, Гадирова Илаха Яхйа кызы

Бакинский Государственный Университет

aydin_aliyev66@mail.ru, *ilaha.qdrv@gmail.com*

Рассмотрим применение метода Штермера к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$y'' = F(x, y, y'),\ y(x_0) = y_0,\ y'(x_0) = y'_0,\ x_0 \le x \le X. \qquad (1)$$

Прежде чем исследовать численное решение задачи (1), рассмотрим условия, которые обычно налагаются на функцию $F(x, y, s)$ и на решение задачи (1). Предположим, что непрерывное решение задачи (1) определено на отрезке $[x_0, X]$, а непрерывная по совокупности аргументов функция $F(x, y, s)$ определена в некоторой замкнутой области, где имеет непрерывные производные до p порядка. Используя теорию интерполяционных многочленов, можно написать (см. [1]):

$$y'(x_n + \xi h) = y'_n + h\int_0^{\xi} \sum_{i=0}^{k} \nabla^i F_n dt. \qquad (2)$$

Интегрируя равенство (2) имеем:

$$y_{n+1} = y_n + hy'_n + h^2 \sum_{i=0}^{k} \alpha_i \nabla^i F_n.$$

Коэффициенты α_i - определяются в следующей форме:

$$\alpha_i = \int_0^1 d\xi \int_0^{\xi} \frac{t(t+1)\cdots(t+i-1)}{i!}dt \quad (i = 0,1,2,\ldots,k).$$

Чтобы определить значения этих коэффициентов предположим, что $\alpha_i\ (i = 0,1,2,\ldots,k)$ являются коэффициентами в разложении некоторой функции $G(t)$ в ряд Маклорена, тогда имеем

$$G(t)=\sum_{m=0}^{\infty}\gamma_m t^m=\sum_{m=0}^{\infty}(-t)^m\int_0^1\binom{-s}{m}ds=\int_0^1\sum_{m=0}^{\infty}(-t)^m\binom{-s}{m}ds=$$

$$=\int_0^1 d\xi\int_0^{\xi}(1-t)^{-s}ds=t/(1-t)\ln^2(1-t)+1/\ln(1-t). \tag{3}$$

Отсюда получим

$$(1-t)\ln(1-t)G(t)=1-t+t/\ln(1-t). \tag{4}$$

Учитывая следующее разложение

$$t/\ln(1-t)=a_0+a_1t+a_2t^2+\ldots,$$

получаем, что $\alpha_0=1,\ \alpha_1=1/12,\ \alpha_2=1/24$,

$$a_n=-a_0/(n+1)-a_1/n-a_2/(n-1)-\ldots-a_{n-1}/2 \quad (n\geq 1).$$

Таким образом, следует, что имеет место

$$-\gamma_0+(\gamma_0-\gamma_1)t+(\gamma_1-\gamma_2)t^2+\ldots+(\gamma_{n-1}-\gamma_n)t^n+\ldots=\sum_{j=0}^{\infty}a_jt^j. \tag{5}$$

После некоторых преобразований получим:

$$-\alpha_0t+(\frac{1}{2}\alpha_0-\alpha_1)t^2+\ldots+(\frac{1}{(n-1)n}\alpha_0+\ldots+\frac{1}{1\cdot 2}\alpha_{n-2}-\alpha_{n-1})t^n+\ldots=0.$$

Учитывая, что система $1,t,t^2,\ldots,t^n,\ldots$ линейно-независимая, тогда для нахождения коэффициентов α_i имеем следующую систему:

$$\alpha_0=1-a_1,\ \alpha_j=-a_{j+1}+\alpha_0/(j+1)j+\ldots+\alpha_{n-2}/2\cdot 3+\alpha_{n-1}/1\cdot 2. \tag{6}$$

С учетом этих коэффициентов можно построить явные методы. Отметим, что аналогичным образом можно получить подобные равенства для неявных методов.

Литература

1. I.S. Berezin, N.P. Zhidkov, Computing methods, Moscow, Fiz. Mat. Publish. 1959, 620 p.
2. G.Yu. Mehdiyeva, V.R. Ibrahimov, M.N. Imanova, Application of the hybrid method with constant coefficients to solving the integro-differential equations of first order, AIP Conference Proceedings, 2012/11/6, p. 506-510.
3. G.Yu. Mehdiyeva, V.R. Ibrahimov, M.N. Imanova, On One Application of Hybrid Methods For Solving Volterra Integral Equations, World Academy of Science, Engineering and Technology 61 2012, p. 809-813.
4. G.Yu. Mehdiyeva, V.R. Ibrahimov, M.N. Imanova, On the construction test equations and its Applying to solving Volterra integral equation, Mathematical methods for information science and economics, Montreux, Switzerland, 2012/12/29, p. 109-114.

О НЕРАВЕНСТВЕ ХАРНАКА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ, ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ НА ЧАСТИ ОБЛАСТИ

Гусейнов Сарван Тахмаз оглы, Алиев Мушфиг Джалал оглы, Алиев Сахиб Али оглы
Бакинский Государственный Университет, Нахчиванский Государственный Университет
sarvanhuseynov@rambler.ru

Рассмотрим в области $D \subset R^n$, $n \geq 2$ эллиптическое уравнение

$$Lu = div(\omega\ (x)a(x)\,|\,\nabla u\,|^{p(x)-2}\ \nabla u) + b(x)\nabla u = 0 \tag{1}$$

с двухфазным кусочно-постоянным показателем $p(x)$ и неотрицательным весом $\omega(x)$, которые определим ниже. Здесь $a(x) = \{a_{ij}(x)\}$, действительная симметрическая матрица с измеримыми элементами. Предположим,что относительно коэффициентов оператора L выполнены условия

$$\mu|\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij}(x)\xi_i\xi_j \leq \mu^{-1}|\xi|^2, \mu \in (0,1]. \tag{2}$$

и

$$|b| = (\sum_{i=1}^{n} b_i^{\ 2})^{1/2} \in L_p(D),\ p > n\ . \tag{3}$$

Предполагается, что область D разделена гиперплоскостью $\Sigma = \{x : x_n = 0\}$ на части $D^{(1)} = D \cap \{x : x_n > 0\}$ и $D^{(2)} = D \cap \{x : x_n < 0\}$. При этом

$$\omega(x) = \begin{cases} \omega_1(x),\ если\quad x \in D^{(1)} \\ \omega_2(x),\ если\quad x \in D^{(2)}, \end{cases} \qquad \varepsilon \in (0,1], \tag{4}$$

$$p(x) = \begin{cases} q,\quad если\quad x \in D^{(1)}, \\ p,\quad если\quad x \in D^{(2)}, \end{cases} \quad 1 < q < p. \tag{5}$$

каждая из весовых функций $\omega_i(x)$ четна относительно гиперплоскости Σ. Кроме того предпологается ,что $\omega_1(x)$ принадлежит A_q-классу Макенхаупта, а $\omega_2(x)$ A_p-классу Макенхаупта. Напомним ,что вес $\omega(x)$,определённый в R^n, удовлетворяет условию A_s-условию Макенхаупта ,если

$$\sup\left(\frac{1}{|B|}\int_B \omega(x)dx\right)\left(\frac{1}{|B|}\int_B \omega^{-\frac{1}{s-1}}(x)dx\right)^{s-1} < \infty,\ 1 < s < \infty,$$

где супремум берется по всем шарам $B \subset R^n$.

Для определения решения уравнения (1) введем класс функций, связанный с показателем $p(x)$:

$$W_{loc}(D) = \{u : u \in W_{loc}^{1,1}(D), |\nabla u|^{p(x)} \in L_{loc}^1(D)\},$$

где $W_{loc}^{1,1}(D)$ -Соболевское пространство функций, локально суммируемых в D вместе с обобщенными производными первого порядка.

Под решением уравнения (1) понимается функция $u \in W_{loc}(D)$, удовлетворяющая интегральное тождество

$$\int_D \omega(x) a(x) |\nabla u|^{p(x)-2} \nabla u \cdot \nabla \varphi dx = 0 \qquad (4)$$

на пробных функциях $\varphi \in C_0^\infty(D)$.

Для показателя $p(\cdot)$, заданного равенством (3), гладкие функции плотны в $W_{loc}(D)$ (см. [1]), вследствие чего в интегральном тождестве (4) в качестве пробных функций можно брать финитные функции из $W_{loc}(D)$.

В работе [2] было показано, что классическое неравенство Харнака для решений уравнения (1), в котором $\varepsilon = 1$ и $p < q$, не имеет места. Данное неравенство нарушается в шарах B_R с центром на гиперплоскости Σ. Для формулировки полученного в [1] результата обозначим через $B_{\bar{R}}$ будем обозначать множество $\{x \in B_R : x_n < -R/2\}$. Установлено, что если u есть неотрицательное решения уравнения (1) в шаре $B_{8R} \subset D$ с центром на гиперплоскости Σ, то в концентрическом шаре B_R радиуса R справедливо неравенство

$$\inf_{B_R} u + R \geq C(n, p, q, \mu, |b|) \sup_{B_{\bar{R}}} u . \qquad (5)$$

Настоящее сообщение посвящено установлению неравенства Харнака вида (5) с постоянной C, не зависящей от ε. Основной результат состоит в утверждении.

Теорема. Если u есть неотрицательное решение уравнения (1) в шаре $B_{8R} \subset D$ с центром на гиперплоскости Σ, то в концентрическом шаре B_R радиуса R справедливо неравенство (5), в котором постоянная C зависит только от n, p, q, μ, $|b|$.

Литература

1. Гусейнов С.Т. Неравенства Харнака для решений p-Лапласиана с частично макенхаунтовым весом, Диф. уравнения, Т.53, N.5, (2017), 653-664.

2.Serrin J., Local behavior of solutionsof quasilinear elliptic equations, Acta Mathematica, V.111, (1964), pp.247-302.

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

Гусейнова Афаг Физули кызы, Нахметова Зюмруд Садиг кызы

Бакинский Государственный Университет

huseynova.bsu@gmail.com, ***zumrudzahid93@gmail.com***

Современные проблемы естествознания приводят к необходимости обобщения классических задач математической физики, а также к постановке качественно новых задач, к которым можно отнести нелокальные задачи для дифференциальных уравнений. Нелокальными называют условия, связывающие значения решения (и, возможно, его производных) во внутренних областях или в точках границы и в каких-либо внутренних точках. Среди нелокальных задач большой интерес представляют задачи с интегральными условиями. Нелокальные интегральные условия описывают поведение решения во внутренних точках области в виде некоторого среднего. Такого рода интегральные условия встречаются при исследовании физических явлений в случае, когда граница области протекания процесса недоступна для непосредственных измерений. Примером могут служить задачи, возникающие при исследовании диффузии частиц в турбулентной плазме [1], процессов распространения тепла [2, 3], процесса влагопереноса в капиллярно-простых средах [4], а также при исследовании некоторых обратных задач математической физики.

Работа посвящена актуальной проблеме раздела дифференциальных уравнений с частными производными - задаче с нелокальным интегральным условием. Исследование таких задач представляет интерес так с точки зрения развития общей теории дифференциальных уравнений с частными производными, так и с точки зрения приложений в математическом моделировании различных процессов.

Рассмотрим для уравнения

$$u_{tt}(x,t)+u_{xx}(x,t)=a(t)u(x,t)+f(x,t) \tag{1}$$

в области $D_T=\{(x,t):0<x<1, 0<t<T\}$ краевую задачу с граничными условиями

$$u(x,0)=\varphi(x), \quad u_t(x,T)=\psi(x) \quad (0\le x\le 1), \tag{2}$$

$$u(0,t)-\beta u(1,t)=0 \quad (0\le t\le T)\ , \tag{3}$$

с неклассическим краевым условием

$$\int_0^1 u(x,t)dx=0 \ \ (0\le t\le T) \tag{4}$$

где $\beta\ne\pm1$- заданное число, $f(x,t),\ \varphi(x),\ \psi(x),\ a(t)$- заданные функции, а $u(x,t)$-искомая функция.

Определение*. Под классическим решением задачи (1)-(4) понимаем функцию* $u(x,t)$ *непрерывную в замкнутой области* $\overline{D}_T$ *вместе со всеми своими производными, входящими в уравнение (1) и удовлетворяющую условиям (1)-(4) в обычном смысле.*

Предположим, что данные задачи (1)-(4), удовлетворяют следующим условиям:

1. $\varphi(x)\in C^2[0,1],\ \varphi'''(x)\in L_2(0,1)$ и

$$\varphi(0)=\beta\varphi(1)\ ,\varphi'(0)=\varphi'(1),\varphi''(0)=\beta\varphi''(1)\ (\beta\ne\pm1).\int_0^1\varphi(x)dx=0\,,$$

2. $\psi(x)\in C^1[0,1],\ \psi''(x)\in L_2(0,1)$ и $\psi(0)=\beta\psi(1)\ ,\psi'(0)=\psi'(1)\ (\beta\ne\pm1).$

3. $f(x,t),\ f_x(x,t)\in C(D_T),\ f_{xx}(x,t)\in L_2(D_T)$ и $f(0,t)=\beta f(1,t),\ f_x(0,t)=f_x(1,t)$,

$$\int_{0}^{1} f(x,t)dx = 0 \quad (0 \le t \le T).$$

Сначала рассматривается вспомогательная краевая задача и доказывается ее эквивалентность (в определенном смысле) к исходной задаче. Для исследования вспомогательной краевой задачи сначала используется метод разделения переменных. После применения формальной схемы метода разделения переменных решение прямой краевой задачи сводится к решению задачи с неизвестными коэффициентами. После этого решение задачи сводится к решению некоторой счетной системы интегро-дифференциальных уравнений относительно неизвестных коэффициентов. В свою очередь, последняя система относительно неизвестных коэффициентов записывается в виде одного интегро-дифференциального уравнения относительно искомого решения. Таким образом, решение вспомогательной обратной краевой задачи сводится к системе интегро-дифференциальных уравнений. Строится конкретное банахово пространство. Далее, в шаре из построенного банахова пространства с помощью сжатых отображений доказывается разрешимость системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, которая также является единственным решением вспомогательной обратной краевой задачи. С использованием эквивалентности задач доказывается существование и единственность классического решения исходной задачи.

Литература

1. Самарский, А.А. О некоторых проблемах теории дифференциальных уравнений // Диф. уравнения. – 1980. – Т. 16, № 11. – Р. 1925–1935.
2. Cannon, J.R. The solution of the heat equation subject to the specification of energy / // Quart. Appl. Math.. – 1963. – Vol. 5, № 21. – P. 155–160.
3. Ионкин, Н.И. Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием // Диф. уравнения. – 1977. – Т. 13, № 2. – Р. 294–304.
4. Нахушев, А.М. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приближения к динамике померенной влаги и грунтовых вод .Диф. уравнения. – 1982. – Т. 18, № 1. – С. 72–81.

НЕСТАНДАРТНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Гашимова Тарана Энвер кызы, Джавадова Севиль Яшар кызы

Бакинский Государственный университет

sevilcavadova240@gmail.com

Математика является фундаментальной наукой, которая имеет огромное применение в различных областях жизни. Вопросы обучения математики связанны с поисками различных методов решение задач. В связи с внедрением в образование национальной программы «Куррикулум», предусматривается помимо развития навыков решения учащихся, также развитие математического мышления, а это невозможно без привития учащимся навыков решения. Наряду с традиционными методами решений в некоторых случаях требуется использование нестандартных или необычных методов для решения сложных задач. В данной статье рассматриваются необычные методы решений в математике, которые помогают развить творческое мышление и привнести новые подходы к решению проблем.

Решение уравнений является одной из основных задач математики. Несмотря на то, что существует множество традиционных методов решения уравнений, иногда требуется применять нестандартные подходы для нахождения решения. Нестандартные методы решения уравнений предлагают новые способы подхода к задаче и могут быть полезными при решении сложных или нетипичных уравнений. Одним из нестандартных методов является - решение алгебраических задач методами, основанными на наглядных геометрических интерпретациях. Использование векторного метода является «панацеей» при решении многих планиметрических и стереометрических задач. Используем этот способ для решения алгебраических задач.

Задача 1. Рассмотрим уравнение $12\sqrt{x}+5\sqrt{9-x}=39$. Введем векторы $\vec{a}(12;5),\ b\left(\sqrt{x};\sqrt{9-x}\right)$. Скалярное произведение векторов запишем следующим образом

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=12\sqrt{x}+5\sqrt{9-x}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a}\wedge\vec{b}\right)$$

$$|\vec{a}|=\sqrt{12^2+5^2}=13$$

$$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{\left(\sqrt{x}\right)^2+\left(\sqrt{9-x}\right)^2}=\sqrt{x+9-x}=\sqrt{9}=3.$$

Подставляем и приравниваем правые части равенств. Получается

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=13\cdot 3\cos\left(\vec{a}\wedge\vec{b}\right)=39\cos\left(\vec{a}\wedge\vec{b}\right).$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=12\sqrt{x}+5\sqrt{9-x},$$

также, по условию, знаем, что

$$12\sqrt{x}+5\sqrt{9-x}=39.$$

Приравниваем

$$39\cos\left(\vec{a}\wedge\vec{b}\right)=39,$$

$$\cos\left(\vec{a}\wedge\vec{b}\right)=1.$$

Мы видим, что косинус угла между двумя заданными векторами равен единице, то есть векторы сонаправленны (имеют одинаковое направление). Соответственно, их одноименные координаты прямопропорциональны, то есть

$$\frac{\sqrt{x}}{12}=\frac{\sqrt{9-x}}{5}.$$

Отсюда

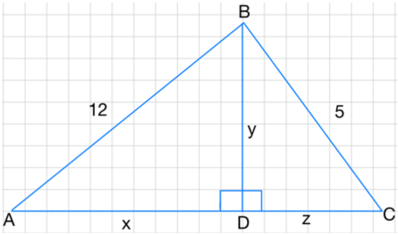
$$x = \frac{1296}{169}.$$

Представим следующий метод решения алгебраических задач с помощью наглядных геометрических интерпретаций.

Задача 2. Найдите наименьшее значение суммы $xy + yz$ для положительных чисел x, y, z, если

$$x^2 + y^2 = 144\, y^2 + z^2 = 25 = xz.$$

Решение. Воспользуемся обратной теоремой Пифагора.



Получается, что x, y являются катетами, а 12 гипотенузой треугольника ABD,Δ аналогично y и z являются катетами, а 5 гипотенузой треугольника BDC. По третьему условию задачи $y^2 = xz$, тогда по обратной теореме Пифагора $\angle ABC = 90^0$. Тогда сумма

$$xy + yz = y(x+z).$$

Из последнего равенства

$$y(x+z) = 2S(ABC).$$

Тогда

$$xy + yz = 2S(ABC) = 60^0.$$

Литература

1. Кордемский Б.А. Увлечь школьников математикой. Москва: «Просвещение», 1981.
2. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. Москва, 1954.
3. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Александрова Л.А., Шварцбург С.И. Математика. Москва: «Просвещение», 1977.

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА РАССЕЯНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ПОЛУОСИ

Искендеров Низамеддин Ширин оглы, Алиева Нилуфер Ганбар кызы

Bakı Dövlət Universiteti

nizameddin_isgenderov@mail.ru, nilufermahmudova@mail.ru

Рассмотримна полуоси $x \geq 0$ систему уравнений вида

$$-i\frac{dy_k(x)}{dx} + \sum_{j=1}^{4} c_{kj}(x) y_j(x) = \lambda \xi_k y_k(x) \tag{1}$$

$k = \overline{1,4}$, $\xi_1 > \xi_2 > 0 > \xi_3 > \xi_4$, λ - спектральный параметр, $i^2 = -1$ где, $c_{kj}(x)$ - измеримые комплекснозначные функции, удовлетворяющие условиям:

$$\left| c_{kj}(x) \right| \leq C(1 + |x|^2)^{-1}, \quad k, j = \overline{1,4}. \tag{2}$$

На полуоси рассмотрено две задачи:

Первая задача

$$\begin{cases} y_1^1(x,\lambda) = A_1 e^{i\lambda\xi_1 x} + 0(1), \\ y_2^1(x,\lambda) = A_2 e^{i\lambda\xi_2 x} + 0(1), \end{cases} \qquad x \to +\infty \tag{3}$$

$$\begin{cases} y_3^1(0,\lambda) = y_1^1(0,\lambda) + y_2^1(0,\lambda), \\ y_4^1(0,\lambda) = y_1^1(0,\lambda). \end{cases} \tag{4}$$

Вторая задача

$$\begin{cases} y_1^2(x,\lambda) = A_1 e^{i\lambda\xi_1 x} + 0(1), \\ y_2^2(x,\lambda) = A_2 e^{i\lambda\xi_2 x} + 0(1), \end{cases} \qquad x \to +\infty \tag{5}$$

$$\begin{cases} y_3^2(0,\lambda) = y_2^2(0,\lambda), \\ y_4^2(0,\lambda) = y_1^2(0,\lambda) + y_2^2(0,\lambda). \end{cases} \tag{6}$$

Совместное рассмотрение этих двух задач, т.е. (3)-(4) и (5)-(6) называется задачей рассеяния на полуоси.

При заданных условиях задача рассеяния на полуоси имеет следующую асимптотику

$$\begin{aligned} y_3^k(x,\lambda) &= B_3^k e^{i\lambda\xi_3 x} + 0(1), \\ y_4^k(x,\lambda) &= B_4^k e^{i\lambda\xi_4 x} + 0(1), \qquad x \to +\infty. \end{aligned} \tag{7}$$

Тогда можно определить матриц функции

$$S^k(\lambda)\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_3^k \\ \mathbf{B}_4^k \end{pmatrix}, \quad k = 1,2.$$

$S(\lambda) = (S^1(\lambda), S^2(\lambda))$ - называется матрицей рассеяния на полуоси.

С помощью двенадцать интегральных представлений изучаются свойства элементов матрицы рассеяния. При условии отсутствия сингулярных чисел доказывается обратимость матрицы рассеяния и ее главных миноров.

Используя аналитическую факторизацию элементов матрицы рассеяния решается обратная задача рассеяния на полуоси. Решение обратной задачи рассеяния на полуоси сводится к задаче рассеяния на всей оси [1].

Литература

1. В.Е.Захаров, С.В.Манаков, С.П.Новиков, П.П.Пита-евский. Теория солитонов: Метод обратной задачи, Москва, 1980, 320 стр.

О ПРИВЕДЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ К ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Гамлет Фарман Кулиев*, Тюнзаля М.Гусейнова*

Бакинский Государственный Университет,

Азербайджанский Государственный Педагогический Университет

hamletquliyev51@gmail.com, htunzale_bsu@mail.ru

Пусть процесс описывается системой дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - A\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \upsilon(x)\frac{\partial u}{\partial x} = f(x,t) \tag{1}$$

в области $Q=(0;l)\times(0;T)$, где $u=[u_1(x,t),u_2(x,t)]'$ - вектор-функция, A-постоянная, положительно-определенная диагональная матрица второго порядка, $f(x,t)\in(L_2(Q))^2$, $\upsilon(x)\in V=\left\{\upsilon(x):\upsilon(x)\in W_2^1[0,l],|\upsilon(x)|\le M,\left|\frac{d\upsilon(x)}{dx}\right|\le M \text{ п.в.на } [0,l]\right\}$, M-заданное положительное число.

Пусть

$$u(x,0)=\varphi_0(x),\quad \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\varphi_1(x),\quad 0\le x\le l, \tag{2}$$

$$u(0,t)=0,\quad u(l,t)=0,\quad 0\le t\le T, \tag{3}$$

где $\varphi_0(x)\in\left(\overset{0}{W}{}_2^1[0,l]\right)^2$, $\varphi_1(x)\in(L_2[0,l])^2$ заданные вектор-функции.

Если функция $\upsilon(x)$ задается, тогда легко доказывается, что задача (1)-(3) имеет единственное обобщенное решение из $(W_{2,0}^1(Q))^2$.

Есл $\upsilon(x)$ неизвестная функция, то для определения $\upsilon(x)$, зададим дополнительное условие

$$\int_0^T\langle K(x,t),u(x,t)\rangle dt=\chi(x),\quad 0\le x\le l, \tag{4}$$

где $\chi(x)\in\overset{0}{W}{}_2^1[0,l]$, $K(x,t)\in(L_\infty(Q))^2$-заданные функции, $\langle\cdot,\cdot\rangle$-скалярное произведение векторов из R_2.

Эту задачу приведем к следующий задаче оптимального управления: найти такую функцию $\upsilon(x)\in V$, которая минимизирует функционал

$$J(\upsilon)=\frac{1}{2}\int_0^l\left[\int_0^T\langle K(x,t),u(x,t;\upsilon)\rangle dt-\chi(x)\right]^2dx\to\min, \tag{5}$$

вместе с решением краевой задачи (1)-(3).

Между задачами (1)-(4) и (1)-(3), (5) существует тесная связь: если $\min\limits_{\upsilon\in V} J(\upsilon)=0$, тогда дополнительное условие (4) выполняется.

В работе доказана теорема существования оптимального управления и выведено необходимое условие оптимальности в виде вариационного неравенства.

Литература

1. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009.457с

2. Г.Ф.Кулиев, В.Н.Насибзаде. Обратная задача об определении правой части уравнения колебаний струны // Вестник Бакинского Университета, Серия физико-математических наук, 2016, №2, с.19-28
3. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973, 408 с.
4. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972, 416 с.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ УПРОЩЕНИЯ РАСЧЕТА СОСТАВНОГО ЭЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦИИ

Мамедов Халид Биннат оглы, Гусейнов Искендер Бахтияр оглы

Бакинский Государственный Университет

iskendershakh@gmail.com

В качестве составного элемента конструкции в данном случае имеется в виду оболочечные элементы взаимодействующие с другими элементами конструкции. Тех элементов, через которых оболочки присоединяются с другими элементами конструкции назовём основаниями. При исследовании напряжённо-деформированного состояния таких элементов конструкции предлагались разные модели. Наиболее простой моделью является модель, основанная на гипотезе Винклера-Фусса, называемая моделью коэффициента постели, согласно которой прогиб деформируемого основания в некоторой точке поверхности контакта прямо пропорционален давлению в этой точке. Модель Винклера-Фусса можно интерпретировать как систему не связанных между собой пружин с линейными характеристиками.

П.Л.Пастернаком предложена модель основания с двумя упругими характеристиками, расчётная схема которого представляет систему пружин, связанных поперечными связями и учитывающих сдвиги в основании. В.З.Власов предложил модель основания, представляющая собой деформируемый слой, подчиняющийся определённым ограничениям [1].

Благодаря своей простоте, описанные модели нашли широкое применение в расчётной практике, однако они являются весьма приближёнными, не позволяют определить напряжённо-деформированного состояния самих оснований, что во многих случаях представляется весьма важным. В указанных моделях во многих случаях отсутствует простая и явная связь коэффициентов постели от упругих и геометрических параметров оснований.

В этой связи возникла необходимость в постановке и решении задач взаимодействия тонкостенных элементов с телами, описываемыми соотношениями теории упругости.

Решение задач взаимодействия деформируемых тел в этом случае сводится прежде всего к интегрированию сложной и громоздкой системы разрешающих уравнений для оснований. Поэтому во многих случаях для упрощения задачи, удовлетворяя требованиям достижения приемлемой для практики точности расчётов, прибегают к различным приближённым моделям.

Для расчета оболочечных элементов конструкции в работе [2] была предложена приближённая модель взаимодействия тонких оболочек с кусочно-непрерывными деформируемыми основаниями, расположенными на одной из лицевых поверхностей оболочки.

После этого для более корректной постановки и более точного решения была поставлена задача контактного взаимодействия для тонких оболочек, взаимодействующие с деформируемыми упругими основаниями. В пределах этой постановки из обобщённого вариационного принципа предложенного В.Н.Паймушинным [3] из условия стационарности составленного функционала были получены все разрешающие соотношения для рассматриваемого элемента сложной структуры и в том числе контактные условия взаимодействия элементов конструкции.

Несмотря на то, что этот подход позволяет более точно исследовать напряжённо-деформированного состояния элементов сложной структуры, возможны случаи когда указанную постановку можно упростить.

Другими словами, когда оболочка взаимодействует с основаниями в виде узких тонких полос, расположенных вдоль контура указанную задачу можно упростить.

Она основана на приведении контактных усилий взаимодействия между оболочкой и основаниями к системе эквивалентных контурных нагрузок, действующих на граничный срез оболочки. Естественные краевые условия на кромках $\alpha^1 = \alpha_a^1 \left(\alpha_b^1\right)$ оболочки в отличие от [2,3] имеют вид :

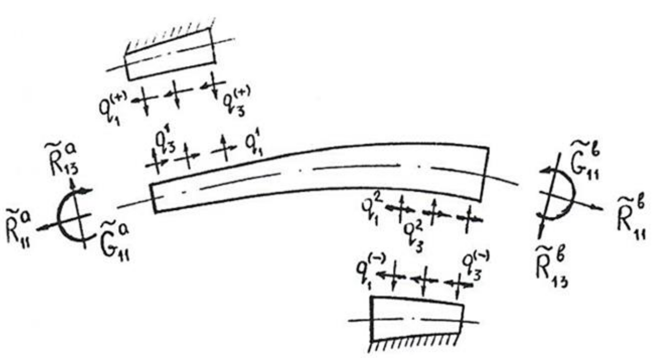
$T_{11} = R_{11} + \tilde{R}_{11}$ при $\delta u_1 \neq 0$; $T_{13} = R_{13} + \tilde{R}_{13}$ при $\delta w \neq 0$;

$M_{11} = G_{11} + \tilde{G}_{11}$ при $\delta \gamma_1 \neq 0$; $M_{13} = G_{13} + \tilde{G}_{13}$ при $\delta \gamma \neq 0$;

Здесь $\tilde{R}_{11} = -\mu \sum\limits_{k=1}^{2} \int\limits_{s_{a_k}^1}^{s_{b_k}^1} q_1^k \, ds_1$, $\tilde{R}_{13} = \mu \sum\limits_{k=1}^{2} \int\limits_{s_{a_k}^1}^{s_{b_k}^1} q_3^k \, ds_1$, $\tilde{G}_{11} = \mu \int\limits_{s_{a_k}^1}^{s_{b_k}^1} \left[\delta_k \, h q_1^k - \left(s_1 - s_0^1\right) q_3^k\right] ds_1$,

$\tilde{G}_{13} = \mu \sum\limits_{k=1}^{2} \int\limits_{s_{a_k}^1}^{s_{b_k}^1} \delta_k \, h q_3^k \, ds_1$, где

$\mu = 1$ при $s_0^1 = s_a^1$, $\mu = -1$ при $s_0^1 = s_b^1$, $\left(s_{b_k}^1 - s_{a_k}^1\right) / \left(s_b^1 - s_a^1\right) << 1$



В отличии от контактной постановки задачи, указанное упрощение задачи в следствии стационарности обобщённого функционала кроме уравнений для каждого взаимодействующего элемента, полученные краевые условия для оболочки содержат при себе помимо внешнего контурного нагружения, приведённые к контуру оболочки усилия и моменты, обусловленные влиянием упругих оснований на механику деформирования оболочки.

Литература

1. Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. М.: Физматгиз, 1960. - 491 с.
2. Паймушин В.Н., Фирсов В.А. Об одном способе математического описания и решения краевых задач механики деформирования оболочек, лежащих на сплошном или дискретном упругом основаниях // Проблемы машиностроения. – Киев: Наукова думка, 1982. - Вып. 16. - С. 18-23.
3. Паймушин В.Н. Вариационная постановка задач механики составных тел кусочно-однородной структуры // Прикладная механика, 1985. – Т. 21, № 1. – С. 27-34.

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ОДНОГО КЛАССА ОПЕРАТОРНЫХ ФУНКЦИЙ

Масимова Хиджран Сабир кызы
Бакинский Государственный Университет
aliakhmedov@rambler.ru, functionalanaliz@mail.ru

Как известно, спектральная теория самосопряженных, а также нормальных операторов достаточно хорошо известна и имеет многочисленные приложения в конкретных задачах.

Работа посвящена исследованию полноты и в некоторых случаях базисности системы собственных и присоединенных элементов полиномиальных и рациональных оператор-функций, действующих в гильбертовом пространстве. Главные части таких оператор-функций являются компактными спектральными (или скалярного типа) операторами в некоторой натуральной степени.

Важным является следующая

Лемма 1. Пусть оператор T действует в гильбертовом пространстве H и T^m является компактным спектральным оператором при некотором m и все различные собственные значения $\lambda_j \quad (j=1,2,\ldots)$ оператора T, которые начиная с j_0 простые. Кроме того, пусть $P_j \quad (j=1,2,\ldots)$- соответствующий собственный проектор оператор T^m, то в подпространстве $\bigcup\limits_{j=j_0}^{\infty} E(\lambda_J)\mathrm{H}$ для любого $p \quad (p=1,2,\ldots,m-1)$ оператор T^p представим в виде

$$T^p = \sum_{j=j_0}^{\infty} \lambda_j^p \left(\sum_{i=1}^{m} \alpha_i^p E_{ji} \right) P_j,$$

где $\alpha_i^m = 1, \qquad E_{ji}E_{jl} = \delta_{il}E_{ji}, \qquad P_j = \sum_{i=1}^{m} E_{ji}.$

Эта лемма является обобщением известной леммы из работы $[1]$, где в отличие от настоящей, оператор T^m был взят компактным спектральным оператором скалярного типа.

Интересна следующая лемма.

Лемма 2. Пусть T^m-компактный спектральный оператор скалярного типа при некотором натуральном m и $\overline{T(H)} = H$. Кроме того, пусть все характеристические числа оператора T за исключением, быть может, конечного числа, лежат на лучах $\arg z = \alpha_k$ ($k = 1,2,\ldots,k_0$)и $S -$компактный оператор.

Тогда при достаточно малом $\varepsilon > 0$ в углах $G_\varepsilon^{(k)}$:

$$\alpha_{k-1} + \varepsilon < \arg z < \alpha_k - \varepsilon \quad (\quad k = 1,2,\ldots,k_0 \ )$$

справедливо соотношение

$$\lim_{|\lambda| \to \infty} \left\| S(I - \lambda T)^{-1} \right\| = 0 .$$

Теперь рассмотрим оператор-функцию

$$T_1(\lambda) = \sum_{k=0}^{n-1} \lambda^k A_k T^k + \lambda^n T^n$$

в гильбертовом пространстве H.

С помощью этой леммы доказывается следующая важная теорема.

Теорема. Пусть T^n является компактным спектральным оператором скалярного типа $\overline{T(H)} = H$ и A_k $(k = 0,1,\ldots,n-1)$ - некоторые компактные операторы. Если характеристические числа оператора T распределены, как и в лемме 2. и T^n-оператор порядка p, то для резольвенты $(I - T_1(\lambda))^{-1}$верны утверждения:

1) Для любого ε $\left(0 < \varepsilon < \dfrac{\pi}{2n}\right)$ найдется $R > 0$ такое, что во всех точках λ с $|\lambda| \geq R$ в области $\bigcup_{k=1}^{n} G_\varepsilon^{(k)}$ ($G_\varepsilon^{(k)}$ множества из леммы 2.) резольвента $(I - T_1(\lambda))^{-1}$ограниченно-обратим и

$$\sup_{\lambda \in G_\varepsilon;\ |\lambda| \geq R} \left\| \left(I - T_1(\lambda)^{-1}\right) \right\| < \infty,$$

где $G_\varepsilon = \bigcup_{k=1}^{n} G_\varepsilon^{(k)}$;

2) Все характеристические числа оператор-функции $T_1(\lambda)$, за исключением, быть может, конечного числа, лежат во множестве $F_\varepsilon = \mathbb{C} \setminus G_\varepsilon$, где C- комплексная плоскость.

3) Резольвента $(I-T_1(\lambda))^{-1}$ является мероморфной оператор-функцией порядка np и минимального типа при порядке np.

Теперь исследуя поведения резольвенты оператор-функцию

$$T_2(\lambda)=\sum_{k=0}^{n-1}\lambda^k T^{\alpha k} A_k T^{(1-\alpha)k}+\lambda^n T^n, \qquad (0<\alpha<1),$$

действующую в гильбертовом пространстве H.

Доказана.

Лемма 3. Пусть T^n и T^α является компактными спектральными операторами скалярного типа, $\overline{T(H)}=H$ и характеристические числа оператора T лежат внутри конечного числа полос в комплексной плоскости. Если A_k $(k=0,1,\ldots,n-1)$– произвольные компактные операторы, то резольвента $(I-T_2(\lambda))^{-1}$ при достаточно больших $|\lambda|$ ограничена на всех лучах комплексной плоскости, которые не лежат целиком внутри полос, где лежат характеристические числа оператора T^n.

Для доказательства этой леммы, как и прежде существенно используется лемма 2.

Отметим, что важные спектральные свойства оператор-функции $T_2(\lambda)$ впервые были изучены Дж.Э.Аллахвердиевым в случае, когда $T-$ полный самосопряженный оператор, A_k - компактные операторы.

Литература

1. *Аллахвердиев Дж.Э., Ахмедов А.М. Некоторые классы обобщенных спектральных операторов и их приложения.-Мат.сборник, 1989,т.180, №5, стр.603-624.*
2. Масимова Х.С. Исследование вопросы полноты и базисности одного класса операторных пучков. Канд.диссерт., Баку, 2003.

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ БУССИНЕСКА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Мегралиев Яшар Топуш оглы, Гусейнов Али Мафтун оглы

Бакинский Государственный Университет,

yashar_aze@mail.ru, elihuseynov1101@gmail.com

В последнее время уделяется большое внимание изучению различных эволюционных уравнений, описывающих волновые процессы в средах с дисперсией. Одним из них является уравнение Буссинеска, выведенное автором в [1] и описывающее распространение длинных волн на мелкой воде. Это уравнение интересно как с физической, так и с математической точки зрения.

В предлагаемой работе рассмотрена краевая задача с нелокальными условиями для уравнения Буссинеска четвёртого порядка.

Рассмотрим для уравнения [1].

$$u_{tt}(x,t)-2\alpha u_{txx}(x,t)+\beta u_{xxxx}(x,t)=a(t)u(x,t)+f(x,t) \tag{1}$$

в области $D_T=\{(x,t):\ 0<x<1,\ \ 0<t<T\}$ краевую задачу с нелокальными условиями

$$u(x,0)=\varphi(x)+\int_0^T p_1(t)u(x,t)dt, u_t(x,0)=\psi(x)+\int_0^T p_2(t)u(x,t)dt\ \ (0\le x\le 1), \tag{2}$$

граничными условиями

$$u_x(0,t)=0, u_x(1,t),=0, u_{xxx}(0,t)=0\ \ (0\le t\le T), \tag{3}$$

нелокальным интегральным условием

$$\int_0^1 u(x,t)dx=0\ \ (0\le t\le T), \tag{4}$$

Где $\alpha>0, \beta>\alpha^2$ заданные числа , $f(x,t)$, $a(t)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$, $p_i(t)\ (i=1,2)$ заданные функции, а $u(x,t)$-искомая функция.

Определение. Под классическим решением задачи (1)-(4) понимаем функцию $u(x,t)$, непрерывную в замкнутой области $\overline{D}_T$ вместе со всеми своими производными, входящими в уравнение (1) и удовлетворяющую условиям (1)-(4) в обычном смысле.

Наряду с краевой задачей (1)- (4) рассмотрим следующую вспомогательную краевую задачу: Требуется определить функцую $u(x,t)\in\tilde{C}^{(4,2)}(\overline{D}_T)$, из соотношений (1)-(3) и

$$u_{xxx}(1,t)=0\ \ (0\le t\le T), \tag{5}$$

где

$$\tilde{C}^{(4,2)}(D_T)=\left\{u(x,t): u(x,t)\in C^2(D_T), u_{txx}(x,t), u_{xxx}(x,t), u_{xxxx}(x,t)\in C(D_T)\right\}.$$

Доказывается следующая

Теорема1. Пусть $f(x,t)\in C(DT)$, $\varphi(x),\psi(x)\in C[0,1]$, $p_i(t)\in C[0,T]$ $(i=1,2)$,

$\int_0^1 f(x,t)dx=0$, $(0\le t\le T)$, $\left(T\|p_2(t)\|_{C[0,T]}+\|p_1(t)\|_{C[0,T]}+\frac{T}{2}\|a(t)\|_{C[0,T]}\right)T<1$ *и выполняются условия согласования*

$$\int_0^1\varphi(x)dx=0, \int_0^1\psi(x)dx=0, \tag{5}$$

Тогда задача нахождения классического решения задачи (1)-(4) эквивалентна задаче определения функций $u(x,t)$, из (1)-(3), (5).

Предположим, что данные задачи (1)-(3),(5) удовлетворяют следующим условиям:

1. $\varphi(x) \in C^4[0,1],\ \varphi^{(5)}(x) \in L_2(0,1)$, $\varphi'(0) = \varphi'(1) = \varphi'''(0) = \varphi'''(1) = 0$.
2. $\psi(x) \in C^2[0,1],\ \psi^{(3)}(x) \in L_2(0,1)$, $\psi'(0) = \psi'(1) = 0,$
3. $f(x,t),\ f_x(x,t),\ f_{xx}(x,t) \in C(D_T),\ f_{xxx}(x,t) \in L_2(D_T)$, $f_x(0,t) = f_x(1,t) = 0\ \ (0 \le t \le T)$
4. $p_i(t) \in C[0,T]\ (i = 1,2)$.

Можно доказать следующую теорему:

Теорема 2.. *Пусть выполнены условия 1 – 4. Тогда при достаточно малых значениях T задача (1)-(3), (5) имеет единственное решение.*

С помощью теоремы 1 доказывается следующая.

Теорема 3. *Пусть выполняются все условия теоремы 2 и выполняются условия согласования (5). Тогда при достаточно малых значении T задача (1)-(4) имеет единственное классическое решение.*

Литература

1.Boussinesq J. Theorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide content dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de surface au fond//J. Math. Pures Appl. 1872. V. 17. P. 55—108.

О СХОДИМОСТИ ОБОБЩЕННО ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИИ *m* – СИНГУЛЯРНЫМИ ИНТЕГРАЛАМИ

Мусаев Али Мехти оглы

Азербайджанский государственный нефтяной и промышленный университет

emus1957@mail.ru

В данной работе исследуются асимптотические равенства о приближении обобщенно дифференцируемых функции посредством m -сингулярных интегралов.

Пусть $L_{2\pi}^p$ пространство 2π периодических суммируемых на $(-\pi,\pi)$ в p степени функций $f(t)$ с нормой

$$\|f(t)\|_{L_{2\pi}^p} = \left(\int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

$$\|f(t)\|_{L_{2\pi}^\infty} = \underset{|t| \le \pi}{ess\sup} |f(t)|, \quad (1 \le p < \infty).$$

Положим

$$\varphi_m(f:x,t)=\left[\Delta_t^m+\Delta_{-t}^m\right]f(x),$$
$$\psi_m(f:x,t)=\left[\Delta_t^m-\Delta_{-t}^m\right]f(x),$$
$$\Delta_t^m f(x)=\sum_{k=0}^{m}(-1)^{m-k}\binom{m}{k}f(x+kt).$$

Рассмотрим следующие производные

$$d^{(m,s)}f(x)=\lim_{t\to 0}\frac{\varphi_m(f;x,t)}{t^s}$$
$$D^{(m,s)}f(x)=\lim_{t\to 0}\frac{1+s}{t^{1+s}}\int_0^t\varphi_m(f;x,t)dt,$$

где $1\le s\le m+1.$

Для приближения функции $f\in L_{2\pi}^p$ рассмотрим m - сингулярный интеграл

$$A_\lambda^{[m]}(f,x)=\int_{-\pi}^{\pi}\left[\sum_{k=1}^{m}(-1)^{k-1}\binom{m}{k}f(x+kt)\right]K_\lambda(t)dt \tag{1}$$

где 2π периодическая функция $K_\lambda(t)$ зависит от параметра λ и удовлетворяет условиям:

1^0. $K_\lambda(t)$ четная функция на $[-\pi,\pi]$. 2^0. $\int_{-\pi}^{\pi}K_\lambda(t)dt=1.$

Теорема 1. Пусть $f\in L_{2\pi}^\infty$ неотрицательная функция удовлетворяет условиям 1^0 -2^0 и

$\nu_{\lambda,\delta}^{(s)}(\varphi)=0\left[\nu_{\lambda,0}^{(s)}(\varphi)\right]$ при $\lambda\to\infty$ для любого $\delta>0$, где

$$\nu_{\lambda,\delta}^{(s)}(\varphi)=\int_\delta^\pi\varphi^s(t)K_\lambda(t)dt,\ \nu_{\lambda,0}^{(s)}(\varphi)=\int_0^\pi\varphi^s(t)K_\lambda(t)dt\to 0 \tag{2}$$

при $\lambda\to\infty, 1\le s\le m+1, \varphi(t)$-некоторая положительная функция на $[0,\pi]$ и $\lim_{t\to 0}\frac{\varphi(t)}{t}=1.$

Тогда, если существует конечная производная $d^{(m,s)}f(x)$ (в точке) при данном значения *x*, то справедливо

$$\lim_{\lambda\to\infty}\frac{(-1)^{m+1}}{\nu_{\lambda,0}^{(s)}(\varphi)}\left[A_\lambda^{[m]}(f,x)-f(x)\right]=d^{(m,s)}f(x) \tag{3}$$

Теорема 2. Пусть $f\in L_{2\pi}$ неотрицательная функция $K_\lambda(t)$ удовлетворяет условиям 1^0-2^0 и $K_\lambda(t)$ не возрастает на $[0,\pi]$, $K_\lambda(\pi)=0\left[\nu_{\lambda,0}^{(s)}(\varphi)\right]$, $\nu_{\lambda,\delta}^{(s)}(\varphi)=0\left[\nu_{\lambda,0}^{(s)}(\varphi)\right]$ при $\lambda\to\infty$ для любого $\delta>0$, где $\nu_{\lambda,0}^{(s)}(\varphi)=\int_0^\pi\varphi^{s+1}(t)d[-K_\lambda(t)]\to 0$ при $\lambda\to\infty, 1\le s\le m+1$ и $\varphi(t)$ некоторая положительная функция на $[0,\pi]$, $\lim_{t\to 0}\frac{\varphi(t)}{t}=1.$

Тогда, если в точке x существует конечная производная $D^{(m,s)} f(x)$ то справедливо соотношение

$$\lim_{\lambda\to\infty} \frac{(-1)^{m+1}}{\nu_{\lambda,0}^{(s)}(\varphi)} \left[A_\lambda^{[m]}(f,x) - f(x)\right] = \frac{1}{1+s} D^{(m,s)} f(x).$$

ОГРАНИЧЕННОСТЬ ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА

Мусаев Гумбат Казым оглы, Алиев Таги Вахид оглы

Бакинский Государственный Университет

aliyevtagi48@gmail.com

Пусть $A(\xi)$ - локально суммируемая функция, удовлетворяющая оценке

$$|A(\xi)| \le C\left(1+|\xi|\right)^a. \tag{1}$$

Класс таких функций будем обозначать через S_a^0. Псевдодифференциальным оператором (п.д.о.) называется оператор, определенный на функциях из $S(R^n)$ по формуле

$$Au = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi)\tilde{u}(\xi) e^{-i(x,\xi)} d\xi, \tag{2}$$

где $\tilde{u}(\xi)$ - преобразование Фурье $u(x) \in S(R^n)$. Функция $A(\xi)$ называется символом оператора A. Если $A(\xi)$ - многочлен по ξ, т.е. $A(\xi) = \sum_{|\kappa|\le m} a_k \xi^k$, то в силу (2)

$$Au = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{|\kappa|\le m} a_k \xi^k \tilde{u}(\xi) e^{-i(x,\xi)} d\xi = \sum_{|\kappa|\le m} a_k D^k u(x), \tag{3}$$

т.е. A - дифференциальный оператор. Таким образом, класс псевдодифференциальных операторов содержит дифференциальных операторов. Будем иногда псевдодифференциальный оператор с символом $A(\xi)$ обозначать через $A(D)$ по аналогии с дифференциальными операторами.

Пусть $\overline{A}'(\eta,\xi)$ - локально интегрируемая в смысле Лебега функция, удовлетворяющая оценке

$$\left(1+|\eta|\right)^N \left|\overline{A}'(\eta,\xi)\right| \le C_N (1+|\xi|)^a, \quad \forall N. \tag{4}$$

Обозначим

$$A'(x,\xi) = F_\eta^{-1} \overline{A}'(\eta,\xi) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{A}'(\eta,\xi) e^{-i(x,\eta)} d\eta. \tag{5}$$

В силу (4) $A'(x,\xi)$ - бесконечно дифференцируемая по x функция, $\left|D_x^p A'(x,\xi)\right| \le C_p \left(1+|\xi|\right)^a$ и $D_x^p A'(x,\xi) \to 0$ при $|x| \to \infty$ при любом p. Обозначим через $S_a^0 = S_a^0(R^n)$ класс функций $A(x,\xi)$ вида

$$A(x,\xi) = A(\infty,\xi) + A'(x,\xi), \tag{6}$$

где $A(\infty,\xi)$- локально интегрируемая функция, удовлетворяющая оценке $\left|A(\infty,\xi)\right|\le C(1+|\xi|)^{a}$, а $A'(x,\xi)=F_{\eta}^{-1}\overline{A}'(\eta,\xi)$ причем $\overline{A}'(\eta,\xi)$ удовлетворяет оценке (4).

Пусть $t=m+\gamma$, где $m\ge 0$- целое, $0<\gamma\le 1$. Функция $A(x,\xi)$ принадлежит, по определению, классу $S_a^t=S_a^t(R^n)$, если $D_x^k A(x,\xi)$ - абсолютно непрерывные функции, принадлежащие $S_{a-|k|}^0$, при $0\le|k|\le m$ и $D_\xi^N A(x,\xi)\in S_{a-m-\gamma}^0$ при $|k|=m+1$.

Обозначим пересечение $\bigcap\limits_{m=0}^{\infty} S_a^m$ через S_a^∞.

Псевдодифференциальным оператором (п.д.о.) с символом $A(x,\xi)\in S_a^t,\ t\ge 0$ называется оператор, определяемый на функциях из $S(R^n)$ по формуле

$$Au=\frac{1}{(2\pi)^n}\int\limits_{-\infty}^{\infty}A(x,\xi)\tilde{u}(\xi)e^{-i(x,\xi)}d\xi. \qquad (7)$$

Если $A(x,\xi)=\sum\limits_{|\kappa|=0}^{m}a_k(x)\xi^k$ - многочлен по ξ, то в силу (7) $Au=\sum\limits_{|\kappa|=0}^{m}a_k(x)D^k u(x)$, т.е. A- дифференциальный оператор с переменными коэффициентами. Будем иногда, по аналогии с дифференциальными операторами, п.д.о. с символом $A(x,\xi)$ обозначать через $A(x,D)$.

Пусть s- произвольное действительное число. Пространство Соболева-Слободецкого $H_s(R^n)$ состоит, по определению, из обобщенных функций u, преобразование Фурье которых является локально интегрируемой в смысле Лебега функцией $\tilde{u}(\xi)$ такой, что,

$$\|u\|_s^2=\int\limits_{-\infty}^{\infty}|\tilde{u}(\xi)|^2\left(1+|\xi|\right)^{2s}d\xi<\infty\ . \qquad (8)$$

Теорема. Пусть $A(x,\xi)\in S_a^0$. Тогда п.д.о. $A(x,D)$ ограничен из $H_s(R^n)$ в $H_{s\to a}(R^n)$ при любом s:

$$\|Au\|_{s-x}\le K_s\|u\|_x\ . \qquad (9)$$

ЗАДАЧА ТЕОРИИ РАССЕИВАНИЯ ДЛЯ ОДНОГО ОПЕРАТОРА С ДИССИПАТИВНОЙ ЧАСТЬЮ

Эльдар Махмуд Мустафаев оглы
Бакинский Государственный Университет
eldarmustafa59@gmail.com

Обозначим через $D(A_0)=\left\{\psi\in L_2\cap C\,|-\Delta\psi\in L_2(E_3),\psi(\xi_k)=0,k=\overline{1,n}\right\}$, область определения оператора A_0, порожденного выражением $-\Delta$.

В работе описаны все диссипативные расширения минимального оператора, порожденного дифференциальным выражением

$$-\Delta+\sum_{s=1}^{n}\delta(x-\xi_s),$$

где $\delta(x)-$функция Дирака, $\xi_s\in E_3$, $\xi_s\neq\xi_{s'}$, при $s\neq s'$.

Обозначим через J_λ класс всех линейных нерастягивающих операторов V из $n_\lambda=L_2\oplus\left[(A_0-\lambda I)D(A_0)\right]$ в $n_{\bar{\lambda}}$, необязательно заданных на всем n_λ. Доказана

Теорема 1. При любом линейном нерастягивающем операторе V из J_λ все диссипативные расширения оператора A_0 задаются с помощью формул

$$\psi=\psi_0+\sum_{s=1}^{n}\beta_s\varphi_s-\sum_{s=1}^{n}\alpha_s f_s,$$

$$A_V\psi=-\Delta\psi+\sum_{s=1}^{n}(\alpha_s-\beta_s)\delta(x-\xi_s)+\left(\lambda-\bar{\lambda}\right)\sum_{s=1}^{n}(\beta_s\varphi_s+\alpha_s f_s),$$

$$\psi_0\in D(A_0),\ \alpha_s\in R,\ s=\overline{1,n},\ \beta_s=\sum_{k=1}^{n}\alpha_k V_{ks},$$

$V_{ks}-$коэффициенты разложения V_{ks} по системе $\{\varphi_k\}_{k=1}^{n}$, $f_k=\dfrac{e^{i\sqrt{\lambda}|x-\xi_k|}}{4\pi|x-\xi_k|}$, $\varphi_k=\dfrac{e^{i\sqrt{\bar{\lambda}}|x-\xi_k|}}{4\pi|x-\xi_k|}$, $k=\overline{1,n}$, $\lambda-$любое невещественное число из нижней полуплоскости.

Далее для любого диссипативного расширения выписывается явный вид резольвенты и доказывается следующая

Теорема 2. Резольвента R_λ^V любого диссипативного расширения оператора A_0 является интегральным оператором с ядром типа Карлемана и ядро $G_V(x,y,\lambda)$ имеет вид

$$G_V(x,y,\lambda)=\frac{e^{i\sqrt{\lambda}|x-y|}}{4\pi|x-y|}+\sum_{j=1}^{n}\sum_{m=1}^{n}D_m^{(j)}(\lambda)\frac{e^{i\sqrt{\lambda}|y-\xi_m|}}{4\pi|y-\xi_m|}\cdot\frac{e^{i\sqrt{\lambda}|x-\xi_j|}}{4\pi|x-\xi_j|},$$

где $D_m^{(j)}(\lambda)-$является мероморфной функцией от λ, имеющая специальный вид.

Обозначим через $g_V(x,t,\lambda)$ преобразование Фурье функции $G_V(x,y,\lambda)$ по y, т.е.

$$g_V(x,t,\lambda)=\int_{E_3}G_V(x,y,\lambda)e^{i(t,y)}dy.$$

Положим $\psi_V(x,t,\lambda)=\left(|t|^2-\lambda\right)\cdot g_V(x,t,\lambda).$

$\lambda \to |t|^2$ для $\psi_V(x,t,\lambda)$ получается

В работе при

$$\psi_V(x,t,\lambda) = \lim_{\lambda \to |t|^2} \psi_V(x,t,\lambda) = e^{i|t|(\omega,x)} + \sum_{j=1}^{n} \sum_{m=1}^{n} D_m^{(j)}(|t|) \frac{e^{i|t||y-\xi_m|}}{4\pi|x-\xi_j|} e^{i|t|(\omega,x)},$$

где $\omega = \frac{t}{|t|}$ единичный вектор в E_3.

Функция $\psi_V(x,t,\lambda) = (|t|^2 - \lambda) \cdot g_V(x,t,\lambda)$ называется решением задачи теории рассеяния для уравнения $A_V\psi = |t|^2 \cdot \psi$.

Далее рассматривались условия разрешимости задачи теории рассеивания для этого уравнения.

Литература

1. *Штраус А.В.* О расширениях и характеристической функции симметричного оператора. Изв. АН СССР, сер.матем., т.32, №1, 1968.

2. *Наймарк М.А.* Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука – 1969.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА КОЛЬМАТАНТА В ПРОЦЕССЕ ВНУТРИПЛАСТОГО ГАЗООБРАЗОВОВАНИЯ

Панахов Гейлани Минхадж оглы, Мусеибл Пярвиз Тофиг оглы,

Мамедов Ибрагим Джамал оглы

Институт математики и механики МНОАР

pan_vniineft@rambler.ru

В процессе фильтрации в пористой среде участвуют водная, нефтяная и газовая фаза, причем жидкая фаза состоит из жидкостной, газовой и растворенных частиц соли, образующихся в результате химической реакции взаимодействия пластовых флюидов.

Данные образования агрегатов на стенках порового канала и в свободном поровом пространстве по простиранию пласта приводит к локальному увеличению сопротивления потоку за счет (ретардации) сужения и частичного или полного блокирования отдельных поровых каналов. Это, в свою очередь, приводит к изменению направления фильтрационного потока и к увеличению охвата пласта заводнением [1]. Также необходимо отметить, что частично накопленные кольматантные образования взаимодействуют с движущейся жидкостной фазой.

Наряду с экспериментальными и промысловыми исследованиями, математическое моделирование процесса переноса вещества и движения жидкости в таких средах позволяет эффективно изучить основные характеристики процесса [2, 3]. В работе рассматривается перенос вещества на основе кинетического диффузионного подхода явлений. Наиболее общий характер имеет зависимость относительного расхода суспензии от количества твердых частиц, отложившихся на единице фильтрационной поверхности пористой среды.

Проведенные эксперименты показывают, что скорость затухания фильтрации в основном зависит от количества твердых частиц, отложившихся на единице поверхности, при условии незначительного изменения таких параметров, как проницаемость пористой среды, давление нагнетания, а также физико-химических свойств фильтруемой суспензии. Здесь имеется в виду дисперсность и стойкость суспензии. Форма твердых частиц также в какой-то степени может повлиять на процесс кольматации

Модель накопления (структурообразования) с учетом конвективных потоков и диффузии реагентов можно представить в виде уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\theta}{\partial t} &= D_1\Delta\theta + \frac{\alpha\theta^2}{\theta+\theta_0} - \gamma\theta\phi - \chi_1\theta - div\left(V\theta\right) \\ \frac{\partial\theta}{\partial t} &= D_2\Delta\phi + \beta\theta\left(1-\frac{\phi}{C}\right)\left(1+\frac{\phi^2}{\phi_0^2}\right) - \chi_2\phi - div\left(V\phi\right) \end{aligned}, \qquad (1)$$

где θ, ϕ - концентрации примеси (в растворах - карбонат и соль) в точке x в момент времени t; D_1 и D_2 - их коэффициенты диффузии; $\alpha,\beta,\gamma,\chi_1,\chi_2,\theta_0,\varphi_0,C$ - кинетические параметры модели; V - скорость потока.

Уравнение, описывающее эволюцию кольматанта, имеет вид:

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = 0, \qquad (2)$$

где ψ - безразмеренная концентрация примесей. Кроме того, предполагалось, что образующиеся накопления не влияют на диффузию примеси кольматанта, т.е. коэффициенты диффузии не зависят от концентрации примеси ψ.

Уравнения (1) - (2) записываются в подвижной системе координат, связанной центром клубка кольматанта. Рассматриваемый здесь водный раствор является вязкой несжимаемой жидкостью и выполняется уравнение неразрывности

$$divV = 0$$

С учетом конвективных потоков в модели предполагалось, что накопления, имеющие место в системе, непосредственно не влияют на скорость течения раствора. Это значит, что изменение потока происходило только за счет изменения формы и размеров кольматанта.

Предложенная модель позволяет сделать ряд важных выводов. Гидродинамические потоки могут оказать существенное влияние на процессы переноса в растворе солевыми включениями. Насыщенный солевой раствор стимулирует формирование большеразмерных и сложной формы кольматантов, что может явиться причиной закупорки высокопроницаемых пор пласта. Кроме того, это может инициировать процесс закупорки вдали от места отрыва накоплений и привести к развитию внутрипластового кольматации.

Непосредственно в результате проведенных исследований установлено, что разница между давлениями на входе и выходе потока изменяется вследствие процесса кольматации в пористой среде.

Литература

1. Geylani M. Panahov, Eldar M. Abbasov, Shahin Z. Ismayilov & Vusale D. Balakchi (2021) In-depth isolation of highly permeable zones for reservoir conformance control, Journal of Dispersion Science and Technology, DOI: 10.1080/01932691.2021.2006062
2. Cussler E. L. Diffusion mass transfer in fluid systems. Cambridge University Press. 1997. Massel R. Principles of Adsorption and Reaction on Solid Surfaces. John Willey and Sons, Inc., NY, 1996. - 804 pp.
3. Лобанов А.И., Старожилова Т.К., Гурия Г.Т. Численное исследование структурообразования при свертывании крови // Математическое моделирование, 1997, том 9, №8, с. 83 – 95.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВНУТРИПЛАСТОВОГО ГАЗООБРАЗОВАНИЯ НА ПРОЦЕССЫ ДИФФУЗИИ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Панахов Гейлани Минхадж оглы, Аббасов Эльдар Мехти оглы,

Абдуллаев Тарлан Натик оглы

Институт математики и механики МНОАР, Бакинский Государственный Университет

pan_vniineft@rambler.ru

В настоящее время технология увеличения нефтеотдачи пластов с применением углекислого газа в качестве вытесняющего агента является одной из наиболее эффективных и направлена на извлечение трудноизвлекаемых запасов нефти [1]. Распределение закачиваемого газа CO_2 в нефтенасыщенных пористых средах имеет определяющее значение для оценки рисков и прогнозирования эффективности применения диоксида углерода.

В представленной работе рассматриваются основные характеристики процесса на основе кинетического диффузионного подхода к явлениям в пористом коллекторе [2, 3]. В среде исследуется изменения температуры при динамическом расширении газа (CO_2), генерируемого в пластовых условиях, диффузии диоксида углерода в вытесняющую жидкость и их влияние на процесс вытеснения. Здесь, прежде всего, рассматриваются условия дополнительного напряженного состояния в среде в результате внутрипластового образования газа, Массообмен диоксида углерода CO_2 в пористой среде, насыщенной нефтью, можно рассматривать как диффузионный процесс в сочетании с конвекцией массы (расширением объема) в радиальном направлении в одномерной радиальной системе с фиксированным расположением границы и постоянной концентрацией [4].

Рассмотрена совместная оценка диффузии и теплопередачи при газообразовании. Здесь учитывается влияние температуры и диффузионных границ (фронтов) при химической реакции. В этом случае дифференциальное уравнение можно записать следующим образом.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D(T)\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - k(T)C^n;\ \alpha\beta\frac{\partial T}{\partial t} = \gamma\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_T + k(T)C^n \tag{1}$$

Для удобства уравнение (1) запишем в виде:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C}{\partial t} = D(T)\dfrac{\partial^2 C}{\partial x^2} \\ \alpha\beta\dfrac{\partial T}{\partial t} = \gamma\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} \end{cases}.$$

Так, после соответствующей замены перейдем к полярным координатам:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C}{\partial t} = D(T)\left(\dfrac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \dfrac{2}{r}\dfrac{\partial C}{\partial r}\right) \\ \dfrac{\partial T}{\partial t} = \dfrac{\gamma}{\alpha\beta}\left(\dfrac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \dfrac{2}{r}\dfrac{\partial T}{\partial r}\right) \end{cases},$$

где $D(t)$ и $\dfrac{8}{\alpha\beta}$ - коэффициенты температуропроводности и диффузии.

Считаем, что в начальный момент времени на всей поверхности пузырька газа мгновенно установилось состояние насыщения, которое в дальнейшем сохраняется в течение всего процесса тепломассообмена и характеризуется линейной зависимостью концентрации целевого компонента от температуры. В соответствии с предположениями, запишем начальные и граничные условия:

$$C(r_1)\Big|_{t=0} = C_0(r), \qquad T(r)\Big|_{t=0} = T_0(r),$$

$$T(r=R,t) = \partial T(r=R,t),\quad \lambda_p\left(\frac{\partial C}{\partial r}\right)_{r=R} = r_p\frac{\gamma}{\alpha\beta}\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=R},$$

$$C(r=R,t) = e^r,\quad T(r=R) = T^2.$$

Применяя метод Фурье, находим решение в виде:

$$C(r) = \frac{2R}{r}\frac{\alpha_1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{(r-R)/2\sqrt{Dt}} e^{-x^2}dx + \frac{R}{r}C_0(r),\quad T(r) = \frac{2R}{r}\frac{\alpha_2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{(r-R)/2\sqrt{Dt}} e^{-x^2}dx + \frac{R}{r}T_0(r).$$

В ходе исследований показано, что сильная экспоненциальная зависимость растворимости и коэффициента молекулярной диффузии от температуры приводит к мгновенным диффузионным потокам генерируемого в пласте газа в пористую среду, насыщенную жидкостью.

Литература

1. Geylani Panahov, Eldar Abbasov, Renqi Jiang *The novel technology for reservoir stimulation: in situ generation of carbon dioxide for the residual oil recovery* // Springer; J Petrol Explor Prod Technol, 11, 2009–2026 (2021).
2. Upreti, S. R.; Mehrotra, A. K. *Experimental Measurement of Gas Diffusivity in Bitumen: Results for Carbon Dioxide*. Ind. Eng. Chem. Res. 2000, 39, 1080–1087. https://doi.org/10.1021/ie990635a.
3. Zhaowen Li and Mingzhe Dong *Experimental Study of Carbon Dioxide Diffusion in Oil-Saturated Porous Media under Reservoir Conditions* // Ind. Eng. Chem. Res. 2009, 48, 9307–9317.
4. Li, Z.; Dong, M.; Li, S.; Dai, L. *A New Method for Determination of Gas Effective Diffusion Coefficient in Brine-Saturated Porous Rocks under High Pressures*. J. Porous Media 2006, 9 (5), 445–461.

О БАЗИСНОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ $L_p(0,1),\ 1 < p < +\infty,$ СИСТЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИИ ЗАДАЧИ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ СО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПАРАМЕТРОМ В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

Поладов Ровшан Гулу оглы, Алиев Амрах Мазахир оглы
Бакинский Государственный Университет
r_poladov@mail.ru, emrah.eliyev44@mail.ru

Рассмотрим следующую граничную задачу

$$-y''(x)+q(x)y(x)=\lambda\, y(x),\ \ x\in(0,1), \tag{1}$$

$$(a_0\lambda+b_0)y(0)=(c_0\lambda+d_0)\,y'(0), \tag{2}$$

$$(a_1\lambda+b_1)y(1)=(c_1\lambda+d_1)\,y'(1), \tag{3}$$

где λ–спектральный параметр, $q(x)$–действительная непрерывная функция на $[0,1]$, $a_i, b_i, c_i, d_i,\ i=\overline{0,1}$–действительные постоянные, причем

$$\sigma_0=a_0d_0-b_0c_0<0,\ \sigma_1=a_1d_1-b_1c_1>0. \tag{4}$$

В работе [1] исследовано базисные свойства собственных функций задачи (1)-(3), где установлено, что система собственных функций этой задачи после удаления двух произвольных функций, имеющих порядковые номера разной четности, образует базис в пространстве $L_p,\ 1<p<\infty.$

Настоящая работа посвящена исследованию базисных свойств подсистемы собственных функций задачи (1)-(3) при $q\equiv 0.$

Заметим, что решение уравнения (1) удовлетворяющее начальным условиям

$$y(0,\lambda)=c_0\lambda+d_0,\ y'(0,\lambda)=a_0\lambda+b_0 \tag{5}$$

имеет вид

$$y(x,\lambda)=(c_0\lambda+d_0)\cos\sqrt{\lambda}\,x+(a_0\lambda+b_0)\frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}. \tag{6}$$

Принимая во внимание граничное условие (3) получим

$$\cot\sqrt{\lambda}\{(a_0\lambda+b_0)(c_1\lambda+d_1)-(a_1\lambda+b_1)(c_0\lambda+d_0)\}=$$
$$=\frac{1}{\sqrt{\lambda}}(a_0\lambda+b_0)(a_1\lambda+b_1)+(c_0\lambda+d_0)(c_1\lambda+d_1)\sqrt{\lambda}\,.$$

Таким образом, собственные значения $\lambda_0<\lambda_1<\ldots<\lambda_k<\ldots$ задачи (1)-(3) являются корнями уравнения

$$\cot\sqrt{\lambda}=\frac{(a_0\lambda+b_0)(a_1\lambda+b_1)+(c_0\lambda+d_0)(c_1\lambda+d_1)\lambda}{\{(a_0\lambda+b_0)(c_1\lambda+d_1)-(a_1\lambda+b_1)(c_0\lambda+d_0)\}\sqrt{\lambda}}\,. \tag{7}$$

и в силу (6) имеет только собственные функции

$$y_k(x)=(c_0\lambda+d_0)\cos\sqrt{\lambda_k}\,x+(a_0\lambda+b_0)\frac{\sin\sqrt{\lambda_k}\,x}{\sqrt{\lambda_k}},\ k=0,1,\ldots\,.$$

Тогда имеем

$$y_k(1)=(-1)^k(c_1\lambda_k+d_1)\left(\frac{(a_0\lambda_k+b_0)^2+(c_0\lambda_k+d_0)^2\lambda_k}{(a_1\lambda_k+b_1)^2+(c_1\lambda_k+d_1)^2\lambda_k}\right)^{1/2}. \tag{8}$$

Пусть выполняется соотношение

$$a_1=a_0,\ b_1=b_0,\ c_1=-c_0,\ d_1=-d_0. \tag{9}$$

Теорема 1. Пусть r и l – целые неотрицательные числа, имеющие одинаковые четности и пусть выполняется условие (9). Тогда система собственных функций $\{y_k\}_{k=0,k\neq r,l}^{\infty}$ задачи (1)-(3) при $q\equiv 0$ не полна и не минимальна в пространстве $L_p(0,1)$, $1<p<+\infty$.

Из этой теоремы видно, что условие теоремы 4 из [1] о том, что числа r и l имеют разные четности является существенным.

Теорема 2. Пусть r и l – целые неотрицательные числа, имеющие одинаковые четности. Тогда существует такое целое неотрицательное число $\bar{k}$ что при $r,l\geq\bar{k}$ система собственных функций $\{y_k(x)\}_{k=0,k\neq r,l}^{\infty}$ задачи (1)-(3) при $q\equiv 0$ в случаях

а) $c_0^2+c_1^2>0$ и либо

1) $c_0^2(a_1^2+2c_1d_1)-c_1^2(a_0^2+2c_0d_0)\neq 0$; либо

2) $c_0^2(a_1^2+2c_1d_1)-c_1^2(a_0^2+2c_0d_0)=0$,
$c_0^2(d_1^2+2a_1b_1)-c_1^2(d_0^2+2a_0b_0)\neq 0$; либо

3) $c_0^2(a_1^2+2c_1d_1)-c_1^2(a_0^2+2c_0d_0)=0$,
$c_0^2(d_1^2+2a_1b_1)-c_1^2(d_0^2+2a_0b_0)=0$, $c_0^2b_1^2-c_1^2b_0^2\neq 0$,

б) $c_0=c_1=0$ и либо

1) $a_0^2(d_1^2+2a_1b_1)-a_1^2(d_0^2+2a_0b_0)\neq 0$; либо

2) $a_0^2(d_1^2+2a_1b_1)-a_1^2(d_0^2+2a_0b_0)=0$, $a_0^2b_1^2-a_1^2b_0^2\neq 0$,

образует базис в пространстве $L_p(0,1), 1<p<\infty$, при $p=2$ – базис Рисса. А в случаях в) $c_0^2 + c_1^2 > 0$ и $c_0^2(a_1^2 + 2c_1 d_1) - c_1^2(a_0^2 + 2c_0 d_0) = 0,$

$c_0^2(d_1^2 + 2a_1 b_1) - c_1^2(d_0^2 + 2a_0 b_0) = 0,\ c_0^2 b_1^2 - c_1^2 b_0^2 = 0;$

г) $c_0 = c_1 = 0$ и $a_0^2(d_1^2 + 2a_1 b_1) - a_1^2(d_0^2 + 2a_0 b_0) = 0,$

$a_0^2 b_1^2 - a_1^2 b_0^2 = 0,$

система собственных функций $\{y_k(x)\}_{k=0, k\neq r,l}^{\infty}$ не полна и не минимальна в пространстве в $L_p(0,1),\ 1 < p < +\infty$.

Литература

1. *Керимов Н.Б., Поладов Р.Г. Базисные свойства системы собственных функций задачи Штурма-Лиувилля со спектральным параметром в граничных условиях // Докл. РАН, 2012, т.442, №1, с. 583-586.*
2. *Алиев З.С., Поладов Р.Г. Базисные свойства собственных функций задачи Штурма–Лиувилля со спектральным параметром в граничных условиях // Вестник Бакинского Университета, серия Физ.-мат.наук, 2012, №1, с.55-61.*

О НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЯХ МИНИМУМА ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Садыгов Мисраддин Аллахверди оглы, Джафарзаде Айтан Ильгар кызы

Бакинский Государственный Университет

aytenceferzade01@icloud.com

В работе получены необходимые условия экстремума для невыпуклых экстремальных задач оптимального управления в пространстве банаховозначных абсолютно непрерывных функций. Используя теоремы о непрерывной зависимости решения дифференциального уравнения от возмущения, невыпуклая экстремальная задача для оптимального управления приведена к вариационной задаче и получено необходимое условие экстремума.

Пусть X и Y сеперабельные банаховы пространства, $\mathrm{T} > 0$, $f_0 : [0,T] \times X \times X \to R_{+\infty}$ нормальный интегрант, $\varphi : X \times X \to R_{+\infty}$ функция, $\mathrm{M} \subset \mathrm{X}$ замкнутое множество, $Q : [0,T] \to 2^X$ нормальное многозначное отображение, т. е. измеримое и замкнутозначное отображение, отображение $f : [0,T] \times X \times U \to X$ удовлетворяет условию Каратеодори на $[0,T] \times X \times U$, причем $\mathrm{U} \subset \mathrm{Y}$ компактное множество. Тогда $f(t,x,U)$ компактное множество в X при всех x и почти всех t.

Обозначим $a(t,x) = f(t,x,U)$, считаем, что $\mathrm{t} \to \mathrm{gra}_{\mathrm{t}}$ измеримо на $[0,T]$, множество $\mathrm{gra}_{\mathrm{t}}$ замкнуто при $t \in [0,T]$. Отсюда следует, что $\omega(\mathrm{t,x,z}) = \begin{cases} 0 : \ \mathrm{z} \in \mathrm{a(t,x)} \\ +\infty : \mathrm{z} \in \mathrm{a(t,x)} \end{cases}$ нормальный интегрант на $[0,T] \times (X \times X)$.

Положим $\psi(t,x,z)=\inf\limits_{\upsilon\in a(t,x)}\|\upsilon-z\|, \quad \psi_0(t,x)=\inf\limits_{\upsilon\in Q(t)}\|\upsilon-x\|, \quad q(x)=\inf\limits_{y\in M}\|y-x\|.$

Рассмотрим среди всех решений задачи

$$\dot{x}(t)=f(t,x(t),u(t)), \qquad x(0)\in M, \tag{1}$$

минимизации функционала

$$J(x)=\varphi(x(0),x(T))+\int_0^T(f_0(t,x(t),\dot{x}(t))+\psi_0(t,x(t)))dt. \tag{2}$$

Требуется найти необходимые условия оптимальности решения задачи (1), (2).

Символом $W_1^1[0,T],X)$ обозначается банахово пространство абсолютно непрерывных функций из $[0,T]$ в X, первая производная по Фреше, которых принадлежит $L_1([0,T],X)$, с нормой $\|x(\cdot)\|_{W_1^1}=\|x(0)\|+\int_0^T\|\dot{x}(t)\|dt$.

Решением включения $\dot{x}(t)\in a(t,x(t))$ называется отображение $x(\cdot)\in W_1^1([0,T],X)$ удовлетворяющее включение $\dot{x}(t)\in a(t,x(t))$ для почти всех $t\in[0,T]$.

Лемма 1. Если $U\subset Y$ компактное множество, f удовлетворяет условию Каратеодори на $[0,T]\times(X\times Y)$, функция $x\to f(t,x,u)$ удовлетворяет условию Липщица с коэфициентом $L(t)>0$ при $(t,u)\in[0,T]\times U$, то $\rho_X(f(t,x,U),f(t,x_1,U))\le L(t)|x-x_1|$, $\rho_X(\overline{co}\,f(t,x,U),\overline{co}\,f(t,x_1,U))\le L(t)|x-x_1|$ при $x,x_1\in X$.

Лемма 2. Если $y(\cdot)\in W_1^1([0,T],X)$, отображение $f(t,x,u)$ удовлетворяет условию Каратеодори на $[0,T]\times X\times U$, $U\subset Y$ компактное множество, существует такая функция $k(\cdot)\in L_1[0,T]$, что $\|f(t,x,u)-f(t,x',u)\|\le k(t)\|x-x'\|$ при $\|x'-y(t)\|\le b$, $\|x-y(t)\|\le b$, $\|y(0)-x_0\|\le\delta<b$ и $d(\dot{y}(t),f(t,y(t),U)\le p(t)$, где $p(\cdot)\in L_1[0,T]$, $\delta>0$ то существует такое решение $x(\cdot)\in W_1^1([0,T],X)$ задачи $\dot{x}(t)\in a(t,x(t))$, $x(0)=x_0$, что $\|x(t)-y(t)\|\le\xi(t)$, $\|\dot{x}(t)-\dot{y}(t)\|\le k(t)\xi(t)+p(t)$, при таких $t\in[0,T]$, что $\xi(t)\le b$, где $\xi(t)=\delta e^{m(t)}+\int_0^t e^{m(t)-m(s)}p(s)ds,\quad m(t)=\int_0^t k(s)ds.$

Лемма 3. Если отображение $f(t,x,u)$ удовлетворяет условию Каратеодори на $[0,T]\times X\times U$, $U\subset Y$ компактное множество и $\|f(t,x,u)-f(t,x_1,u)\|\le k(t)\|x-x_1\|$ при $\|x-\overline{x}(t)\|\le\alpha$, $\|x_1-\overline{x}(t)\|\le\alpha$, где $k:[0,T]\to R$, $\overline{x}(\cdot)\in W_1^1([0,T],X)$, то $|\psi(t,x,z)-\psi(t,x_1,z_1)|\le k(t)\|x-x_1\|+\|z-z_1\|$ при $\|x-\overline{x}(t)\|\le\alpha$, $\|x_1-\overline{x}(t)\|\le\alpha$, $z,z_1\in X$.

Положим $\omega^0(t,x,z^*)=\inf\{\langle z^*,z\rangle:z\in f(t,x,U)\}=\inf\{\langle z^*,f(t,x,u)\rangle:u\in U\}$, где $z^*\in X^*$.

Лемма 4. Пусть отображение $f(t,x,u)$ удовлетворяет условию Каратеодори на $[0,T]\times X\times U$, $U\subset Y$ компактное множество и $\rho_X(f(t,x,u),f(t,x_1,u))\le k(t)\|x-x_1\|$ при $\|x-\bar{x}(t)\|\le\alpha$, $\|x_1-\bar{x}(t)\|\le\alpha$ и $u\in U$, где $k:[0,T]\to R$, $\bar{x}(\cdot)\in W_1^1([0,T],X)$. Тогда

$$\left|\omega^0(t,x,z^*)-\omega^0(t,x_1,z_1^*)\right|\le\{k(t)\max\{\|z^*\|,\|z_1^*\|\}+\|a(t,\bar{x}(t))\|+k(t)\alpha\}(\|x-x_1\|+\|z^*-z_1^*\|)$$

при $\|x-\bar{x}(t)\|\le\alpha$, $\|x_1-\bar{x}(t)\|\le\alpha$, $z^*,z_1^*\in X^*$.

Рассмотрим задачу

$$\Phi_\nu(x)=\varphi(x(0),x(T))+\int_0^T(f_0(t,x(t),\dot{x}(t))+\psi_0(t,x(t)))dt+\nu(q(x(0))+\int_0^T\psi(t,x(t),\dot{x}(t))dt)\xrightarrow{x\in W_1^1([0,T],X)}\min.$$

Решение задачи (1),(2) обозначим через $\bar{x}(\cdot)\in W_1^1([0,T],X)$ (ясно, что $|\Phi_\nu(\bar{x})|<+\infty$).

Лемма 5. Если отображение $f(t,x,u)$ удовлетворяет условию Каратеодори на $[0,T]\times X\times U$, $U\subset Y$ компактное множество и $\|f(t,x,u)-f(t,x_1,u)\|\le k(t)\|x-x_1\|$ при $\|x-\bar{x}(t)\|\le\alpha$, $\|x_1-\bar{x}(t)\|\le\alpha$, $u\in U$, где $k:[0,T]\to R$, $\bar{x}(\cdot)\in W_1^1([0,T],X)$. Кроме того пусть M компактное множество и $Q(t)$ непустое компактное множество, $t\to Q(t)$ измеримое отображение, существуют суммируемая функция $k_1(t)$, числа $c>0$, $k_0>0$ и $\alpha>0$ такие, что

$$|f_0(t,x,\upsilon)-f_0(t,x_1,\upsilon_1)|\le k_1(t)\|x-x_1\|+c\|\upsilon-\upsilon_1\|,\qquad |\varphi(u,z)-\varphi(u_1,z_1)|\le k_0(\|u-u_1\|+\|z-z_1\|)$$

при $\|x-\bar{x}(t)\|\le\alpha$, $\|x_1-\bar{x}(t)\|\le\alpha$, $\upsilon,\upsilon_1\in X$, $\|u-\bar{x}(0)\|\le\alpha$, $\|u_1-\bar{x}(0)\|\le\alpha$, $\|z-\bar{x}(T)\|\le\alpha$, $\|z_1-\bar{x}(T)\|\le\alpha$.

Тогда $\bar{x}(\cdot)$ минимизирует функционал $\Phi_\nu(x(\cdot))$ на множестве D при $\nu\ge L(1+e^{m(T)}+m(T)e^{m(T)})$, где

$$D=\{x(\cdot)\in W_1^1([0,T],X):\|x(\cdot)-\bar{x}(\cdot)\|_{W_1^1}<\frac{\alpha}{\beta}\},\quad L=\int_0^T(k_1(t)+1)dt+c+2k_0,\quad \beta>e^{m(T)}(2+m(T))^2,\quad m(t)=\int_0^t k(s)ds.$$

Пусть f липшицева функция вблизи x_0 и

$$g^{[1]}(x_0;x)=\limsup_{y\to x_0,\,\lambda\downarrow 0}\frac{g(y+\lambda x)-g(y)}{\lambda}.$$

Положим

$$\partial_C g(x_0)=\{x^*\in X^*:g^{[1]}(x_0;x)\ge\langle x^*,x\rangle \text{ при } x\in X\}.$$

Обозначим $\partial_C f_0(t,x,y)=\partial_C f_{0t}(x,y)$.

Теорема 1. Пусть удовлетворяется условие леммы 5 и $\bar{x}(t)$ среди всех решений задачи (1) минимизирует функционал (2). Тогда существует функция $x^*(\cdot)\in W_1^1([0,T],X^*)$ такая, что

1) $(\dot{x}^*(t),x^*(t))\in\partial_C(f_0(t,\bar{x}(t),\dot{\bar{x}}(t))+\psi_0(t,\bar{x}(t))+\nu\psi(t,\bar{x}(t),\dot{\bar{x}}(t)))$,

2) $(x^*(0),-x^*(T))\in\partial_C(\varphi(\bar{x}(0),\bar{x}(T))+\nu q(\bar{x}(0)))$,

где $\nu\ge L(1+e^{m(T)}+m(T)e^{m(T)})$.

Теорема 2. Пусть удовлетворяется условие леммы 5 и $\bar{x}(\cdot)$ среди всех решений задачи (1) минимизирует функционал (2). Тогда существует функция $x^*(\cdot)\in W_1^1([0,T],X^*)$ такая, что

1) $(\dot{x}^*(t),x^*(t))\in\partial_C(f_0(t,\bar{x}(t),\dot{\bar{x}}(t))+\psi_0(t,\bar{x}(t)))+\partial_C\omega(t,\bar{x}(t),\dot{\bar{x}}(t)))$,

2) $(x^*(0),-x^*(T))\in\partial_C(\varphi(\bar{x}(0),\bar{x}(T))+\nu q(\bar{x}(0)))$

при $\nu \ge L(1+e^{m(T)}+m(T)e^{m(T)})$.

Литература

1. Садыгов М.А. Субдифференциал высшего порядка и оптимизация. Deutschland: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014. 359 p.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СУБДИФФЕРЕНЦИАЛА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Садыгов Мисраддин Аллахверди оглы, Ахмедова Гюнай Гусейн кызы

Бакинский Государственный Университет

gunay.axmedova.2406@gmail.com

В работе рассмотрены два определения субдифференциала первого порядка и изучен их свойств. Используя введенного определения субдифференциала получены необходимые условия экстремума.

1. Аппроксимативный субдифференциал. Пусть X банахово пространство, $\overline{R}=R\bigcup\{\pm\infty\}$, $f:X\to\overline{R}$, $\mathrm{dom} f=\{x\in X:|f(x)|<+\infty\}$, $x_0\in\mathrm{dom} f$. Рассмотрим об одном определения субдифференциала функцией f в точке x_0 (см. [1]). Обозначим $\Omega=\{r(\cdot):r(t)\in X$, $\frac{r(t)}{t}\to 0$ при $t\downarrow 0\}$ и пусть

$$F^+(x_0;x)=\sup_{r(\cdot)\in\Omega}\overline{\lim_{t\downarrow 0}}\frac{1}{t}(f(x_0+tx+r(t))-f(x_0)),\quad F^-(x_0;x)=\inf_{r(\cdot)\in\Omega,}\underline{\lim_{t\downarrow 0}}\frac{1}{t}(f(x_0+tx+r(t))-f(x_0)),$$

$$F^I(x_0;x)=\max\{F^+(x_0;x),\,-F^-(x_0;-x)\}.$$

Положим $df(x_0)=\{x^*\in X^*:\langle x^*,x\rangle\le F^I(x_0;x)\text{ при }x\in X\}$.

Теорема 1. Если f достигает в точке $x_0\in\Omega$ локального минимума или локального максимума на открытом множестве $\Omega\subset X$, то $0\in df(x_0)$.

Положим $f^+(x_0;x)=\overline{\lim_{t\downarrow 0}}\frac{1}{t}(f(x_0+tx)-f(x_0))$, $f^-(x_0;x)=\underline{\lim_{t\downarrow 0}}\frac{1}{t}(f(x_0+tx)-f(x_0))$ при $x\in X$ и $f^I(x_0;x)=\max\{f^+(x_0;x),\,-f^-(x_0;-x)\}$ при $x\in X$ (см.[2]).

Лемма 1. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $F^+(x_0;x)=f^+(x_0;x)$ и $F^-(x_0;x)=f^-(x_0;x)$ при $x\in X$.

Лемма 2. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $F^I(x_0;x)=f^I(x_0;x)$ при $x\in X$.

Лемма 3. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $d(-f)(x_0)=-df(x_0)$.

Если f липшицевая функция вблизи x_0, то положим

$$f^o(x_0;x)=\overline{\lim_{\substack{y\to x_0\\ \lambda\downarrow 0}}}\frac{f(y+\lambda x)-f(y)}{\lambda},\qquad \partial_C f(x_0)=\{x^*\in X^*:f^o(x_0;x)\ge\langle x^*,x\rangle,\,x\in X\},$$

где через $\partial_C f(x_0)$ обозначен субдифференциал Кларка функции f в точке x_0.

Лемма 4. Если f липшицевая функция вблизи x_0, то $df(x_0)\subset\partial_C f(x_0)$.

В общем случае функция $x \to F^I(x_0; x)$ не является сублинейной. Поэтому рассмотрим другое определение субдифференциала.

Будем говорить, что функция f в точке $x_0 \in \mathrm{dom} f$ допускает сублинейную аппроксима-цию $h(x)$, если $h(x)$ сублинейная полунепрерывная снизу функция и $h(x) \geq F^I(x_0; x)$ при $x \in X$. Сублинейная аппроксимация h функций f в точке x_0 называется главной аппроксимацией, если не существует другая сублинейная аппроксимация h_1, такая, что $h(x) \geq h_1(x)$ при $x \in X$. Главной сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0, обозначим через $F^m(x_0; x)$.

Если f липшицевая функция вблизи точки x_0, то считаем, что $F^m(x_0; x) \leq f^0(x_0; x)$. Положим $d^m F(x_0) = \partial F^m(x_0; 0)$.

Пусть f липшицевая функция вблизи точки x_0. Так как $F^I(x_0; x) \leq f^0(x_0; x)$, то $f^0(x_0; x)$ является сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0. Отметим, что $f^0(x_0; x)$ общем случае не является главной сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0.

Пусть X банахово пространство, $\Omega \subset X$, $f : \Omega \to R$.

Теорема 2. Если f достигает в точке $x_0 \in \Omega$ локального минимума или локального

максимума на открытом множестве $\Omega \subset X$ и $\partial^m F(x_0)$ непусто, то $0 \in \partial^m F(x_0)$. Если $C \subset X$, то положим $d_C(x) = \inf\{\|y - x\| : y \in C\}$.

Теорема 3. Если f удовлетворяет условию Липшица с постоянной K в окрестности точки x_0 и достигает минимума на множестве C в точке $x_0 \in C$, то $0 \in d^m(f(x_0) + K d_C(x_0))$.

2. K **-субдифференциал**. Положим

$$f_\Omega^+(x_0; x) = \inf_{r(\cdot)\in\Omega} \overline{\lim_{t\downarrow 0}} \frac{1}{t}(f(x_0 + tx + r(t)) - f(x_0)), \quad f_\Omega^-(x_0; x) = \sup_{r(\cdot)\in\Omega,\ t\downarrow 0} \underline{\lim} \frac{1}{t}(f(x_0 + tx + r(t)) - f(x_0)),$$

$$f_\Omega^I(x_0; x) = \max\{f_\Omega^+(x_0; x),\ -f_\Omega^-(x_0; -x)\}.$$

Множество $d_\Omega f(x_0) = \{x^* \in X^* : \langle x^*, x \rangle \leq f_\Omega^I(x_0; x) \text{ при } x \in X\}$ назовем K-субдифференциалом функции f в точке x_0.

Лемма 5. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $f_\Omega^+(x_0; x) = f^+(x_0; x)$ и $f_\Omega^-(x_0; x) = f^-(x_0; x)$ при $x \in X$.

Лемма 6. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $f_\Omega^I(x_0; x) = f^I(x_0; x)$ при $x \in X$.

Лемма 7. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0, то $d_\Omega(-f)(x_0) = -d_\Omega f(x_0)$.

Теорема 4. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0 и достигает в точке $x_0 \in \Omega$ локального минимума или локального максимума на открытом множестве $\Omega \subset X$, то $0 \in d_\Omega f(x_0)$.

Лемма 8. Если f липшицевая функция вблизи x_0, то $d_\Omega f(x_0) \subset \partial_C f(x_0)$.

Отметим, что в общем случае функция $x \to f_\Omega^I(x_0;x)$ не является сублинейной. Поэтому рассмотрим другое определение субдифференциала.

Будем говорить, что функция f в точке $x_0 \in \mathrm{dom} f$ допускает сублинейную аппроксимацию $h(x)$, если $h(x)$ сублинейная полунепрерывная снизу функция и $h(x) \ge f_\Omega^I(x_0;x)$ при $x \in X$. Сублинейная аппроксимация h функций f в точке x_0 называется главной аппроксимацией, если не существует другая сублинейная аппроксимация h_1, такая, что $h(x) \ge h_1(x)$ при $x \in X$. Главной сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0, обозначим через $f_\Omega^m(x_0;x)$. Положим $d_\Omega^m f(x_0) = \partial f_\Omega^m(x_0;0)$.

Пусть f липшицевая функция вблизи точки x_0. Так как $f_\Omega^I(x_0;x) \le f^0(x_0;x)$, то $f^0(x_0;x)$ является сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0. Отметим, что $f^0(x_0;x)$ общем случае не является главной сублинейной аппроксимацией функции f в точке x_0.

Пусть X банахово пространство, $\Omega \subset X$, $f : \Omega \to R$.

Теорема 5. Если f удовлетворяет условию Липшица в окрестности точки x_0 и f достигает в точке $x_0 \in \Omega$ локального минимума или локального максимума на открытом множестве $\Omega \subset X$, то $0 \in d_\Omega^m f(x_0)$.

Теорема 6. Если f удовлетворяет условию Липшица с постоянной K в окрестности точки x_0 и достигает минимума на множестве C в точке $x_0 \in C$, то $0 \in d_\Omega^m (f(x_0) + K d_C(x_0))$.

Литература

1. Садыгов М.А. О необходимых условиях экстремума в одном классе негладких функций. Известия АН Азербайджанской ССР, 1980, № 4, с.118-124.

О ЗАВИСИМОСТИ РЕШЕНИЙ ТРЕХМЕРНОГО ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОТ ВОЗМУЩЕНИЯ

Садыгов Мисраддин Аллахверди оглы, Насибли Айгюн Аллахяр кызы

Бакинский Государственный Университет

n.a.aygun@mail.ru

Пусть функции $f_i : [0,1]^3 \times R^{k_1+k_2+k_3} \times U_i \to R^{k_i}$, $i = 1,2,3,$ удовлетворяют условию Каратеодори, причем U_1, U_2 и U_3 непустые компактные множества в R^{r_1}, R^{r_2} и R^{r_3} соответственно, $\varphi_i : [0,1]^2 \times B_i \to R^{k_i}$ удовлетворяют условию Каратеодори при $i = 1,2,3$; причем B_1, B_2 и B_3 непустые компактные множества в R^{s_1}, R^{s_2} и R^{s_3} соответственно, где k_1, k_2, k_3, r_1, r_2, r_3 и s_1, s_2, s_3 натуральные числа.

Положим $V_x^p = \{u \in L_p^{k_1}[0,1]^3 : u_x \in L_p^{k_1}[0,1]^3\}$, $V_y^p = \{\upsilon \in L_p^{k_2}[0,1]^3 : \upsilon_y \in L_p^{k_2}[0,1]^3\}$,

$V_z^p=\{w\in L_p^{k_3}[0,1]^3 : w_z\in L_p^{k_3}[0,1]^3\}$. Пусть $\omega_1:[0,1]^3\to U_1$, $\omega_2:[0,1]^3\to U_2$ и $\omega_3:[0,1]^3\to U_3$, $b_1:[0,1]^2\to B_1$, $b_2:[0,1]^2\to B_2$ и $b_3:[0,1]^2\to B_3$ измеримые отображения.

Функция $(u,\upsilon,w)\in V_x^p\times V_y^p\times V_z^p$, удовлетворяющая уравнениям

$$\begin{aligned}
&u_x(x,y,z)=f_1(x,y,z,u(x,y,z),\upsilon(x,y,z),w(x,y,z),\ \omega_1(x,y,z)),\\
&\upsilon_y(x,y,z)=f_2(x,y,z,u(x,y,z),\upsilon(x,y,z),w(x,y,z),\ \omega_2(x,y,z)),\\
&w_z(x,y,z)=f_3(x,y,z,u(x,y,z),\upsilon(x,y,z),w(x,y,z),\ \omega_3(x,y,z)),
\end{aligned}\tag{1}$$

и условиям $u(0,y,z)=\varphi_1(y,z,b_1(y,z)$, $\upsilon(x,0,z)=\varphi_2(x,z,b_2(x,z))$, $w(x,y,0)=\varphi_3(x,y,b_3(x,y))$ при $x,y,z\in[0,1]$ называется решением уравнения (1).

Теорема 1. Пусть функция $f_i:[0,1]^3\times R^{k_1+k_2+k_3}\times U_i\to R^{k_i}$, $i=1,2,3,$ удовлетворяет условию Каратеодори и

$$\|f_i(x,y,z,p_1,\omega)-f_i(x,y,z,p,\omega)\|\le M\|p_1-p\|$$

при $p,p_1\in R^{k_1+k_2+k_3}, i=1,2,3.$ Тогда, если для $(\overline{u},\overline{\upsilon},\overline{w})\in V_x^p\times V_y^p\times V_z^p$ выполняются неравенства

$$\|\overline{u}_x(x,y,z)-f_1(x,y,z,\overline{u}(x,y,z),\overline{\upsilon}(x,y,z),\overline{w}(x,y,z)),\overline{\omega}_1(x,y,z))\|\le\rho_1(x,y,z),$$

$$\|\overline{\upsilon}_y(x,y,z)-f_2(x,y,z,\overline{u}(x,y,z),\overline{\upsilon}(x,y,z),\overline{w}(x,y,z),\overline{\omega}_2(x,y,z)))\|\le\rho_2(x,y,z),$$

$$\|\overline{w}_z(x,y,z)-f_3(x,y,z,\overline{u}(x,y,z),\ \overline{\upsilon}(x,y,z),\overline{w}(x,y,z),\overline{\omega}_3(x,y,z)))\|\le\rho_3(x,y,z),$$

$$\|\overline{u}(0,y,z)-\varphi_1(y,z)\|\le\xi_1(y,z),\quad \|\overline{\upsilon}(x,0,z)-\varphi_2(x,z)\|\le\xi_2(x,z),\quad \|\overline{w}(x,y,0)-\varphi_3(x,y)\|\le\xi_3(x,y),$$

где $\rho_i(\cdot)\in L_p[0,1]^3$ при $i=1,2,3,$ $\xi_1(\cdot),\xi_2(\cdot),\xi_3(\cdot)\in L_p[0,1]^2$, функции φ_1,φ_2 и φ_3 измеримы, отобра-жения $\overline{\omega}_1:[0,1]^3\to U_1$, $\overline{\omega}_2:[0,1]^3\to U_2$ и $\overline{\omega}_3:[0,1]^3\to U_3$ измеримые, то существуют измеримые отображения $\omega_1:[0,1]^3\to U_1$, $\omega_2:[0,1]^3\to U_2$ и $\omega_3:[0,1]^3\to U_3$ и решение (u,υ,w) задачи

$$\begin{aligned}
&u_x(x,y,z)=f_1(x,y,z,u(x,y,z),\upsilon(x,y,z),w(x,y,z),\omega_1(x,y,z)),\quad u(0,y,z)=\varphi_1(y,z),\\
&\upsilon_y(x,y,z)=f_2(x,y,z,u(x,y,z),\upsilon(x,y,z),w(x,y,z),\omega_2(x,y,z)),\quad \upsilon(x,0,z)=\varphi_2(x,z),\\
&w_z(x,y,z)=f_3(x,y,z,u(x,y,z),\upsilon(x,y,z),w(x,y,z),\omega_3(x,y,z)),\quad w(x,y,0)=\varphi_3(x,y),
\end{aligned}$$

что

$$|u(x,y,z)-\overline{u}(x,y,z)|\le\xi_1(y,z)+\int_0^1\rho_1(t,y,z)dt+e^{Mx}\eta_1(y,z)+Me^{My}\int_0^1\eta_2(t,z)dt+$$

$$+Me^{Mz}\int_0^1\eta_3(t,y)dt+\frac{1}{2}Me^{2M(x+y)}\int_0^1\eta_1(s,z)ds+\frac{1}{2}Me^{2M(x+z)}\int_0^1\eta_1(y,\nu)d\nu+$$

$$+\tfrac{1}{2}Me^{2M(x+y)}\int_0^1\eta_2(t,z)dt+\tfrac{1}{2}Me^{2M(x+z)}\int_0^1\eta_3(t,y)dt+3{,}5dM^2e^{3{,}5(x+y+z)}+2dM^2e^{2M(y+z)},$$

$$|\upsilon(x,y,z)-\overline{\upsilon}(x,y,z)|\le\xi_2(x,z)+\int_0^1\rho_2(x,s,z)ds+e^{My}\eta_2(x,z)+Me^{Mx}\int_0^1\eta_1(s,z)ds+$$

$$+Me^{Mz}\int_0^1\eta_3(x,s)ds+\frac{1}{2}Me^{2M(x+y)}\int_0^1\eta_1(s,z)ds+\frac{1}{2}Me^{2M(x+y)}\int_0^1\eta_2(t,z)dt+\frac{1}{2}Me^{2M(y+z)}\times$$

$$\times\int_0^1\eta_2(x,\nu)d\nu+\frac{1}{2}Me^{2M(y+z)}\int_0^1\eta_3(x,s)ds+3{,}5dM^2e^{3{,}5M(x+y+z)}+2dM^2e^{2M(x+z)},$$

$$\left|w(x,y,z)-\overline{w}(x,y,z)\right|\le \xi_3(x,y)+\int_0^1\rho_3(x,y,\nu)d\nu+e^{Mz}\eta_3(x,y)+Me^{Mx}\times$$

$$\times\int_0^1\eta_1(y,s)ds+Me^{My}\int_0^1\eta_2(x,s)ds+\frac{1}{2}Me^{2M(x+z)}\int_0^1\eta_1(y,\upsilon)d\upsilon+\frac{1}{2}Me^{2M(y+z)}\int_0^1\eta_2(x,\nu)d\nu+$$

$$+\frac{1}{2}Me^{2M(x+z)}\int_0^1\eta_3(t,y)dt+\frac{1}{2}Me^{2M(y+z)}\int_0^1\eta_3(x,s)ds+3{,}5dM^2e^{3{,}5M(x+y+z)}+2dM^2e^{2M(x+y)},$$

$$\left|u_x(x,y,z)-\overline{u}_x(x,y,z)\right|\le \rho_1(x,y,z)+D(x,y,z),$$

$$\left|\upsilon_y(x,y,z)-\overline{\upsilon}_y(x,y,z)\right|\le \rho_2(x,y,z)+D(x,y,z),$$

$$\left|w_z(x,y,z)-\overline{w}_z(x,y,z)\right|\le \rho_3(x,y,z)+D(x,y,z),$$

где $\eta_1(y,z)=\xi_1(y,z)+\int_0^1\rho_1(t,y,z)dt,\quad \eta_2(x,z)=\xi_2(x,z)+\int_0^1\rho_2(x,s,z)ds,$

$$\eta_3(x,y)=\xi_3(x,y)+\int_0^1\rho_3(x,y,\nu)d\nu,\ d_1=\int_0^1\int_0^1\eta_1(s,\nu)dsd\nu,\ d_2=\int_0^1\int_0^1\eta_2(t,\nu)dtd\nu,\quad d_3=\int_0^1\int_0^1\eta_3(t,s)dtds,$$

$$D(x,y,z)=Me^{Mx}\eta_1(y,z)+Me^{My}\eta_2(x,z)+Me^{Mz}\eta_3(x,y)+M^2e^{2M(x+y)}\int_0^1\eta_1(s,z)ds+$$

$$+M^2e^{2M(x+z)}\int_0^1\eta_1(y,\nu)d\nu+M^2e^{2M(x+y)}\int_0^1\eta_2(t,z)dt+M^2e^{2M(y+z)}\int_0^1\eta_2(x,\nu)d\nu+M^2e^{2M(x+z)}\int_0^1\eta_3(t,y)dt+$$

$$+M^2e^{2M(y+z)}\int_0^1\eta_3(x,s)ds+12{,}25dM^3e^{3{,}5M(x+y+z)},\quad d=\max\{d_1,d_2,d_3\}.$$

Следствие 1. Пусть функции $f_i:[0,1]^3\times R^{k_1+k_2+k_3}\times U_i\to R^{k_i}$, $i=1,2,3,$ удовлетворяют условию Каратеодори, причем U_1, U_2 и U_3 непустые компактные множества в R^{r_1}, R^{r_2} и R^{r_3} соответственно, где k_1,k_2,k_3, r_1,r_2,r_3 натуральные числа и функции $f_i,\ i=1,2,3,$ удовлет-воряют условию

$$\left\|f_i(x,y,z,p_1,\omega)-f_i(x,y,z,p,\omega)\right\|\le M\left\|p_1-p\right\|$$

при $p,p_1\in R^{k_1+k_2+k_3}$.

Если функции $d(0,f_1(x,y,z,0,0,0,U_1)$, $d(0,f_2(x,y,z,0,0,0,U_2))$, $d(0,f_3(x,y,z,0,0,0,U_3))$ принадлежат $L_p[0,1]^3$, вектор функции φ_i принадлежат $L_p^{k_i}[0,1]^2$, где $i=1,2,3,$ то существует решение $(u,\upsilon,w)\in V_x^p\times V_y^p\times V_z^p$ задачи

$$u_x(x,y,z)\in f_1(x,y,z,u(x,y,z),\upsilon(x,y,z),w(x,y,z),U_1),$$

$$\upsilon_y(x,y,z)\in f_2(x,y,z,u(x,y,z),\upsilon(x,y,z),w(x,y,z),U_2),$$

$$w_z(x,y,z)\in f_3(x,y,z,u(x,y,z),\upsilon(x,y,z),w(x,y,z),U_3),$$

$$u(0,y,z)=\varphi_1(y,z),\ \upsilon(x,0,z)=\varphi_2(x,z),\ w(x,y,0)=\varphi_3(x,y).$$

Отметим, что используя теорему 1 можно получить небходимое условие экстремума для соответствющих задач трехмерного оптимального управления.

Литература

1. Садыгов М.А. Экстремальные задачи для включений в частных производных. Deutschland, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015.- 390 p.

ЛИНЕЙНАЯ ОБРАТНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРАВОЙ ЧАСТИ ПСЕВДО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Садыхзаде Рена Шафи кызы

Бакинский Государственный Университет

yashar_aze@mail.ru , rena7097@gmail.com

Рассмотрим для уравнения

$$u_{tt}(x,t)-\alpha u_{txx}(x,t)-\beta u_{xx}(x,t)=a(t)g(x,t)+f(x,t) \quad (1)$$

в области $D_T=\{(x,t):0<x<1,\ 0\le t\le T\}$ обратную краевую задачу с условиями

$$u(x,0)=\varphi(x),\quad u_t(x,0)=\psi(x)\quad (0\le x\le 1), \quad (2)$$

$$u_x(0,1)=0 , \quad (3)$$

$$\int_0^1 u(x,t)dx=0 \quad (0\le t\le T), \quad (4)$$

$$u(0,t)=h(t) \quad (0\le t\le T) , \quad (5)$$

где $\alpha>0,\beta>0$ – заданные числа, $f(x,t),\ g(x,t),\varphi(x),\psi(x),h(t)$ – заданные функции, а $u(x,t)$ и $a(t)$ – искомые функции.

Определение 1. Пару $\{u(x,t),a(t)\}$ функций $u(x,t)\in\tilde{C}^2(\overline{D}_T)$, $a(t)\in C[0,T]$, удовлетворяющих уравнению (1) в D_T, условиям (2) в $[0,1]$ условиями (3) -(5) в $[0,T]$ назовем классическим решением обратной краевой задачи (1)-(5) где $\tilde{C}^2(D_T)=\{u(x,t):u(x,t)\in C^2(D_T),u_{txx}(x,t)\in C(D_T)\}$.

Теорема 1. Пусть $f(x,t)\in C(\overline{D}_T),\int_0^1 f(x,t)dx=0 \quad (0\le t\le T)$,

$g(x,t)\in C(\overline{D}_T),\int_0^1 g(x,t)dx=0 \quad (0\le t\le T), \varphi(x)\in C^1[0,1],\psi(x)\in C[0,1],\varphi'(0)=0,$

$h(t)\in C^2[0,T]$, $g(0,t)\ne 0 \ (0\le t\le T)$ и выполняются условия согласования:

$$\int_0^1\varphi(x)dx=0,\ \int_0^1\psi(x)dx=0, \quad (6)$$

$$\varphi(0)=h(0),\ \psi(0)=h'(0). \quad (7)$$

Таким образом задача нахождения классического решения задачи (1)-(5) эквивалентна задаче определения функций $u(x,t)\in\tilde{C}^2(\overline{D}_T)$ и $a(t)\in C[0,T]$, из соотношений (1)-(3) и

$$u_x(1,t)=0 \ (0\le t\le T), \quad (8)$$

$$h''(t)-\alpha u_{txx}(0,t)-\beta u_{xx}(0,t)=a(t)g(0,t)+f(0,t)\ (0\le t\le T). \quad (9)$$

Теорема 2. Пусть выполняются условия

1. $\varphi(x)\in C^2[0,1],\ \varphi'''(x)\in L_2(0,1)$, $\varphi'(0)=\varphi'(1)=0,$.

2. $\psi(x) \in C^2[0,1], \psi'''(x) \in L_2(0,1)$, $\psi'(0) = \psi'(1) = 0,$.

3. $f(x,t),\ f_x(x,t), f_{xx}(x,t) \in C(D_T),\ f_{xxx}(x,t) \in L_2(D_T)$, $f_x(0,t) = f_x(1,t) = 0 \ \ (0 \le t \le T)$.

4. $g(x,t), g_x(x,t), g_{xx}(x,t) \in C(D_T), g_{xxx}(x,t) \in L_2(D_T)$, $g_x(0,t) = g_x(1,t) = 0 \ \ (0 \le t \le T)$.

5. $\alpha > 0,\ \beta > 0,\ \dfrac{\alpha^2\pi^2}{4} - \beta > 0.\ h(t) \in C^2[0,T],\ \ g(0,t) \ne 0 \ \ (0 \le t \le T)$.

Тогда задача (1)-(3), (8) , (9) имеет единственное решение

Теорема 3. Пусть выполняются все условия теоремы 2, $\int\limits_0^1 f(x,t)dx = 0$, $\int\limits_0^1 g(x,t)dx = 0 \ \ \left(0 \le t \le T\right)$ и выполнены условия согласования (6),(7). Тогда задача (1)-(5) имеет единственное классическое решение.

Литература

1. Тихонов А.И. Об устойчивости обратных задач // Докл. АН СССР.-1943.-39. №5.-с. 195-198.
2. Лаврентьев М.М. Об одной обратной задаче для волнового уравнения // Докл. АН СССР.-1964.-157. №3.-с. 520-521.
3. Mehraliyev, Y.Sadikhzade, R.Ramazanova, A Two-dimensional inverse boundary value problem for a third-order pseudo-hyperbolic equation with an additional integral condition. EUROPEAN JOURNAL OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS. Vol. 16,No. 2. 1000c.99-103

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ АРКИ С ЖЕСТКИМ ЗАЩЕМЛЕНИЕМ ОБЕИХ КОНЦОВ

Фатуллаева Лаура Фаик кызы

Бакинский Государственный Университет

laura_fat@rambler.ru

В представленной работе вариационный метод применен к решению задачи устойчивости прямоугольной арки с неоднородной толщиной и жестко защемленными концами. Основная цель работы получить выражения для функционала и критической силы в соответствующей форме, необходимой для решения поставленной задачи. Здесь дано исследование напряженно-деформированного состояния прямоугольной арки в геометрической нелинейной постановке.

Предположим, что рассматриваемая арка находится под вертикальным давлением, интенсивность которого равномерно распределена по ее поверхности. Ось прямоугольной арки с жестко защемленными обоими концами определяется по следующей формуле:

$$w = c_0 \eta \sin\frac{\pi z}{l} \sin\pi\left(1 - \frac{z}{l}\right) , \qquad (1)$$

где c_0 - ось подъема арки, η - аргумент аппроксимации, l - расстояние между опорами арки, y - горизонтальная координата и z - вертикальная координата.

Выражение (1) удовлетворяет граничным условиям жесткого замыкания обоих концов, то есть:

$w(0) = w(l) = 0; \quad w_{,z}(0) = w_{,z}(l) = 0$.

Сечение арки прямоугольное, ее высота равна $2h$, а ширина b. Предполагается, что арка геометрически нелинейна, то есть состоит из n слоев разной толщины. Обозначим толщину каждого слоя через δ_{k+1}, тогда

$\sum_{k=0}^{n-1} \delta_{k+1} = 2h$.

Функционал, который нам нужен, берем такой [2]:

$$J = b\int_{-h}^{h}\int_{0}^{l}\left\{\dot{\sigma}\dot{\varepsilon} + \frac{1}{2}\sigma\dot{\omega}^2{}_{,z}\right\}dydz - \frac{b}{2}\int_{0}^{l}\sum_{k=0}^{n-1}\int_{a_k}^{a_{k+1}}\frac{\dot{\sigma}^2}{E_{k+1}(y)}dydz + \int_{0}^{l}\dot{q}\dot{\omega}dz, \qquad (2)$$

где σ – напряжение, $E_{k+1} = E_{k+1}(y)$ $\left(k = 0,1,...,(s-1)\right)$ – модуль упругости материала k-го слоя и

$a_k = -h + \sum_{j=0}^{k} \delta_j \quad (\delta_0 = 0)$, $a_k \le y \le a_{k+1}$.

Скорость деформации ($\dot{\varepsilon}$) определяется как в работе [2]:

$$\dot{\varepsilon} = \omega_{,z}\dot{\omega}_{,z} - y\dot{\omega}_{,zz} . \qquad (3)$$

В формулах (2) и (3) и далее запятая означает частное дифференцирование по координате z, а точка означает дифференцирование по q, т.е. $\dot{q} = 1$.

Аппроксимирующая функция σ и ее скорость определяются в следующем виде:

$$\sigma = E_1\left(\sigma_0 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) + \sigma_1 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)\cdot\left(\frac{2y}{h}\right)\right), \qquad (4)$$

$$\dot{\sigma} = E_1\left(\dot{\sigma}_0 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) + \dot{\sigma}_1 \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)\cdot\left(\frac{2y}{h}\right)\right). \qquad (5)$$

Для получения окончательной формулы функционала (2), подставим формулы (3)-(5) в (2) и проведем соответствующие математические операции. В результате получим следующее выражение для функционала:

$$J = \frac{32}{15}\frac{bhE_1\pi}{l}c_0^2\dot{\sigma}_0\eta\dot{\eta} + \frac{16}{3}bh^2E_1c_0\frac{\pi}{l}\dot{\sigma}_1\dot{\eta} + \frac{16}{15}bhE_1\frac{\pi}{l}c_0{}^2\dot{\eta}^2\sigma_0 -$$

$$-\frac{bl}{4}E_1{}^2\dot{\sigma}_0{}^2\Phi_0 - \frac{l}{h}bE_1{}^2\dot{\sigma}_0\dot{\sigma}_1\Phi_1 - \frac{bl}{h^2}E_1{}^2\dot{\sigma}_1{}^2\Phi_2 + \dot{\eta}c_0\frac{l}{2} , \qquad (6)$$

здесь

$$\Phi_i = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{a_k}^{a_{k+1}} \frac{y^i}{E_{k+1}} dy, \quad i = 0,1,2.$$

Таким образом, соотношение (6) является выражением функционала вариационного метода, примененного к решению задачи устойчивости прямоугольной арки неоднородной толщины.

В формуле функционала (6) $\dot{\eta},\ \dot{\sigma}_0,\ \dot{\sigma}_1$ являются независимыми переменными функциональными аргументами. Используя метод Рэлея-Ритца, найдем стационарные значения функционала (6). Условие стационарности функционала (6) есть $\delta J = 0$, а это приводит к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{gathered} \frac{64}{15}\frac{h\pi}{l^2}c_0\dot{\sigma}_0\eta + \frac{32}{3}\frac{h^2\pi}{l^2}\dot{\sigma}_1 + \frac{64}{15}\frac{h\pi}{l^2}c_0\dot{\eta}\sigma_0 + \frac{1}{bE_1} = 0, \\ \frac{32}{15}\frac{h\pi}{l}c_0{}^2\eta\dot{\eta} - \frac{1}{2}lE_1\dot{\sigma}_0\Phi_0 - \frac{l}{h}E_1\dot{\sigma}_1\Phi_1 = 0, \\ \frac{16\pi}{3l}c_0h^2\dot{\eta} - \frac{l}{h}E_1\dot{\sigma}_0\Phi_1 - \frac{2l}{h^2}E_1\dot{\sigma}_1\Phi_2 = 0. \end{gathered} \tag{7}$$

Введем начальные значения для $\eta,\ \sigma_0,\ \sigma_1$:

$$\eta(0) = 1, \quad \sigma_0(0) = \sigma_1(0) = 0. \qquad .$$

Учитывая эти условия и интегрируя систему (7), получаем соответствующую систему уравнения. Комбинируя эти уравнения и введя безразмерные переменные, в итоге имеем формулу для действующей силы. Критическая сила вычисляется при условии $\frac{d\tau}{d\eta} = 0$, здесь $\tau -$безразмерная величина для силы.

Литература

1. Фатуллаева Л.Ф. Прощелкивание неоднородной по толщине нелинейно-упругой пологой арки // Владикавказский математический журнал, 2005, т.7, вып.2, с.86-89.
2. Fatullayeva L., Fomina N., Mammadova N. Calculation of critical force during bending of a rectangular arch under pressure // Advanced Mathematical Models & Applications, 2023, 8 (1), pp.83-91.

ТРЕУГОЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ТИПА ЙОСТАУРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Ханмамедов Агил Ханмамед оглы, Агаева Роя Мирза кызы

Бакинский государственный университет

agil_khanmamedov@yahoo.com, roya.agayeva.1990@gmail.com

Во многих вопросах спектральной теории одномерных линейных дифференциальных уравнений второго порядка эффективно применяется аппарат операторов преобразования(см.[1] и цитированную там литературу). Этот аппарат тесно связан с теорией операторов обобщенного сдвига, разработанной Ж.Дельсартом [2]. Роль операторов преобразования значительно возросла после того, как их стали применитьк обратным спектральным задачам (см. [1], [3]).

Для одномерного уравнения Шредингера с быстро убывающим потенциалом операторы преобразования, сохраняющие асимптотики решений на бесконечности, были изучены в работах многих авторов (см.1], [3]). Вместе с тем для уравнения Шредингера с неограниченными потенциалами построение операторов преобразования сталкивается существенными трудностями по сравнению с быстроубывающим потенциалом. В этом направлении отметим работы [4]- [6], в которых изучались операторы преобразования для уравнения Шредингера с дополнительным потенциалом вида $cx^{\alpha}, \alpha = 1{,}2$.

Рассмотрим уравнение

$$-y'' + e^{2x} y + q(x) y = \lambda^2 y, \; 0 < x < \infty, \quad \lambda \in C, \tag{1}$$

где вещественный потенциал $q(x)$ удовлетворяет условию

$$\int_0^{\infty} x e^{2x} |q(x)| dx < \infty. \tag{2}$$

Положим $\sigma_0(x) = \int_x^{\infty} |q(t)| dt,\ \sigma_1(x) = \int_x^{\infty} \sigma_0(t) dt$, $f_0(x,\lambda) = K_{i\lambda}(e^x)$, где $K_{\nu}(z)$- функция Макдонадла (см.[7]). В настоящей работе с помощью оператора преобразования найдено треугольное представление решения типа Йостауравнения (1).

Теорема. *Если потенциал $q(x)$ удовлетворяет условию (2), то уравнение (1)при всех комплексных значениях λ имеет решение $f(x,\lambda)$, представимое в виде*

$$f(x,\lambda) = f_0(x,\lambda) + \int_x^{+\infty} K(x,t)\, f_0(t,\lambda) dt,$$

где ядро $K(x,t)$ является непрерывной функцией и удовлетворяет следующим соотношениям

$$|K(x,t)| \le \frac{1}{2} \sigma_0\left(\frac{x+t}{2}\right) e^{\sigma_1(x)},$$

$$K(x,x) = \frac{1}{2} \int_x^{+\infty} q(t) dt.$$

Литература

1. Б.М. Левитан, Обратные задачи Штурма-Лиувилля, Наука, Москва (1984).
2. J. Delsarte, Sur une extension de la formule de Taylor,J.Math. Pures et appl., **17**, 213-230(1938).
3. В.А.Марченко, Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения, Наук. думка, Киев (1977).

4. М.Г.Гасымов, Б.А. Мустафаев, Обратная задача рассеяния для ангармонического уравнения на полуоси, ДАН СССР, **228**: №1, 321-323 (1976).
5. Li. Yishen, One special inverse problem of the second order differential equation on the whole real axis, Chin. Ann. of Math., **2**, №2,147-155 (1981).
6. А. Х. Ханмамедов, М.Г.Махмудова,Об операторе преобразования для уравнения Шредингера с дополнительным линейным потенциалом, Функциональный анализ и его приложения, **54**,№1,93–96 (2020).
7. М. Абрамович, И. Стиган, Справочник по специальным функциям, Наука, Москва (1979).

ВЯЗКОУПРУГИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В СОСТАВНОЙ ТРУБЕ

Мурадова Айтен Кадим кызы
Институт математики и механики МНОАР
muradovaayten11@gmail.com

Решается задача об определении компонентов тензора собственных напряжений, тензора деформаций и вектора перемещения, которые возникают в составной трубе. На одну трубу с внутренним радиусом a и внешним радиусом c, находящуюся в холодном состоянии, надевают вторую трубу с внутренним радиусом c и внешним радиусом b, которая нагрета до определенной температуры T. После охлаждения температуры по времени, вторая труба сдавливает первую. Считается, что механические свойства обоих труб описываются соотношениями линейной теории вязкоупругости, которые применительно к нашей задачи принимают следующий вид [1]:

$$\sigma_z - \sigma = \int_0^t K(t-\tau)d(\varepsilon_z - \varepsilon), \tag{1}$$

$$\sigma_\varphi - \sigma = \int_0^t R(t-\tau)d(\varepsilon_\varphi - \varepsilon), \tag{2}$$

$$\sigma = 3K(\varepsilon - \varepsilon^*), \tag{3}$$

Здесь $R(t)$ – функция релаксации, соответствующая соотношению сдвига; σ – среднее напряжение, ε – средняя деформация; K – модуль объемной деформации, ε^* - первоначальные несовместные деформации

$$\varepsilon^* = \begin{cases} 0, a \le r \le c \\ -\alpha T, c \le r \le b \end{cases}$$

где α – коэффициент линейного температурного расширения

Предполагаем, что материал трубы не обладает объемными реологическими свойствами.

К соотношениям (1) – (3) добавим уравнение равновесия, граничные условия и геометрические соотношения [2]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0$$

$$\sigma_r\big|_{r=a} = 0; \ \ \sigma_r\big|_{r=b} = 0$$

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}, \ \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}$$

Для решения задачи применяется метод аппроксимаций А. А. Ильюшина, который предусматривает использование решения соответствующей упругой задачи и интегрального преобразования Лапласа – Карсона. Получены аналитические формулы для искомых величин.

Литуратура

1. А.А.Ильюшин. Пластичность. 1948. ОГИЗ Гос. Изд-во Техника-теоретическая литература. Москва, 1948. Ленинград, 376 с.
2. Л.М.Качанов. Основы теории пластичности. 1969. Изд. М.Наука, 420 с.

О СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТИ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Мехтиев Аббас Али оглы, Ахмедов Хикмет Иншалла оглы

abbasmehdiyev@mail.ru, hikmatahmadov@yahoo.com

Аннотация. Исследуется смешанная задача для параболического уравнения с переменными коэффициентами при нестандартных граничных условиях. При минимальных условиях на начальные данные, доказана однозначная разрешимость и получено явное аналитическое представление для решения задачи.

В работе рассматривается смешанная задача вида

$$Lu(x,t) = 0, \qquad (x,t) \in \Pi, \tag{1}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \qquad 0 < x < 1, \tag{2}$$

$$l_j u(x,t)\big|_{x=0} = 0, \qquad t > 0, \ \ j = 0, 1, \tag{3}$$

$$l_j u(x,t)\big|_{x=0} = 0, \qquad 0 < t \le \omega, \ \ j = 2, 3. \tag{4}$$

Где $\varphi(x)$ —заданная, а $u(x,t)$ —искомная функция

$$L\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial t}\right) u(x,t) = a(x)u_{xx} + b(x)u_x + c(x)u - u_t,$$

$$l_j u(x,t) = u(x, t + (1-j)\omega) + \delta_j u(1-x, t + j\omega), \quad \ j = 0, 1$$

$$l_j u(x,t) = \alpha_{j-2} u_x^{(j-2)}(x,t) + \beta_{j-2} u_x^{(j-2)}(1-x,t), \ \ \ j = 2, 3$$

$a(x)$, $b(x)$, $c(x)$ - известные коэффициенты и являются вещественными функциями, $\omega, \delta_j, \alpha_j, \beta_j$ $(j = 0,\ 1)$ вещественные постоянные, $\omega > 0$,
$\delta_0 \cdot \delta_1 \neq 0, \Pi = \{(x,t): 0 < x < 1,\ t > 0\}$.

Под решением задачи (1)-(4) будем подразумевать, функцию $u(x,t)$, которая удовлетворяет следующим требованиям:

1) $u(x,t) \in C^{2,1}(\Pi) \cap C(0 < x < t,\ t \geq 0)$;

$$\int_0^t u(x,\tau)d\tau \in C(0 \leq x \leq 1,\ \ t \geq 0);$$

2) $l_j u(x,t) \in C(0 \leq x < 1,\ t > 0),\ \ j = 0,1$;

3) $l_j u(x,t) \in C(0 \leq x < 1,\ 0 < t \leq \omega),\ \ j = 2,3$;

4) $u(x,t)$ удовлетворяет равенствам (1)-(4) в обычном смысле.

Комбинированием вычетного метода и метода контурного интеграла М.Л. Расулова [1, 2] доказывается следующая

Теорема. Пусть $a(0)\alpha_0\beta_1 + a(1)\beta_0\alpha_1 \neq 0$, $\varphi(x) \in C^2[0,1]$, $l_j\varphi\big|_{x=0} = 0$, $(j = 2,3)$, $a(x) > 0$, $x \in [0,1]$, $a(x) \in C[0,1]$, $b(x) \in C[0,1]$, $c(x) \in C[0,1]$ и $a(0) \cdot a(1) \neq 0$. Тогда задача (1)-(4) имеет решение и представляется

$$u(x,t) = \varphi(x) + \frac{1}{\pi i}\int_{\mathfrak{J}_h^+} \lambda^{-1} e^{\lambda^2 t} \times$$

$$\times \left[\int_0^1 G(x,\xi,\lambda)\big(a(\xi)\varphi''(\xi) + b(\xi)\varphi'(\xi) + c(\xi)\varphi(\xi)\big)d\xi - \right. \tag{5}$$

$$\left. -Q(x,\lambda,\varphi(0),\varphi(1)\right]d\lambda + \frac{1}{\pi i}\int_{\mathfrak{J}_h^+} \lambda e^{\lambda^2 t} Q(x,\lambda,p,q)d\lambda,$$

где $G(x,\xi,\lambda)$ функция Грина спектральной задачи соответствующие задачи (1), (2), (3),

$$\widehat{\mathfrak{J}}_h^+ = \left\{\lambda \colon \lambda = \sigma e^{-\frac{3\pi}{8}i}, \sigma \in \left[2h\sqrt{1+\sqrt{2}}, \infty\right),\right\} \cup$$

$$\cup \left\{\lambda \colon \lambda = h(1 + i\eta), \eta \in \left[-1-\sqrt{2};\ \ 1+\sqrt{2}\right]\right\} \cup$$

$$\cup \left\{\lambda \colon \lambda = \sigma e^{\frac{3\pi}{8}i}, \sigma \in \left[2h\sqrt{1+\sqrt{2}}, \infty\right)\right\}. \tag{6}$$

$$\mathfrak{J}_h^+ = \{\lambda \colon \pm \operatorname{Re}\lambda^2 = h, \operatorname{Re}\lambda > 0\}, h > \max\left(0, \ln\left|\frac{\delta_0}{\delta_1}\right|\right) \tag{7}$$

$$Q(x,\lambda,p,q) = \left[\exp\left(-\int_0^1\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a(x)}} + \frac{b(x)}{2a(x)}\right)dx\right)\right.$$

$$\left.-\exp\left(\int_0^1\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a(x)}} - \frac{b(x)}{2a(x)}\right)dx\right)\right]^{-1}\left[p\left(\exp - \int_0^1\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a(x)}} + \frac{b(x)}{2a(x)}\right)dx - q\right)\times\right.$$

$$\times \exp\left(\int_0^x\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a(\xi)}} - \frac{b(\xi)}{2a(\xi)}\right)d\xi\right) + \left(q - p\left(\exp\left(\int_0^1\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a(x)}} + \frac{b(x)}{2a(x)}\right)dx\right)\right)\right)\times$$

$$\left.\times \exp\left(\int_0^x\left(\frac{\lambda}{\sqrt{a(\xi)}} - \frac{b(\xi)}{2a(\xi)}\right)d\xi\right)\right]. \tag{8}$$

$$p = \left[\delta_1 e^{2\lambda^2\omega} - \delta_0\right]^{-1}\left(\alpha_1 A(\lambda)e^{2\lambda^2\omega} - \alpha_0 B(\lambda)\right)$$

(9)

$$q = \left[\delta_1 e^{2\lambda^2\omega} - \delta_0\right]^{-1}\left(e^{2\lambda^2\omega}B(\lambda) - A(\lambda)\right)$$

$$A(\lambda)=e^{2\lambda^2\omega}\int_0^{\omega}e^{-\lambda^2\tau}u(1,\tau)d\tau,\quad B(\lambda)=e^{2\lambda^2\omega}\int_0^{\omega}e^{-\lambda^2\tau}u(0,\tau)d\tau, \quad (10)$$

$u(s,t),(s=0,1)$ значение решения задачи (1), (2), (4) на частях $\{(s;t):\ 0\le t\le\omega,\ s=0,1\}$ боковой границы $\{(x;t):\ 0<x<1,\ t>0\}$.

Литературы

1. Расулов М.Л., Метод контурного интеграла. Москва, Наука, 1964, 458с.
2. Расулов М.Л., Применение метода контурного интеграла. Москва, Наука, 1975, 255с.

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СТЕРЖНЕВОГО ТИПА ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

Сахиб Айдын Пириев оглы, Qədimov Mirzəhmət Qurban oğlu, Qasımov Nihat Bəxtiyar oğlu

Азербайджанский Технический Университет,

sahib.piriyev@aztu.edu.az

В работе принято, что накопление повреждений изменяет деформированное состояние первоначально изотропного материала только через эффективное напряжение. Таким образом деформированное состояние поврежденного материала представлено определяющими уравнениями для неповрежденного материала, в потенциале которого напряжения заменены эффективным напряжением. Это накопление повреждений характеризуется параметром β, означающим уменьшение радиуса эффективной площади сечения образца. Если $F_0=\pi R_0^2$ есть начальная площадь, то эффективная будет $S(t)=(1-\beta(t))^2 S_0$, а эффективное напряжение $\sigma(t,\tau)$ есть

$$\sigma(t,\tau)=\frac{\sigma_0(\tau)}{(1-\beta(t))^2}\,. \quad (1)$$

Допустим, что кинетическое уравнение накопления повреждений от действия относительной деформации имеет вид:

$$\frac{d\beta}{dt}=\varphi(\varepsilon) \quad (2)$$

Затем выражение, полученное (4), подставить в уравнение (9) получаем,

$$\frac{d\beta(t)}{dt}=\frac{1}{E}\frac{1}{(1-\beta(t))^2}\left(\sigma_0(t)+\int_0^t M(t-\tau)\sigma_0(\tau)d\tau\right). \quad (3)$$

Уравнение (11) позволяет по заданному закону изменения напряжений во времени определить закон изменения деформации и, в частности, описать явление ползучести (последействия) при постоянном напряжении. В этом случае $\sigma_0(t)=\sigma_0=\text{const}$ и из уравнения (12) получаем.

$$\frac{d\beta(t)}{dt}=\frac{1}{E}\frac{\sigma_0}{(1-\beta(t))^2}\left(1+\int_0^t M(t-\tau)d\tau\right). \quad (4)$$

Приведём явный вид для времени начального разрушения для трех видов ядер $M(t-\tau)$, ($g=\sigma_0/E$):

1. $M(t-\tau)=1$: $\beta(t)=1-\sqrt[3]{1-3g\left(t+\frac{t^2}{2}\right)}$, $\psi(t)=\sqrt[3]{1-3g\left(t+\frac{t^2}{2}\right)}$,

2. $M(t-\tau)=e^{-\alpha(t-\tau)}$: $\beta(t)=1-\sqrt[3]{\frac{\alpha^2+3g(1-(\alpha+\alpha^2)t-e^{-\alpha t})}{\alpha^2}}$,

$\psi(t)=\sqrt[3]{\frac{\alpha^2+3g(1-(\alpha+\alpha^2)t-e^{-\alpha t})}{\alpha^2}}$,

3. $M(t-\tau)=(t-\tau)^{-\alpha}$: $\beta(t)=1-\sqrt[3]{1-3g\left(t+\frac{t^{2-\alpha}}{(2-\alpha)(1-\alpha)}\right)}$,

$\psi(t)=\sqrt[3]{1-3g\left(t+\frac{t^{2-\alpha}}{(2-\alpha)(1-\alpha)}\right)}$.

Литература

1. Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. М., Мир, 1986, 360 с.
2. Гольдман А.Я. Прочность конструкционных пластмасс. Л. Машиностроение, 1979, 320с.
3. Деформирование и разрушение твердых тел. /Под ред. Н.И.Малинина и С.А.Шестерикова , М:, Изд.МГУ, 1985, 185с.

ЗАДАЧИ К УРОКАМ ИТОГОВОГО ПОВТОРЕНИЯ

Бахадур Омар оглы Тахиров, Гюльнара Махир кызы Тахирова,
Салима Халил кызы Алиева
Бакинский Государственный университет
qarabah48@mail.ru

Стратегия модернизации образования предусматривает совершенствование его содержания, организационных форм, методов и технологий. Целями современного образования являются воспитание личности, которые обладают способностями самоопределения, самообразования и самовоспитания.

В современной образовательной модели важную роль играет личностное развитие учащегося, особенно развитие интеллектуальных способностей. Способность к обобщению знаний имеет очень важное значение среди умственных способностей учащегося [1].

Опыт работы общеобразовательных школ показывает, что методика проведения повторений, проводимых на разных уровнях, еще не совершенна и исследования в этом направлении актуальны.

В современной системе образования успех ученика зависит не только от профессиональных знаний и методической грамотности учителя, но и от его умения предвидеть, как повлияют на результаты ученика его умения выстроить эффективную систему повторения и обобщения знаний, накопленных учеником за весь период школьного обучения [2].

Рассмотрим следующую задачу.

Задача. Из точки M к окружности провели касательную MA и секущую, пересекающую окружность в точках B и C. Биссектриса угла AMC пересекает хорды AB и AC в точках P и E соответственно. *a*) Докажите, что $AP=AE$ и *b*) Найдите AP, если $PB=4$, $EC=9$.

Рассмотрим решение этой задачи, ориентируясь на критерии проверки и выделяя наиболее значимые этапы полного решения, дающие ученику продвижение и получение баллов в ходе проверки.

Из условия задачи следует, что:

$$\frac{AE}{AM}=\frac{EC}{CM} \qquad (1)$$

и

$$\frac{AP}{AM}=\frac{PB}{MB}, \qquad (2)$$

так как ME - биссектриса треугольника AMC и MP - биссектриса треугольника AMB.

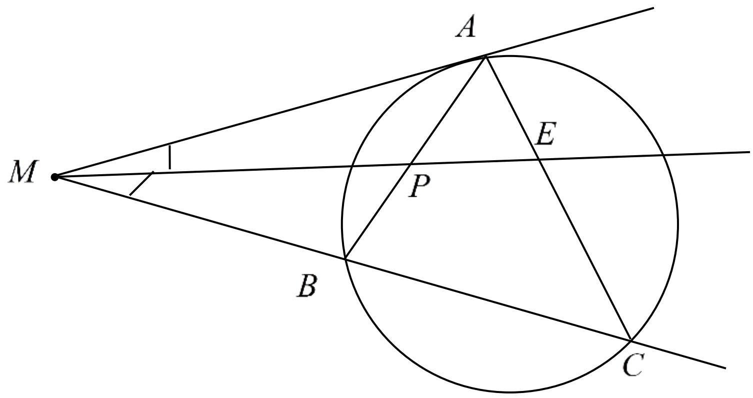


Рисунок 1.

Если мы умножим эти равенства, то получим $\frac{AE\cdot AP}{AM\cdot AM}=\frac{EC\cdot PB}{CM\cdot MB}$ так, как AM - касательная то по свойству касательной $AM^2=MB\cdot MC$.

Тогда получаем, что

$AE\cdot AP=EC\cdot PB$.

В пункте *a*) условия задачи указано, что $AP=AE$, следовательно, $AP^2=EC\cdot PB\Rightarrow AP=\sqrt{9\cdot 4}=6$. Получили, что $AP=6$.

Итак, выпускником получен верный числовой результат с опорой на недоказанный пункт *a*). В соответствии с критериями проверки решение может быть оценено в один первичный балл.

Обратим внимание на то, что в решении задачи ученик сделал два стандартных шага –

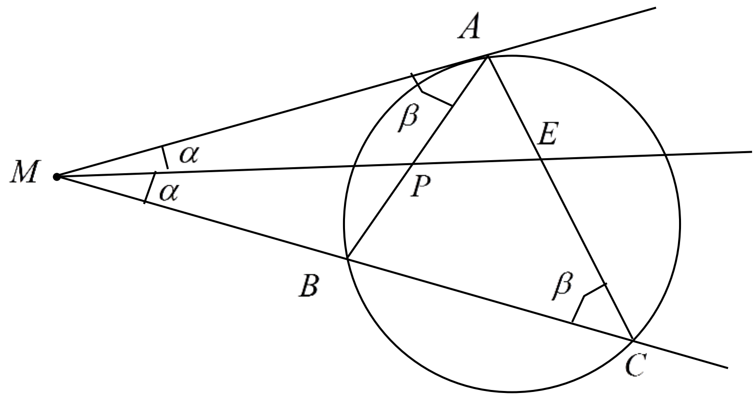


Рисунок 2.

применил свойство биссектрисы угла треугольника и свойство касательной к окружности. Хотя задача полностью не решена, им получен значимый результат.

Перейдём к доказательству утверждения пункта *а*). Ведущей идеей доказательства служит такой факт, если отрезки AP и AE равны, то треугольник APE - равнобедренный. Поэтому достаточно доказать, что у этого треугольника углы P и E- равны.

Введём обозначения: $\angle APE = \angle 1$; $\angle AEP = \angle 2$; $\angle AME = \angle EMC = \alpha$; $\angle MAB = \beta$ как угол между касательной и хордой. А угол $\angle MCA = \beta$ как вписанный угол и измеряется он половиной длины дуги AB. Угол APE внешний угол треугольника AMP, поэтому $\angle 1 = \alpha + \beta$, угол $\angle AEP$ внешний угол треугольника MCE, поэтому $\angle 2 = \alpha + \beta$. Таким образом, получено, что $\angle 1 = \angle 2$, то есть треугольник APE равнобедренный. Значит $AP = AE$.

Утверждение теоремы доказано.

Эту задачу можно было решить другим способом. Рассмотрим треугольники AMP и MCE. Они подобны по двум углам, поэтому $\frac{AP}{EC} = \frac{MA}{MC}$. Следовательно, $AP = \frac{MA \cdot EC}{MC}$. MP - биссектриса треугольника AMB, отсюда $\frac{AP}{AM} = \frac{PB}{MB}$.

Следовательно,

$$AP = \frac{PB \cdot AM}{MB},\ AP^2 = \frac{MA \cdot CE \cdot PB \cdot AM}{MC \cdot MB} = \frac{MA^2 \cdot CE \cdot PB}{MA^2} = CE \cdot PB = 36,$$

отсюда $AP = 6$.

Литература

1. Бутузов В.Ф. Геометрия. Методические рекомендации. М.: Просвещение, 2014, 159 с.
2. Саранцев Г.И. Сборник задач на геометрические преобразования. М.: Просвещение, 2011, 321 с.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ В МЕТОДАХ АДАМСА

Шафиева Гюльшан Халиг кызы, Аллахвердиева Зюмрюд Намик кызы

Бакинский Государственный Университет

gulshan.shafiyeva@mail.ru, zkhalinbekova@inbox.ru

Существует класс численных методов к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Среди них наиболее известными являются методы Адамса, которые были опубликованы в XIX веке. Как известно, одним из основных задач в построении численных методов является определение значений его коэффициентов. Отметим, что коэффициенты методов

Адамса можно определить с помощью определенного интеграла. Интегралы, предназначенные для определения коэффициентов, в явных и неявных методах Адамса имеют некоторые сходства, но не совпадают. Поэтому каждый раз при построении новых методов возникает необходимость вычисления этих интегралов заново. Цель данного исследования заключается в нахождении некоторых прямых связей между этими интегралами.

Рассмотрим следующую задачу Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$y' = f(x, y),\ y(x_0) = y_0,\ x_0 \le x \le X. \tag{1}$$

Здесь предполагаем, что непрерывное решение задачи (1) определено на отрезке $[x_0, X]$, а непрерывная по совокупности аргументов функция $f(x, y)$ определена в некотором замкнутом множестве в котором имеет непрерывные частные производные до некоторого порядка p, включительно. Для исследования численного решения задачи (1), обозначим через $y(x_i)\ (i = 0,1,2,...)$ точное значение решений задачи (1) в точке $x_i\ (i = 0,1,2,...)$, а через $y_i\ (i = 0,1,2,...)$ приближенное значение решений. А точки разбиений обозначим через $x_{i+1} = x_i + h$. Здесь $h > 0$ является шагом разбиений.

Отметим, что классические методы Адамса обычно представляются с помощью конечных разностей. Например, явные методы Адамса можно представить в следующей форме:

$$y_n = y_{n-1} + h\sum_{i=0}^{m} \gamma_i \nabla^i f_{n-1}, \tag{2}$$

а неявные методы Адамса в следующем виде:

$$y_n = y_n + h\sum_{i=0}^{m} \bar{\gamma}_i \nabla^i f_n, \tag{3}$$

здесь

$$\nabla^i f_n = \sum_{j=0}^{i} (-1)^j C_i^j f_{n-j}.$$

Коэффициенты в равенстве (2) могут быть представлены в следующей форме:

$$\gamma_i = \int_0^1 \big(t(t+1)...(t+i-1)/i!\big)dt, \quad \gamma_1 = 1. \tag{4}$$

Здесь коэффициенты γ_i можно найти из следующего соотношения:

$$\gamma_i + \frac{1}{2}\gamma_{i-1} + \frac{1}{3}\gamma_{i-2} + ... + \frac{1}{i+1}\gamma_0 = 1, \quad (i = 0,1,...).$$

Аналогично, коэффициенты неявных методов Адамса (3) можно вычислить с помощью следующей формулы:

$$\bar{\gamma}_i = \int_{-1}^{1} \big(t(t+1)...(t+i-1)/i!\big)dt, \quad \bar{\gamma}_0 = 2. \tag{5}$$

Сравнивая (4) и (5) можно установить некоторую связь между коэффициентами γ_i и $\bar{\gamma}_i$ $(i = 0,1,2,...)$, например:

$$\bar{\gamma}_i = \gamma_i - \gamma_{i-1} = -\int_0^1 \frac{u}{i} \prod_{k=1}^{i-1} \left(1 - \frac{u}{k}\right) du, \text{ при } i > 0. \tag{6}$$

Если известны значения γ_i, то с помощью формулы (6) можно вычислить значения $\bar{\gamma}_i$ $(i = 1,2,...)$.

Литература

1. G.Yu.Mehdiyeva, V.R.Ibrahimov, M.N.Imanova ,General theory of the application of multistep methods to calculation of the energy of signals, Wireless Communications, Networking and Applications: Proceedings of WCNA 2014, p. 1047-1056.
2. G.Yu.Mehdiyeva, V.R.Ibrahimov, M.N.Imanova , On One Application of Hybrid Methods For Solving Volterra Integral Equations, World Academy of Science, Engineering and Technology 61 2012, p. 809-813.
3. G.Yu.Mehdiyeva, V.R.Ibrahimov, M.N.Imanova, On the construction test equations and its Applying to solving Volterra integral equation, Methematical methods for information science and economics, Montreux, Switzerland, 2012/12/29, p. 109-114.
4. G.Yu.Mehdiyeva, V.R.Ibrahimov, M.N.Imanova , On one generalization of hybrid methods, Proceedings of the 4th international conference on approximation methods and numerical modeling in environment and natural resources, 2011/5/23, p. 543-547.
5. M.N.Imanova, One the multistep method of numerical solution for Volterra integral equation, Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci, 2006, p. 95-104.

О НЕКОТОРЫХ СРАВНЕНИЯХ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Гулиева Арзу Мурад кызы, Гасратли Садаф Чингиз кызы

Бакинский Государственный Университет

arzu.quliyeva@gmail.com[1]

sadafnuruzadeh@gmail.com[2]

Как известно, существуют некоторые классы численных методов применяемых к решению начальной задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Наиболее известными среди них являются методы Адамса и Рунге-Кутта. Академик А.Н. Крылов, сравнивая эти методы, отметил, что развитая форма методов Рунге-Кутта появилась раньше, чем методы Адамса. В действительности же, первая работа Адамса опубликована в 1868 году, а первая работа Рунге опубликована в 1898 году. В данной работе покажем, что метод, который построил Рунге в 1900 году, совпадает с методом Симпсона для вычисления определенного интеграла.

Сначала дадим некоторые сравнения известных методов, которых обычно называют наиболее известными методами типа Ньютона-Котеса. С этой целью, рассмотрим следующие левые и правые прямоугольные методы:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n),\ y_{n+1} = y_n + hf(x_{n+1}, y_{n+1}), \tag{1}$$

построенные для решения следующей задачи:

$$y' = f(x, y),\ y(x_0) = y_0,\ x_0 \le x \le X. \tag{2}$$

Рассмотрим сравнение методов (1), которых обычно называют явными и неявными методами Эйлера. Точность этих методов совпадает, несмотря на то, что один из них является явным, а другой неявным. Одним из известных методов для решения задачи (2) является метод центральных разностей имеющий следующий вид:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n + h/2, y(x_{n+1/2})). \tag{3}$$

Этот метод отличается от методов (1) тем, что здесь участвует значение искомых функций в средних точках вида $x_n + h/2$. Если будем сравнивать метод (3) с методами (1), то увидим, что метод (3) представляет класс методов с новыми свойствами. Отметим, что если обобщим методы (1), то в одном варианте имеем:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i y_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k} \beta_i f(x_{n+i}, y_{n+i}). \tag{4}$$

Если сравним методы (3) и (4), то можно сказать, что метод (3) не входит в класс методов (4). Однако, если в методе (3) заменить h через $2h$, получим:

$$y_{n+2} = y_n + hf(x_n + h, y(x_{n+1})). \tag{5}$$

Метод (5) является двухшаговым методом и входит в класс методов (4). Этот метод является явным, устойчив и имеет степень $p = 2$. Метод (3) также является явным, однако при применении его к решению некоторых задач на каждом шагу возникает проблема в вычислении $y_{n+1/2}$, которая не имеет место для метода (5).

Легко заметить, что в построении метода (5) количество точек разбиения равна трем. Известно, что используя три точки можно построить неявный метод, со степенью $p = 4,$ который может быть представлен в следующей форме:

$$y_{n+2} = y_n + h\big(f(x_{n+2}, y_{n+2}) + 4f(x_{n+1}, y_{n+1}) + f(x_n, y_n)\big)/3. \tag{6}$$

Этот устойчивый метод известен как метод Симпсона и имеет степень $p = 4$.

Если заменить в методе Симпсона h на $h/2$ получим:

$$y_{n+1} = y_n + h\left(f(x_{n+1}, y_{n+1}) + 4f(x_n + h/2, y_{n+1/2}) + f(x_n, y_n)\right)/6. \tag{7}$$

Отметим, что при применении этого метода к вычислению определенного интеграла $y(x) = \int_a^x \varphi(s)ds$ (x фиксированная точка) имеем:

$$y_{n+1} = y_n + h\left(\varphi(x_{n+1}) + 4\varphi(x_{n+1/2}) + \varphi(x_n)\right)/6.$$

Данный метод совпадает с методом Рунге-Кутта, который применяется к решению задачи $y' = \varphi(x),\ y(x_0) = y_0$ и представляется в следующем виде:

$$y_{n+1} = y_n + h\left(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right))/6,$$

здесь, $k_1 = \varphi(x_n),\ k_2 = \varphi(x_{n+1/2}),\ k_3 = \varphi(x_{n+1/2}),\ k_4 = \varphi(x_{n+1}).$ С помощью простых сравнений получаем, что эти методы идентичны.

Литература

1. G.Yu. Mehdiyeva, V.R. Ibrahimov, M.N. Imanova, Application of the hybrid method with constant coefficients to solving the integro-differential equations of first order, AIP Conference Proceedings, 2012/11/6, p. 506-510.
2. G.Yu. Mehdiyeva, V.R. Ibrahimov, M.N. Imanova, On One Application of Hybrid Methods For Solving Volterra Integral Equations, World Academy of Science, Engineering and Technology 61 2012, p. 809-813.
3. M.N. Imanova, One the multistep method of numerical solution for Volterra integral equation, Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci, 2006, p. 95-104.
4. G.Yu. Mehdiyeva, V.R. Ibrahimov, M.N. Imanova, On one generalization of hybrid methods, Proceedings of the 4th international conference on approximation methods and numerical modeling in environment and natural resources, 2011/5/23, p. 543-547.

PEDAQOJI UNIVERSITETLƏRDƏ GƏLƏCƏK RIYAZIYYAT MÜƏLLIMLƏRININ PEŞƏ VƏ IXTISAS HAZIRLIĞINDA ALI MƏKTƏB MÜƏLLIMININ ROLU

Əmirağa Məmmədağa oğlu Şixəmmədov

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universitetinin Quba filialı

amiragashixemmedov@mail.ru

Dünyada elmi-texniki tərəqqinin bütün yeniliklərini bilmək pedeqoji universitetlərdə riyaziyyat müəllimi hazırlığında riyaziyyatın tədrisi mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Kompüter texnikasından və elmi metodlardan istifadə edilməsi həm orta məktəbdə, həm də ali məktəbdə riyaziyyatın tədrisi səviyyəsinin yüksəldilməsini bir vəzifə kimi qarşıya qoyur.Məktəblərdə riyaziyyatın lazımı səviyyədə tədrisini isə yüksək hazırlığa malik müəllimlər təmin edə bilərlərlər.Buradan belə nəticəyə gəlmək olar ki, məktəbdə riyaziyyat tədrisinin müvəffəqiyyəti ali məktəbdə müəllim hazırlığından əsaslı şəkildə asılıdır.

Müasir təhsil konsepsiyasında tələbələrin düşünmə və idrak fəaliyyətinin maksimum inkişaf etdirilməsi prinsipi başlıca rol oynayır.Deməli ,gələcək riyaziyyat müəllimini 21- ci əsrin məktəbinin tələbləri səviyyəsində hazırlamaq tələb olunur.Bütün bunlar riyaziyyat fənnini tədris edən müəllimlərin riyazi hazırlığını özünəməxsus yüksək tələblərin verilməsini qarşıya qoyur.

Son illərdə ali pedeqoji universtələrdə riyaziyyatın tədrisi sahəsində xeyli dəyişikliklər həyata keçirilmişdir.Belə ki riyaziyyat fəninin yeni dövlət standartları və müvafiq fənn proqramları hazırlanmışdır. Bunlar isə öz növbəsində tələbələrdən riyazi hazırlıq,müəllimlərdən isə təlim materialını daha yüksək səviyyədə tədris etməyi tələb edir.

Müasir ali məktəblər, xüsusən pedaqoji orientasiyalı ali məktəb qarşıya qoyulmuş vəzifələri yerinə yetirməklə yanaşı ,gələcək mütəxəssisdə yaradıcılıq,idrak fəaliyyətinin gücləndirilməsi ,analitik təfəkkürün inkişaf etdirilməsi və digər keyfiyyətləri tərbiyə etməyə çalışır. Tələbələri müstəqil həyata hazırlamaq üçün ali məktəb müəllimlərinin üzərinə həm böyük məsuliyyət , hədə mühüm vəzifələr düşür. Bir ənənə olaraq ali məktəb müəllimlərinə nisbətən orta məktəb müəllimlərinin iş təcrübəsi , fəaliyyəti , novatorluq məsələlərinə dair fikirləri pedaqoji mətbuatda çox işıqlandırılır.Ali məktəblər həyat üçün məqsədli kadrlar hazırlayır , deməli , burada da müəllimlik sənətinin çoxcəhətli sahələri praktik fəaliyyətdə öz əksini tapır. Belə ki ali məktəbləri fərqlənmə diplomları ilə ,yüksək qiymətlərlə bitirən şoxsaylı gənclərimiz yetişən gənc nəslin təlim – tərbiyəsi ilə məşğul olur. Əslində, qabaqcıl orta məktəb müəllimlərinin fəaliyyəti , vaxtilə ali məktəblərdə onları hazırlayan müəllimlərin əməyinin davamı və nəticəsidir.Lakin bu cəhət həmişə kölgədə qalır.

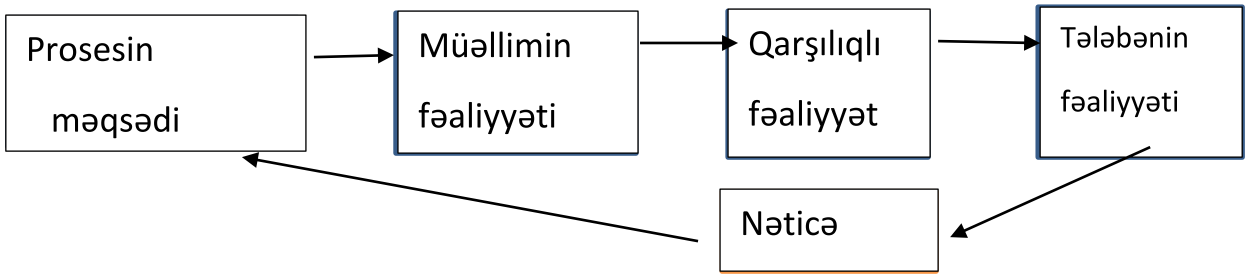
Bizim fikrimizcə , ali məktəb müəlliminin fəaliyyəti də mətbuatda geniş vüsət tapmalıdır. Onun vəzifələri konkret surətdə müəyyənləşdirilməlidir.onların qabaqcıl iş təcrübəsi geniş yayılmalı “ali məktəb “ prosesi vahid , ayrılmaz proses olmalıdır.

Məlumdur ki, ali məktəbdəki təlim – tərbiyə prosesi ilə orta məktəbdəki təlim tərbiyə prosesi arasında böyük fərq vardır. Ali məktəbə yeni qəbul olunmuş abiturient birinci kursun ilk günlərindən bir sıra çətinliklərlə rastlaşır. Bu ilk növbədə tədris işinin forma və məzmununa görə , tamam başqa şəkildə qurulması ,tələbələr üzərində “tədris nəzarətinin” azalması,onıara müstəqillik verilməsi və.s. ilə izah oluna bilər.Mühazirə məşğələlərində müəllimin dediklərini qeyd etməyi bacarmayan tələbələrdə bəzən yeni qəbul olunduğu ali məktəbə laqeydlik , dözümsüzlük yaranır. Tələbələrdə adaptasiya mərhələsinin tez başa çatmasında müəllimin rolu və əməyi şox olmalıdır. Tələbəyə biganəlik ,laqeydlik göstərmək , “az bilik verib çox tələb etmək “ , həddən artıq ciddi olmaq və bu ciddiliyi ədalətsiz tələbkarlığa çevirmək tələbələrin ali məktəbə , müəllimə və gələcək peşəsinə bəslədiyi müsbət münasibəti qırır , onların elmə ,təhsilə həvəsi sönməyə başlayır . Məhz bu kimi mənfi cəhətlərin baş verməməsi üçün biz bir sıra məsələləri bu paraqrafda aydınlaşdırmağa çalışacağıq. Ali məktəbə tələbənin münasibəti belə müəyyən olunmalıdır. “Tələbə hər gün ali məktəbə , dərsdən sonra isə müstəqil işləməyə tələsməlidir”.

Ali məktəbdə təlim-tərbiyə işinin səmərəli olması üçün lazım olan şərtləri ümumi planda belə xarakterizə etmək olar :

1. Ali məktəb fənləri üzrə tədris planı və proqramların və lazımi dərslik və dərs vəsaitlərinin günün tələblərinə cavab verməsi .
2. Ali məktəb müəlliminin elmi- metodiki hazırlığı .
3. Tələbənin hazırlığı,intellektual səviyyəsi.
4. “Müəllim – tələbə “ münasibətinin düzgün təmin edilməsi.

Bu sayılanlar əsasında ali məktəbdə təlim tərbiyə prosesinin strukturu aşağıdakı kimi göstərilə bilər



Ali məktəb müəllimi çoxlu sayda informasiyalardan nəzərdə tutulan məşğələnin məqsədinə , gələcək müəllimlərin qarşısında duran vəzifələrə uyğun olanlarını seçməlidir (təlim – tərbiyə prosesinin komponenti).

Seçdiyi tədris materialının həcminə və məzmununa uyğun olub onu tələbələrə çatdırmaq üçün lazım olan metod və vasitələri müəyyən etməlidir (ikinci komponent).

Bu komponentlər tələbənin müstəqil işlərinə şamil edilə bilər .

" Müəllim-tələbə" münasibətində ilk növbədə əməkdaşlıq pedaqoqikasını nəzərdə tutmaq lazımdır . Böyük rus pedaqoqu N.D,Uşinski bunu "tərbiyədə incəsənət" adlandırmışdır .A.S.Makarenko və V.A.Suxomlinski bu ideyanı inkişaf etdirərək pedaqoji ustalıq səviyyəsinə qaldırmışlar . Həmin ənənəni davam etdirənlər sırasında M.Ə.Muradxanov , M.M.Mehdizadə , H.M.Əhmədov, N.M.Kazımov , B.A.Əhmədov , L.H.Qasımova , R.M.Mahmudova , Ş.A.Amonaşvili , P.İ.İvanov , Y.N.İlina və başqalarını göstərə bilərik . Ali məktəbdə gələcək riyaziyyat müəllimini hazırlayan müəllimlər riyaziyyat,riyaziyyatın tədrisi metodikası , pedaqogika və psixologiya fənlərinə daha çox müraciət etməlidirlər. Müəllim qarşısındakı tələbənin simasında bərabər hüquqlu şəxsi görməlidir.Müəllimin yaradıcı işinin ikinci tərəfi tələbələrin bilik səviyyəsindən ,onların fəallığından asılıdır.

Tələbəyə tədris materialını çatdırarkən aşağıdakıları nəzərə almaq vacibdir:

1. Seçilən material tələbənin peşə hazırlığının təkmilləşdirilməsinə xidmət etməlidir.
2. Dünyagörüşünü genişləndirməlidir.
3. Qazanılmış biliklər idraki məsələlərin həllində tətbiq olunmalıdır.
4. Elmi – tədqiqat işləri aparmağa kömək etməlidir.
5. İdrak fəaliyyətini inkişaf etdirməlidir.

Ali məktəb müəlliminin pedaqoji ustalığı yuxarıda qeyd edilən məsələlərin həllini təmin etməlidir.

Pedaqoji ədəbiyyatda ali məktəb müəlliminin pedaqoji ustalığı aşağıdakı komponentlərlə müəyyən edilir :

- Ali məktəb pedaqogikasının əsaslarını , ümumi psixologiyanı bilmək ;
- Tələbənin yaş psixologiyasına bələd olmaq;

- Fənnin tədris metodikasına yiyələnmək;
- Pedaqoji təfəkkürə və pedaqoji takta malik olmaq .

Aşkardır ki , ali məktəb müəllimi təlim-tərbiyə prosesində müxtəlif çətinliklərlə qarşılaşır.Onları aşağıdakı kimi qruplaşdırmaq olar:

1. Konkret pedaqoji şəraiti nəzərə almaqla tədris materialının , müvafiq metod və vasitələrin seçilməsi.
2. Nəzərdə tutulan ideyaların tədris prosesində həyata keçirilməsi.
3. Özünün pedaqoji fəaliyyətinin nəticələrinin təhlil edilməsi.
4. Tələbələrin müstəqil işinin təşkili, diferensiasiyalı fərdi işin təşkili , tələbə fəaliyyətinin qiymətləndirilməsi.

Bu çətinlikləri aradan qaldırmaq üçün ali pedaqoji məktəblərdə aşağıdakı tədbirləri həyata keçirmək lazımdır:

1. Pedaqogika və psixologiya kafedraları nəzdində müəllimlərin pedaqoqika və psixologiyadan ümumi təhsilin həyata keçirilməsi ixtisasların artırılması.
2. Ali məktəbin qabaqcıl müəllimlərinin iş təcrübəsinin geniş tətbiq edilməsi ,nümunəvi muhazirə , praktik məşğələ və seminar məşğələlərinin keçrilməsi.
3. Ali məktəblə orta məktəb arasında varisliyin təmin edilməsi.
4. Fənlərarası əlaqələr sisteminin həyata keçirilməsinin səmərəliliyini yoxlamaq və ona impuls vermək üçün ali məktəbdə qonşu fənlər üzrə müvafiq komissiyanın yaradılması (metodiki komissiya nəzdində).

Ali məktəb müəllimlərinin pedaqoji ustalığı onun həmdə yaradıcı işləməsinə böyük imkan açır , təlim prosesinə optimal yanaşmada onu yaradıcı işləməyə istiqamətləndirir. Lakin yaradıcılıq qanunları alqoritmik seçmə məntiqinə tabe deyildir. “ Yaradıcı fəaliyyətdə problemi görmə , hipotezin irəli sürülməsi ,ideyaların saf – çürük edilməsi ,nəticənin fikrən qabaqcadan təsəvvür edilməsi mühüm rol oynayır. Pedaqoji tədqiqatda yaradıcılığın nüvəsini irəli sürülən ideya və onun həyata keçirilməsi təşkil edir”

Tələbənin tədris fəaliyyətinin təşkilində mühüm rol oynayan ideyanın strukturunun müəyyənləşdirilməsi pedaqoji yaradıcılıqda mühüm mərhələni təşkil edir.

Ali məktəb təcrübəsində tədris materialı vahidinin irəliləşdirilməsi yolu ilə təlimin optimallaşdırılması üçün ən müvafiq forma fənlərarası əlaqələrin həyata keçirilməsidir.

Ali məktəb təcrübəsində tələbənin idrak fəaliyyətini gücləndirmək üçün pedaqoji , psixoloji , metodiki priyom və yanaşmalardanda istifadə edilir.

Onların bəzilərini qeyd edək :

- Məsələn, propedevtik təlim ideyasıdır ki, mahiyyəti belədir: tələbənin gücünü yoxlamaq üçün onu səfərbər etmək məqsədi ilə əvvəlcə sınaq xarakterli məsələlər verilir , sonra müstəqil iş , bundan sonra praktik məşğələ və nəhayət mühazirə təşkil edilir.
- Mühazirə məşğələlərində konkret xarakterli problem məsələlər qoyulur və bununla da tələbələrin müstəqil idrak fəaliyyəti inkişaf etdirilir.

- Pedaqoji əməkdaşlığın həyata keçirilməsi. Bu iş çox vaxt imitasiya – yaradıcı səviyyədə aparılır.Bu zaman tələbələrə müxtəlif situasiyalı ,lakin müəyyən daxili əlaqələri olan pedaqoji məsələlərin həlli təklif edilir. Bu prosesdə hər iki tərəf iştirak edir. Bu zaman müəllim prosesin pedaqoji cəhəti ilə (pedaqoji yaradıcılıq),tələbələr isə konkret məsələnin həllini axtarmaqla məşğul olurlar.

Ali məktəb müəllimi tələbənin yaradıcı fəaliyyətini inkişaf etdirməklə aşağıdakı məsələlərin həllinə nail olur:

—tələbə problemi görmək və onunla faktiki materialı müqayisə etmək bacarığı qazanır;
—tələbə hipotezi görür və ona öz münasibətini bildirir;
—tələbə məlum üsullardan istifadə etməklə məsələnin optimal həlli yolunu axtarır.

Qeyd etmək lazımdır ki, bazar iqtisadiyyatı dövründə mütəxəssis hazırlanması məsələsinə münasibət də dəyişilmişdir.

Hazırda “kütləvi-reproduktiv” müəllim hazırlığından “fərdiyaradıcı” müəllim hazırlığına üstünlük verilir.Bu cür yanaşma cəmiyyətin demokratikləşdirilməsinə və təhsilin humanistləşdirilməsinə uyğun olmaqla bərabər,həm də hər bir müəllimin özünü yaradıcı şəkildə formalaşdırmasına imkan verir.

Buna nail olmaq üçün ali məktəb müəllimlərinin qarşısında duran aktual məsələ - tələbələrin tədris-idrak fəaliyyətinin gücləndirilməsidir.Bu proses iki mərhələdən ibarətdir :

1.Tələbələrdə marağın yaradılması və inkişaf etdirilməsi.
2.Tələbələrdə yaradılmış bu fəaliyyətin təşkili və idarə edilməsi.

Müəllimin tədris fəaliyyəti ilə tələbənin öyrənmə fəaliyyəti birləşərək təlim fəaliyyəti şəklində meydana çıxır və bu zaman hər iki tərəf qarşılıqlı şəkildə yûksək fəallıq göstərməlidir.

Tədris prosesinin səmərəli olması üçün öyrədilən materialın xarakteri, onun struktur quruluşu qabaqcadan müəyyənləşdirilməlidir.Belə ki, riyaziyyatdan tədris materialını aşağıdakı kimi təsnif etmək olar :

1.Nəzəri material (nəzəriyyənin əsas məsələləri).
2.Faktiki və alternativ material(tədris fənninin nəzəri məsələlərini göstərən).
3. Köməkçi və ya məlumat xarakterli material (əsas materialın mahiyyətini aşkar etmək üçün).
4.Analitik məlumat xarakterli material.

Bu cür təsnifat əsasında tədris fənninin məntiqi struktur sxemi qurulur və bunun mahiyyəti aşağıdakılardan ibarətdir :

a)struktur ;
b)bölmələrin qarşılıqlı əlaqəsi (fənlərarası əlaqələr)
c)bölmələrin öyrənilməsinin məntiqi ardıcıllığı

Bu sxem əsasında proqramın ayrı-ayrı bölmələrinin məntiqi struktur sxemi qurulur. Tələbələr həm məşğələ zamanı,həm də məşğələlərdən kənar vaxtlarda fəallaşdırıcı tapşırıqlar alırlar.

Mühazirənin sonunda qısa müddətli çalışmalar verməklə tələbələrin mənimsəmə keyfiyyətini yoxlamaq olar.

Ali məktəb müəlliminin tədris fəaliyyəti o zaman səmərəli nəticə verir ki,tələbənin öz peşəsinə yiyələndiyi ixtisasa marağı,həvəsi olsun.

Ali məktəbdə tələbənin ixtisas üzrə fəaliyyətini formalşdırmaq üçün müəllimin elmi fəaliyyətini müəyyən edən göstəricilər aşağıdakılardır.

1.Müəyyən metodika əsasında hər hansı bir mövzunu tədris üçün hazırlamaq.

2.Verilmiş hər hansı tədris mövzusu üçün müvafiq metodikanı seçməyi bacarmaq.

3.Tədqiqat xarakterli problem qoymağı və onun həllinə aid müvafiq metodika seçməyi bacarmaq.

İndi tələbələrin peşə hazırlığını təmin etmək üçün ali məktəb müəlliminin pedaqoji fəaliyyətini müəyyənləşdirən faktorları nəzərdən keçirək :

1.Öz biliklərini başqasına öyrədə bilməsi.

2.Tədris informasiyasını tələbənin hazırlığı səviyyəsinə uyğunlaşdıra bilməsi

3.Tədris etdiyi fənnə dair biliklər sistemini tələbələrdə formalaşdıra bilməsi

4. Bütün kursa aid biliklər sistemini formalaşdırşmağı və həyatda tətbiqi yollarını göstərməyi bacarmağı.

Ali məktəb müəllimi öz elmi-metodiki hazırlığını daim artırmaq üçün ixtisasına uyğun elmlərin inkişafına dair yeni məlumatlar və kitablarla tanış olur və tələbələri də tanış edir.Müəllim tələbələrdən imtahan qəbul etməklə,alınan nəticələri təhlil etməklə ustalığını təkmilləşdirir,özü haqqında və tədris etdiyi fənn haqqında tələbələrin fərdi şəkildə rəyini öyrənir,bununla da öz rəftarında və iş metodikasında zəruri saydığı dəyişikliklər edir.Tələbələrə verdiyi bikiklərin praktikada tətbiqinə nail olmağa çalışır.Müəllim ixtisas və peşə üzrə bikiklərini dərinləşdirmək üçün tələbələri əlavə mənbələrə müraciət etməyə səfərbər edir,hər bir məşğələni elə qurur ki,tələbələrin diqqətini özünə cəlb etsin.Məşğələdə elə şərait yaradır ki, tələbələr qeydlər edir, suallar verir və baxılan problemə aid öz münasibətlərini göstərirlər.Məşğələdə ciddilik,tələbkarlıq,yaradıcılıq və axtarış öz bəhrəsini verir.

Yuxarıda göstərilən amilləri nəzərə alaraq, ali məktəblərədə riyaziyyat müəllimlərinin hazırlığı həmin fənnin tədrisinin problemlərinin həlli, müəllimdən öz sahəsində dərin biliklə yanaşı, elmi tarixi, digər elm sahələri haqqında məlumtalı olmağı, məsələlərin həllinə fəlsəfi yanaşmağı bacarmağı, tələbənin psixologiyasını bilməyi tələb edir. Elmin nəzəri tədqiqi və həmin elmin tədrisi –müxtəlif tədqiqat sahələridir.

Ədəbiyyat

1. Adıgözəlova A.S, Əliyeva T.M. Riyaziyyatın tədrisi prosesində fənlərarası əlaqələrin tətbiqi , Bakı Maarif,1993, 168 s.
2. Ağayev Ə.Ə, Təlim prosesi: ənənə və müasirlik, Bakı Adiloğlu 2006,138 s
3. Ağamaliyev R, Azərbaycan təhsili XXI əsrə doğru; idarəetmə,prioritetlər,islahatlar, Bakı Təhsil,1998,375 s.

TƏHSİLİN İNFORMATLAŞMASINDA PEDAQOJİ SAHƏNİN YERİ

Rzayeva Xəyalə Nazim qızı
Azərbaycan Pedaqoji Universiteti
rzayeva.xayala@mail.ru

Təhsilin informatlaşması tətbiqi informatikanın bir istiqaməti kimi informatikanın pedaqogikaya tətbiqi məsələlərini öyrənir. Bu səbəbdən təhsilin informatlaşmasına pedaqoji informatika da deyirlər (iqtisadi informatika, tibbi informatika, hüquqi informatika v.s. kimi). Pedaqoji elmlərin yeni sahəsi kimi təhsilin informatlaşmasının əsas anlayışlarından biri pedaqoji informasiyadır. Pedaqoji informasiya təlim-tərbiyə prosesini əks etdirən məlumatlar külliyatı olub bu prosesin makro və mikro səviyyədə səmərəli idarə edilməsinə xidmət edir. Təhsilin informatlaşması məqsədyönlü, xüsusi təşkil edilmiş, mükəmməl layihələndirilmiş bir prosesdir. Təhsilin informatlaşması -təhsilin keyfiyyətini yüksəltmək məqsədi ilə İKT-nin intensiv tətbiqinə yönəlmiş tədbirlər külliyatı olub təhsildə real vəziyyətin dəyişməsinə, təhsil sisteminin məzmun, forma və texnoloji baxımdan təkmilləşməsinə xidmət edir. Bu səbəbdən təhsilin informatlaşması pedaqoji problemdir, pedaqoji praktikadır, pedaqoji elmdir. Bu sahəyə pedaqoji informatika , elektron pedaqogika da deyilir. Elmi istiqamət və praktik fəaliyyət sahəsi kimi təhsilin informatlaşması üzrə kadr hazırlığına başlamaq üçün, ilk növbədə, cəmiyyətin informatlaşması şəraitində təhsil müəssisəsinin informatlaşmasını həyata keçirə bilən, təhsilin informatlaşmasının əsas istiqamətləri üzrə səriştəsi olan, öz peşə fəaliyyətində İKT vasitələrinin tətbiqi aspektlərinə yaxından bələd olan pedaqoji kadrların hazırlanmasının məzmunu və metodikası müəyyən edilməlidir.

Təhsilin informatlaşması prosesinin pedaqoji səmərə verməsi üçün hər bir təhsil işçisi öz peşə fəaliyyətində İKT vasitələrinin tətbiqi üzrə bilik və bacarıqlara dair xüsusi hazırlıq keçməlidir. Təhsilin informatlaşması üzrə kadr hazırlığı bir sıra şərtlərdən asılı olaraq (fənn müəlliminin ixtisasından, idarəetmə məsələlərinin həlli səviyyəsindən, təlim-tərbiyə prosesinin təşkilindən, təhsilin informatlaşması prosesinin texniki-texnoloji təminatı problemlərindən və s.) diferensial xarakter daşıyır. Təhsilin informatlaşması üzrə kadrlar hazırlanmasının kompleks, çoxprofilli və çoxsəviyyəli infrastrukturu yüksək ixtisaslı kadrların aspirantura və doktorantura pilləsindəki hazırlığını, orta və ali peşə təhsilini, diplomdan sonra və əlavə təhsili nəzərdə tutur. Bu istiqamətlərdə keyfiyyətli kadr hazırlığı aparmaqla gələcəkdə respublikada təhsilin informatlaşmasını dünya standartları səviyyəsinə çıxarmaq olar.

"Təhsildə İKT" kursu çərçivəsində peşə hazırlığının əsas istiqamətləri:

- müxtəlif növ təlim - tərbiyə fəaliyyətində, müxtəlif tip dərslərin təşkili və keçirilməsində İKT vasitələrindən istifadənin müasir üsul və metodları ilə tanışlıq;

- təhsil sistemində çalışan mütəxəssisin (pedaqoqun) peşə fəaliyyətində İKT-dən istifadə metod və üsulları;

- tədris prosesində istifadə üçün nəzərdə tutulmuş, "səpələnmiş" informasiya resursları ilə (İnternetlə) işdə İKT-nin səmərəli tətbiqi;

- multimedia texnologiyaları, məlumatın daxil edilməsi, toplanması, emalı, ötürülməsi, operativ idarə edilməsinin avtomatlaşdırılması, süni intellekt və informasiya sistemlərinin tətbiqi şəraitində şagird şəxsiyyətinin inkişafına yönələn (şəxsiyyətyönümlü) təlimin praktik reallaşma imkanları;

- İKT-nin proqram - texniki bazasının sürətli dəyişməsi şəraitində müəllimin inkişafı üçün zəruri olan, yaradıcılıq potensialının əsasını təşkil edən özünütəhsil, özünütəsdiq və s. xüsusiyyətlərin inkişafı.

Bu kursun tədrisində tələbələrin müstəqil işlərinin xüsusi çəkisi xeyli yüksəkdir. Laborator praktikumundakı müstəqil iş prosesində tapşırıqların icrası üçün zəruri məlumatların İnternetdən axtarılıb tapılması nəzərdə tutulur. Elektron tədris vəsaitlərinin, həmçinin digər tədris təyinatlı proqram vasitələrinin keyfiyyətinin qiymətləndirilməsi ilə əlaqədar laborator praktikumu tapşırıqlarının icrası zamanı xüsusi proqram vasitələrindən istifadə etmək məqsədəuyğundur.

"Təhsildə İKT" kursunun məqsədi və vəzifələri: Fənnin məqsədi təhsildə informasiya - kommunikasiya texnologiyalarının (İKT) tətbiqi üzrə mütəxəssis səriştəliliyinin əsasını təşkil edən bilik və bacarıq sistemi formalaşdırmaq, gələcək müəllimləri öz peşə fəaliyyətlərində İKT-dən istifadəyə hazırlamaqdır.

Digər problem pedaqoji institutlarda gələcəkdə bu fənni tədris edən müəllimlərin özlərinin xüsusi hazırlıq keçmələri ilə əlaqədardır. Ümumiyyətlə, respublika ali məktəblərində işləyən informatika kafedraları müəllimlərinin təkmilləşməsi, ixtisasartırma kurslarının təşkili istiqamətində işi müasirləşdirmək, mükəmməl sistem halına salmağa ciddi ehtiyac var.

Təhsilin informatlaşması prosesinə universitetlərin bu gün daha çox ehtiyacı var, nəinki orta məktəblərin. Bu onunla əlaqədardır ki, universitetlərin informasiya tutumu və müvafiq olaraq İKT-dən istifadəyə ehtiyacı daha çoxdur. Müasir tələblərə cavab verən mütəxəssis hazırlığı, tədrisin keyfiyyətinin yüksəldilməsi və korrupsiyanın qarşısının alınması, universitetlərdə aparılan elmi tədqiqatların və elmi innovasiyaların səviyyəsinin yüksəldilməsi, müasir tələblər səviyyəsində universitetin idarə edilməsi (universitetdə idarəetmənin avtomatlaşdırılması), beynəlxalq əlaqələrin qurulması, xüsusən Avropa təhsil məkanına inteqrasiya məsələləri və s. baxımından bu proses zəruridir. Universitetlərdə bu prosesi layihələndirmək və icra etmək, müasir tələblər səviyyəsində elektron təhsil sistemi yaratmaq, təhsil təyinatlı elektron resurslar hazırlamaq, korporativ şəbəkələr qurmaq və s. məqsədlərlə kompüter mərkəzləri yaradılmalıdır. Bəs problemin həllini nədə görürük? Bizcə, ilk növbədə, düzgün strategiya hazırlanmalı, problemin kadr təminatı məsələləri həll edilməli, elmi-metodik baza yaradılmalı, elmtutumlu məsələlərin həllində innovativ yanaşmalardan maksimum istifadə edilməli, ayrılan vəsaitlər səmərəli, şəffaf istifadə edilməlidir. Təhsilin informatlaşması kimi mürəkkəb məsələnin belə kompleks həll variantını doğru model hesab edirik.

Ədəbiyyat

1. Бурцев Е.Т. Педагогические условия развития инновационных процессов в профессиональном образовании. - М., 1999.
2. Савельев А.Я. Технологии обучения и их роль в реформе высшего образования // Высшее образование в России. - М., 1994. - 2.
3. Иванников А.Д. О программе «Развитие единой образовательной информационной среды на 2001-2005г.»// Высшее образование в России.- 2001.- №4.
4. Pələngov Ə.Q., Əzizova A.Ə. İnformatikanın problemlərinin müasir problemləri. Elmi əsərlər. Научные труды. Research papers. Azərbaycan Respublikasının Təhsil institutu İSSN 2409-8817. Cild 84, №6 2017, 74-77 səh.
5. Pələngov Ə. Q., Abdullayeva M.V., İnformatikanın tədrisi metodikası, Bakı: Elm-2015, 187 s.
6. Pələngov Ə.Q., Əzizova A.Ə. İnformatikanın problemlərinin müasir problemləri. Elmi əsərlər. Научные труды. Research papers. Azərbaycan Respublikasının Təhsil institutu İSSN 2409-8817. Cild 84, №6 2017, 74-77 səh.

M Ü N D Ə R İ C A T