

MİSİR MƏRDANOV
SEVDA İSAYEVA
RAMİZ ASLANOV

ALİ RİYAZİYYAT

DƏRSLİK

Elmi redaktor:

Telman Məlikov

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Rəyçilər:

Nizaməddin İsgəndərov

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Malik Cəbrayilov

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Mahir Səbzəliyev

fizika-riyaziyyat elmləri doktoru, professor

Mərdanov Misir, İsayeva Sevda, Aslanov Ramiz

M 25 Ali riyaziyyat. Dərslik. Bakı, "Təhsil", 2020, 536 s.

"Ali riyaziyyat" dərsliyi on fəsildən və üç əlavədən ibarətdir. Dərslik riyaziyyatın aşağıdakı bölmələrini əhatə edir: xətti cəbr və analitik həndəsənin elementləri, riyazi analizə giriş, inteqral hesabı, çoxdəyişənli funksiyalar, sıralar, kompleks ədədlər, adi diferensial tənliklər, xüsusi törəməli diferensial tənliklər, ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistikanın elementləri.

Dərslik Bakı Dövlət Universitetinin kimya və coğrafiya fakültələrinin tədris planlarına və proqramlarına uyğun yazılmışdır. Dərslikdən BDU-nun riyaziyyat ixtisası üzrə təhsil almayan, digər ixtisaslarda oxuyan tələbələri, eləcə də başqa universitetlərin tələbələri və müəllimləri istifadə edə bilərlər.

BBK

UDK 51(075.8)

M 25

ISBN: 978-9952-518-20-7

© Bakı Dövlət Universiteti, 2020
© Misir Mərdanov, Sevda İsayeva, Ramiz Aslanov, 2020

MÜNDƏRİCAT

GİRİŞ3

I FƏSİL. XƏTTİ CƏBR VƏ ANALİTİK HƏNDƏSƏNİN
ELEMENTLƏRİ**Mühazirə 1, 2** Matrislər və determinantlar

§ 1. Matris anlayışı.....	5
§ 2. Matrislər üzərində əməllər	7
§ 3. İki tərtibli determinantlar.....	10
§ 4. Üç tərtibli determinantlar.....	12
§ 5. Determinantların əsas xassələri.....	17
§ 6. Üç məchullu xətti tənliklər sistemi.....	21
§ 7. Tərs matris anlayışı. Xətti cəbri tənliklər sisteminin matris üsulu ilə həlli ...	24

Mühazirə 3 Vektorlar

§ 1. Əsas anlayışlar	28
§ 2. Vektorlar üzərində xətti əməllər.....	29
§ 3. Vektorların xətti asılılığı	33
§ 4. Vektorun koordinatları	38

Mühazirə 4 Vektorların skalyar, vektorial və qarışıq hasiləri

§ 1. Vektorların skalyar hasilı	42
§ 2. Vektorların vektorial hasilı.....	46
§ 3. Vektorların qarışıq hasilı.....	48

Mühazirə 5 Müstəvidə koordinat üsulu. Düz xətt

§ 1. Müstəvidə koordinat üsulu	51
§ 2. Polyar koordinat sistemi.....	53
§ 3. Müstəvi üzərində düz xətt tənlikləri.....	54
§ 4. Nöqtədən düz xəttə qədər məsafə. İki düz xətt arasındakı bucaq.....	59

Mühazirə 6 Fəzada düz xətt və müstəvi tənlikləri

§ 1. Fəzada müstəvi tənlikləri	62
§ 2. Nöqtədən müstəviyə qədər məsafə. Müstəvilər arasındakı bucaq.....	65

§ 3. Fəzada düz xətt tənlikləri. Fəzada iki düz xətt arasındakı bucaq.....	67
§ 4. Düz xətt və müstəvinin qarşılıqlı vəziyyəti	70

Mühazirə 7, 8**İki tərtibli əyrilər**

§ 1. Çevrə	73
§ 2. Ellips	74
§ 3. Hiperbola	79
§ 4. Parabola	86

II FƏSİL. RİYAZİ ANALİZƏ GİRİŞ**Mühazirə 9****Həqiqi ədədlər çoxluğu. Ədədi ardıcılıq.
Ədədi ardıcılığın limiti**

§ 1. Çoxluq anlayışı.....	90
§ 2. Çoxluqlar üzərində əməllər	91
§ 3. Ədədi çoxluqlar	93
§ 4. Həqiqi ədədin modulu	95
§ 5. Ədədi ardıcılıq və onun limiti.....	96
§ 6. Yığılan ardıcılıqların xassələri	100
§ 7. e ədədi (Eyler ədədi)	106

Mühazirə 10**Funksiya. Funksiyanın limiti**

§ 1. Funksiya anlayışı	108
§ 2. Funksiyanın verilməsi üsulları.....	109
§ 3. Tək, cüt, periodik, tərs funksiya anlayışları.....	110
§ 4. Əsas elementar funksiyaların qrafikləri.....	112

Mühazirə 11**Funksiyanın limiti**

§ 1. Funksiyanın nöqtədə və sonsuzluqda limiti. Birtərəfli limitlər	118
§ 2. Funksiyanın limiti haqqında əsas teoremlər	123
§ 3. Birinci əhəmiyyətli limit.....	126
§ 4. İkinci əhəmiyyətli limit	128

Mühazirə 12**Funksiyanın kəsilməzliyi**

§ 1. Funksiyanın kəsilməzliyinin tərfi və əsas xassələri.....	129
§ 2. Kəsilmə nöqtələri və onların təsnifatı.....	133
§ 3. Parçada kəsilməz funksiyaların xassələri	135

Mühazirə 13 Törəmə

§ 1. Törəmə anlayışına gətirilən məsələlər.....	137
§ 2. Funksiyanın törəməsinin ümumi tərifli	140
§ 3. Diferensiallama qaydaları	142
§ 4. Triqonometrik funksiyaların törəmələri	144
§ 5. Mürəkkəb və tərs funksiyaların törəmələri haqqında.....	146
§ 6. Loqarifmik, üstlü, qüvvət və tərs triqonometrik funksiyaların törəmələri	148

Mühazirə 14 Funksiyanın diferensialı

§ 1. Funksiyanın diferensialı anlayışı və onun törəmə ilə əlaqəsi.....	151
§ 2. Diferensialın həndəsi mənası	153
§ 3. Funksiya diferensialının xassələri	154
§ 4. Yüksək tərtib törəmə və diferensiallar	156

Mühazirə 15, 16 Törəmənin tətbiqləri

§ 1. Diferensial hesabının əsas teoremləri.....	160
§ 2. Bernulli-Lopital qaydası.....	163
§ 3. Funksiyanın artması və azalması.....	167
§ 4. Funksiyanın lokal ekstremumu	170
§ 5. Funksiya qrafikinə çöküklüyü və qabarıqlığı. Əyilmə nöqtələri.....	174
§ 6. Asimptotlar.....	177
§ 7. Funksiyanın tədqiqi və qrafikinə qurulması	178

III FƏSİL. İNTEQRAL HESABI**Mühazirə 17** Qeyri-müəyyən inteqral

§ 1. İbtidai funksiya və qeyri-müəyyən inteqral anlayışları.....	183
§ 2. Qeyri-müəyyən inteqralın xassələri	186
§ 3. Əsas inteqrallama üsulları	188

Mühazirə 18 Kəsr-rasional və triqonometrik funksiyaların inteqrallanması

§ 1. Kəsr-rasional funksiyaların inteqrallanması.....	192
§ 2. Sadə irrasional ifadələrin inteqrallanması	195
§ 3. Triqonometrik funksiyaların inteqrallanması.....	198

Mühazirə 19**Müəyyən inteqral**

- § 1. Müəyyən inteqralın tərifini 201
 § 2. Müəyyən inteqralın əsas xassələri 202
 § 3. Yuxarı sərhədi dəyişən inteqral. Nyuton-Leybnis düsturu 207
 § 4. Müəyyən inteqralda əvəzetmə və hissə-hissə inteqrallama üsulları 210

Mühazirə 20**Müəyyən inteqralın tətbiqləri.
Qeyri-məxsusi inteqral anlayışı**

- § 1. Müəyyən inteqralın tətbiqləri 214
 § 2. Müəyyən inteqralın təqribi hesablanması üçün trapeslər üsulu 222
 § 3. Qeyri-məxsusi inteqral anlayışı 223

IV FƏSİL. ÇOXDƏYİŞƏNLİ FUNKSİYALAR**Mühazirə 21, 22****Çoxdəyişənli funksiyalar**

- § 1. Çoxdəyişənli funksiya anlayışı 227
 § 2. Limit və kəsilməzlik 228
 § 3. Xüsusi törəmələr və tam diferensial 231
 § 4. Mürəkkəb və qeyri-aşkar funksiyaların diferensiallanması 238
 § 5. İstiqamət üzrə törəmə. Qradyent 240
 § 6. İkidəyişənli funksiyanın ekstremumu 242

V FƏSİL. SİRALAR**Mühazirə 23****Ədədi sıralar**

- § 1. Ədədi sıra anlayışı. Yığılan ədədi sıraların xassələri 246
 § 2. Ədədi sıranın yığılması üçün zəruri şərt 251
 § 3. Müsbət həddli ədədi sıralar üçün yığılma əlamətləri 253
 § 4. İşarəsini növbə ilə dəyişən sıralar 259
 § 5. Ədədi sıraların mütləq və şərti yığılması 261

Mühazirə 24**Funksional sıralar**

- § 1. Funksional sıra anlayışı 263
 § 2. Qüvvət sıraları 264
 § 3. Qüvvət sıralarının hədbəhəd diferensiallanması və inteqrallanması 268
 § 4. Funksiyanın qüvvət sırasına ayrılışı. Makloren və Teylor sıraları 269
 § 5. Triqonometrik sıralar. Furiye sırası 274

VI FƏSİL. KOMPLEKS ƏDƏDLƏR

Mühazirə 25

Kompleks ədədlər

- § 1. Cəbri şəkildə verilmiş kompleks ədədlər üzərində əməllər.....281
 § 2. Kompleks müstəvi.....283
 § 3. Kompleks ədədin triqonometrik və üstlü şəkilləri285
 § 4. Triqonometrik və üstlü şəkildə verilmiş kompleks ədədlər üzərində əməllər.....286

VII FƏSİL. ADI DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR

Mühazirə 26

Bir tərtibli adi diferensial tənliklər. Ümumi məlumatlar

- § 1. Diferensial tənliklərə gətirilən məsələlər291
 § 2. Diferensial tənliklərlə bağlı əsas anlayışlar.....293
 § 3. Ən sadə adi diferensial tənliklər.....297
 § 4. Dəyişənlərinə ayrılma bilən diferensial tənliklər298

Mühazirə 27

Bir tərtibli diferensial tənliklərin elementar tipləri

- § 1. Bircins tənliklər300
 § 2. Bir tərtibli xətti diferensial tənliklər.....304
 § 3. Tam diferensiallı tənliklər307
 § 4. Tərtibi aşağı salına bilən diferensial tənliklər313

Mühazirə 28

Xətti diferensial tənliklər

- § 1. Xətti diferensial tənliklərlə bağlı əsas teoremlər.....316
 § 2. Funksiyaların xətti asılılığı. Vronski determinanti.....318
 § 3. Bircins və bircins olmayan xətti diferensial tənliyin ümumi həlli323

Mühazirə 29

Sabit əmsallı xətti bircins tənliklər

- § 1. Sabit əmsallı xətti bircins tənliyin ümumi həllinin tapılması.....326
 § 2. Sabit əmsallı xətti bircins tənliyin həllinə aid misallar329

Mühazirə 30

Bircins olmayan xətti diferensial tənliklər

- § 1. İxtiyari sabitlərin variasiyası üsulu333
 § 2. Qeyri-müəyyən əmsallar üsulu.....338

Mühazirə 31, 32**Adi diferensial tənliklər sistemi**

§ 1. Normal sistemlər.....	345
§ 2. Simmetrik formada diferensial tənliklər sistemi	350
§ 3. Xətti diferensial tənliklər sistemi	355
§ 4. Sabit əmsallı xətti bircins sistemlər	357

VIII FƏSİL. XÜSUSİ TÖRƏMƏLİ DİFERENSİAL TƏNLİKLƏR**Mühazirə 33****Bir və iki tərtibli xüsusi törəmli diferensial tənliklər**

§ 1. Əsas anlayışlar.....	366
§ 2. Bir tərtibli xüsusi törəmli xətti bircins tənliyin ümumi həllinin qurulması	369
§ 3. İkiölçülü oblastda baş hissəsi xətti olan iki tərtibli xüsusi törəmli diferensial tənliklərin kanonik şəkə gətirilməsi və təsnifatı.....	373
§ 4. Riyazi fizika tənliklərinin əsas tipləri.....	378

Mühazirə 34**Simin rəqs tənliyi üçün əsas məsələlər**

§ 1. Simin rəqs tənliyinin çıxarılışı.....	380
§ 2. Simin rəqs tənliyi üçün əsas məsələlərin qoyuluşu.....	383
§ 3. Sonsuz simin sərbəst rəqs tənliyi üçün Koşi məsələsinin xarakteristikalar üsulu ilə həlli. Dəlamber düsturu	384
§ 4. Simin sərbəst rəqs tənliyi üçün qarışıq məsələnin dəyişənlərinə ayırma üsulu (Furye üsulu) ilə həlli	387

Mühazirə 35**İstilikkeçirmə tənliyi üçün əsas məsələlər**

§ 1. İstilikkeçirmə tənliyinin çıxarılışı.....	393
§ 2. İstilikkeçirmə tənliyi üçün əsas məsələlərin qoyuluşu	396
§ 3. İstilikkeçirmə tənliyi üçün qarışıq məsələnin dəyişənlərinə ayırma üsulu (Furye üsulu) ilə həlli	397

Mühazirə 36**Laplas tənliyi üçün əsas məsələlər**

§ 1. Laplas tənliyinə gətirilən əsas məsələlər	400
§ 2. Laplas tənliyi üçün əsas sərhad məsələlərinin qoyuluşu	401
§ 3. Polyar koordinatlarda Laplas tənliyi.....	403
§ 4. Dairəvi oblastda Laplas tənliyi üçün Dirixle məsələsinin dəyişənlərinə ayırma üsulu ilə həlli	405

IX FƏSİL. EHTİMAL NƏZƏRİYYƏSİNİN ELEMENTLƏRİ

Mühazirə 37

Ehtimal nəzəriyyəsinin əsas anlayışları

§ 1. Sınaqlar və hadisələr. Hadisələrin növləri	410
§ 2. Hadisələr üzərində əməllər	412
§ 3. Hadisənin ehtimalının klassik tərifı.....	414
§ 4. Hadisənin ehtimalının statistik tərifı	416
§ 5. Həndəsi ehtimal	418

Mühazirə 38, 39

Ehtimal nəzəriyyəsinin əsas düsturları

§ 1. Ehtimalların toplanması	420
§ 2. Ehtimalların vurulması.....	425
§ 3. Tam ehtimal düsturu.....	433
§ 4. Beyes düsturları.....	435
§ 5. Asılı olmayan təkrar sınaqlar. Bernulli düsturu	437
§ 6. Ən böyük ehtimallı say.....	440
§ 7. Laplasın lokal və inteqral teoremləri.....	442
§ 8. Puasson düsturu.....	444

Mühazirə 40, 41

Təsadüfi kəmiyyətlər

§ 1. Təsadüfi kəmiyyət anlayışı	446
§ 2. Diskret təsadüfi kəmiyyətin paylanma qanunu	447
§ 3. Təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyası.....	449
§ 4. Diskret təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi.....	453
§ 5. Diskret təsadüfi kəmiyyətin dispersiyası	458
§ 6. Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin paylanma funksiyası. Paylanmanın sıxlığı.....	463
§ 7. Kəsilməz təsadüfi kəmiyyətin riyazi gözləməsi və dispersiyası	467
§ 8. Başlanğıc və mərkəzi momentlər. Moda və median	469

Mühazirə 42

Əsas paylanmalar

§ 1. Binomial paylanma	471
§ 2. Puasson paylanması	474
§ 3. Müntəzəm paylanma	476
§ 4. Üstlü paylanma.....	478
§ 5. Normal paylanma	480

Mühazirə 43**Böyük ədədlər qanunu. Mərkəzi limit teoremi**

§ 1. Çebişev bərabərsizliyi	483
§ 2. Çebişev teoremi	486
§ 3. Bernulli teoremi.....	490
§ 4. Mərkəzi limit teoremi	492

X FƏSİL. RİYAZİ STATİSTİKANIN ELEMENTLƏRİ**Mühazirə 44****Riyazi statistikanın əsas anlayışları**

§ 1. Riyazi statistikanın əsas məsələləri	494
§ 2. Seçmə üsulu	495
§ 3. Poliçon. Histoqram.....	498
§ 4. Empirik paylanma funksiyası	501
§ 5. Baş və seçmə çoxluqların ədədi xarakteristikaları	503

Mühazirə 45**Paylanma parametrlərinin statistik qiymətləndirilməsi**

§ 1. Paylanma parametrlərinin statistik qiymətləri və onların əsas xassələri	506
§ 2. Riyazi gözləmənin və dispersiyanın seçmə görə qiymətləndirilməsi.....	507
§ 3. Statistik qiymətlərin tapılması üsulları	510
§ 4. Etibarlı interval, etibarlı ehtimal anlayışları	514
§ 5. Normal paylanmanın riyazi gözləməsi üçün etibarlı interval.....	514
Əlavə 1	519
Əlavə 2	524
Əlavə 3	525
Ədəbiyyat	526